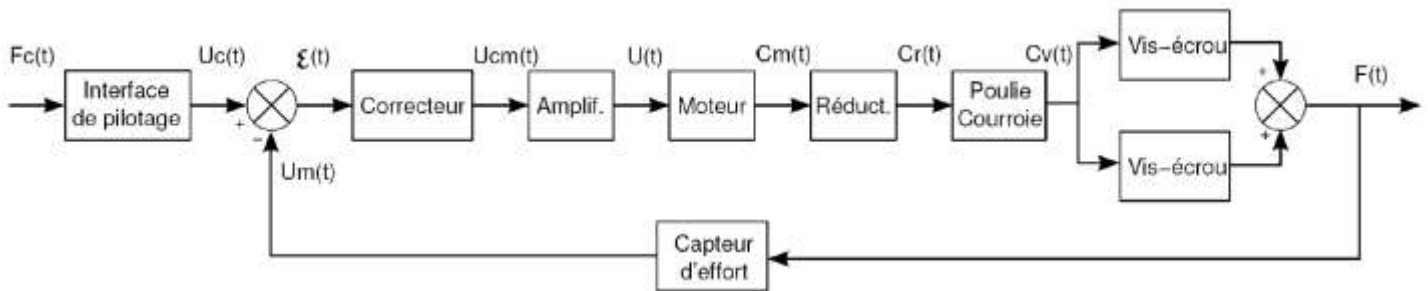


TD10 : Machine d'essai universelle – correction

1. MACHINE D'ESSAI UNIVERSELLE

1. Grandeur de consigne : $F_c(t)$
Grandeur asservie : $F(t)$

2. Schéma bloc :



3. Moteur électrique : $K_m = \frac{C_m}{U(t)} = \frac{1}{2} \text{ Nm/V}$

4. Rapport de réduction : $k = \frac{1}{30} = \frac{1}{Z}$ car pour 1 tour de la vis sans fin, la roue se déplace d'une dent. Or, il y a 30 dents.
De plus, $K_r = \frac{1}{k}$ d'où $K_r = 30$

5. $C_v = \frac{1}{2} C_r$ d'où $K_{pc} = \frac{1}{2}$

6. On a :

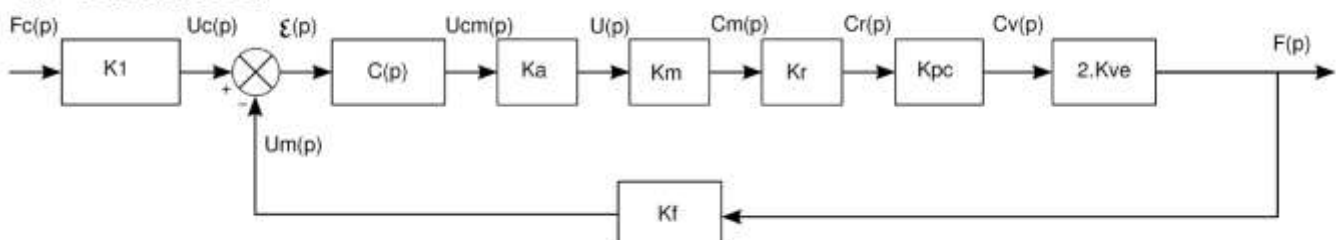
L'égalité des puissance entrante (vis) et sortante (écrou) (pour un rendement égal à 1), s'écrit :

$$C_v \cdot \omega_v = F_e \cdot V_e \quad \text{autrement dit,} \quad K_{ve} = \frac{F_e}{C_v} = \frac{\omega_v}{V_e} \quad \text{avec } F_e = F$$

On connaît la relation entre ω_v et V_e grâce au torseur cinématique de la liaison hélicoïdale : $\omega_v = \pm \frac{2\pi}{p} V_e$. Le signe est selon le sens du filet de la vis : ici vis à droite soit le signe +. On retrouve d'ailleurs facilement cette relation grâce à l'homogénéité de la formule et au comportement observé du système : lorsque la vis fait un tour (soit 2π), l'écrou se déplace d'une distance p . Ainsi :

$$K_{ve} = \frac{2\pi}{p}$$

7. Schéma bloc :



$$8. \quad FTBO(p) = C(p) K_a K_m K_r K_{PC} 2K_{ve} K_F = C(p) K_2 K_F = \frac{K_2 K_F}{\tau p}$$

$$9. \quad FTBF(p) = K_1 \cdot \frac{C(p) K_2}{1 + C(p) K_2 K_F} = \frac{K_1 K_2}{\tau p + K_2 K_F}$$

10. Le pôle de la fonction de transfert est : $p = \frac{-K_2 K_F}{\tau} < 0$. D'où, le système est stable.

En effet, la transformée de Laplace inverse renverra une exponentielle décroissante donc convergente.

$$11. F_c(p) = \mathcal{L}(F_0 \cdot u(t)) = \frac{F_0}{p}$$

$$12. \quad F(p) = \frac{F_0 K_1 K_2}{p(\tau p + K_2 K_F)}$$

$$13. \quad \lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p F(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{K_1 K_2 F_0}{\tau p + K_2 K_F} = \frac{K_1}{K_F} F_0$$

14. Le système est précis si et seulement si $K_1 = K_F = 10^{-4} V/N$ car pour que le système soit précis avec une entrée en échelon, il faut que la sortie soit égale à l'entrée.

$$15. \quad F(p) = \frac{K F_0}{p(1 + \tau' p)} = \frac{F_0}{p(1 + \frac{\tau}{K_2 K_F} p)} \quad \text{d'où : } K=1 \text{ et } \tau' = \frac{\tau}{K_2 K_F}$$

$$F(p) = \frac{\alpha}{p} + \frac{\beta}{(1 + \tau' p)} = \frac{\alpha(1 + \tau' p) + \beta p}{p(1 + \tau' p)} \quad \text{d'où } \alpha = F_0 \text{ et } \tau' \alpha + \beta = 0$$

$$16. \quad F(p) = F_0 \left[\frac{1}{p} - \frac{\tau'}{(1 + \tau' p)} \right] = F_0 \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{(\frac{1}{\tau'} + p)} \right]$$

$$F(t) = F_0 \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau'}} \right] u(t)$$

$$17. \quad F(\tau') = 0,63 F_0$$

$$F(2\tau') = 0,86 F_0$$

$$F(3\tau') = 0,95 F_0 \quad \text{d'où : } t_{5\%} = 3\tau' = 0,5 \text{ s}$$

2. CIRCUIT ELECTRIQUE : MODELE DE CONNAISSANCE

Questions 1 et 2.

$$\text{On obtient } U_S(p) = \frac{1+R_2.C.p}{C.p} \cdot I(p) \text{ et } U_e(p) = \frac{1+(R_2+R_1).C.p}{C.p} \cdot I(p)$$

D'où, $H_I(p) = \frac{1+R_2.C.p}{1+(R_2+R_1).C.p}$ qui est le produit d'un 1^{er} ordre par un 1^{er} ordre inverse.

Questions 3 et 4

$$\text{On écrit } \varepsilon(p) = U_e(p) - U_S(p) = R_1 \cdot I(p)$$

et donc $G_1(p) = \frac{1}{R_1}$ et $G_2(p) = \frac{1+R_2.C.p}{C.p}$ Attention à ne pas écrire les G_i dans le bon sens ...

$$H_I(p) = \frac{1 + 0.001.p}{1 + 0.005.p}$$

Question 5

L'entrée est l'échelon unitaire donc $E(p) = \frac{1}{p}$ et $S(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{1+0.001.p}{1+0.005.p} = \frac{200}{p} \cdot \frac{1+0.001.p}{p+200}$

Se décomposant, $S(p) = \frac{200}{p} \cdot \frac{1+0.001.p}{p+200} = \frac{a}{p} + \frac{b}{p+200}$ ①

$$\text{①. } p \text{ et } p = 0 \text{ donne } a = 1$$

$$\text{①. } (p + 200) \text{ et } p = -200 \text{ donne } b = -0,8$$

$$\text{①} \Rightarrow s(t) = (1 - 0,8 \cdot e^{-200.t}).u(t)$$

Ce n'est évidemment pas la réponse indicielle d'un 1^{er} ordre (puisque $H_I(p)$ n'en est pas un).

Pour avoir $t_{5\%}$, on fera le tracé sur la courbe représentative de $s(t)$ ou on cherchera $t_{5\%}$ tel que $s(t_{5\%}) = 0,95 \cdot s(+\infty)$.

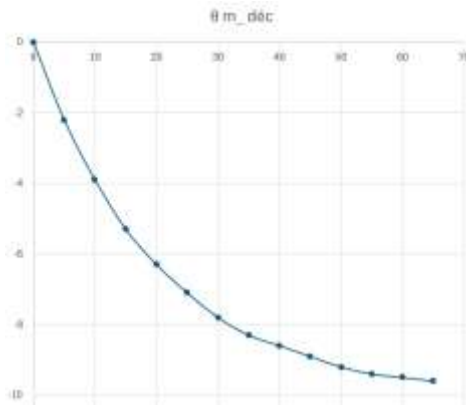
$$\text{Autrement dit, } e^{-200.t_{5\%}} = \frac{0,05}{0,8} \Leftrightarrow t_{5\%} = \frac{1}{200} \cdot \ln\left(\frac{0,8}{0,05}\right) \Leftrightarrow t_{5\%} = 0,014 \text{ s}$$

3. THERMOMETRE

Q3.1 à 3.3 Echelon en entrée $\theta_e(t) = 10 \cdot u(t)$

mais en décalant les ordonnées de -20°C , alors $\theta_{e_déc}(t) = -10 \cdot u(t)$

La mesure est alors $\theta_{m_déc}(t) = \theta_m(t) - 20 \cdot u(t)$



Le comportement du système semble bien être celui d'un 1^{er} ordre.

Méthodes graphiques du C 10, on trouve :

$K = 1$ (sans unité) et $\tau = 20 \text{ s}$

Superposition mesure _ modèle : Cohérent ...

