

Contact roues/sol d'un Segway : Pilotage des moteurs lors d'un virage de rayon R

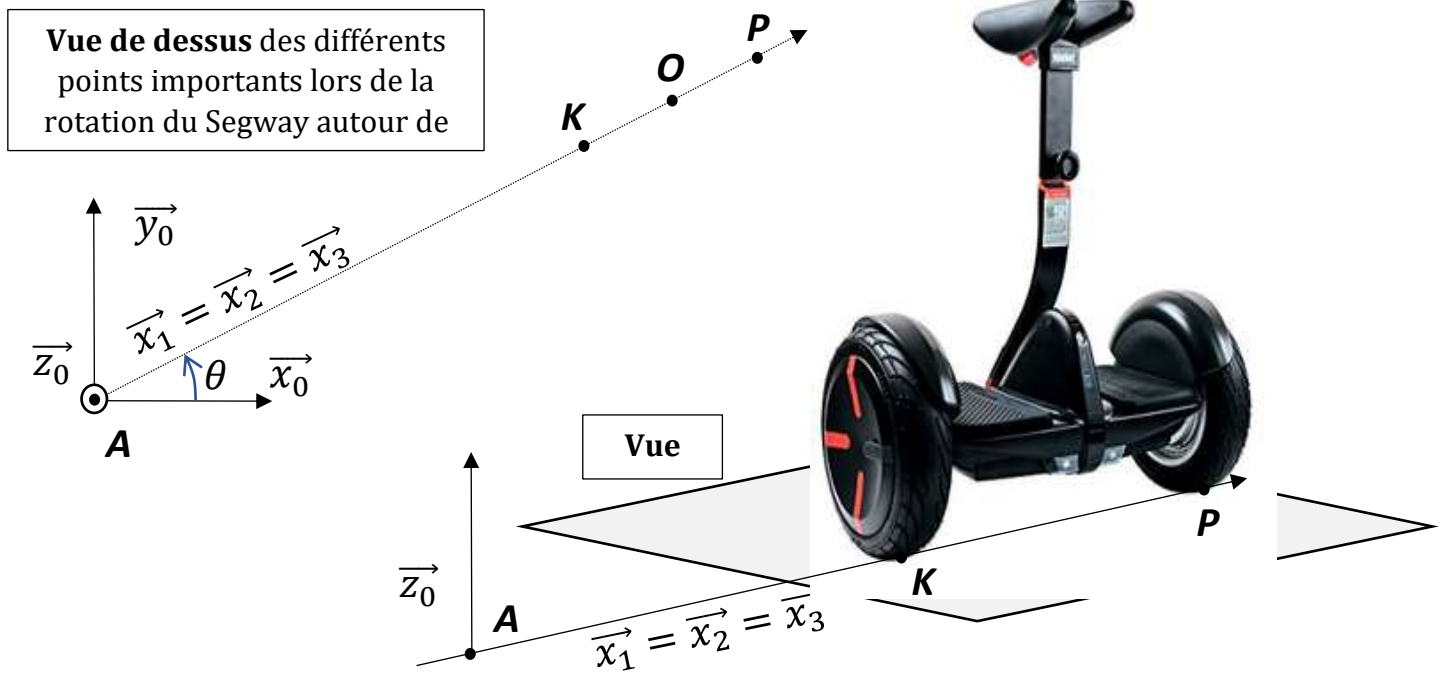
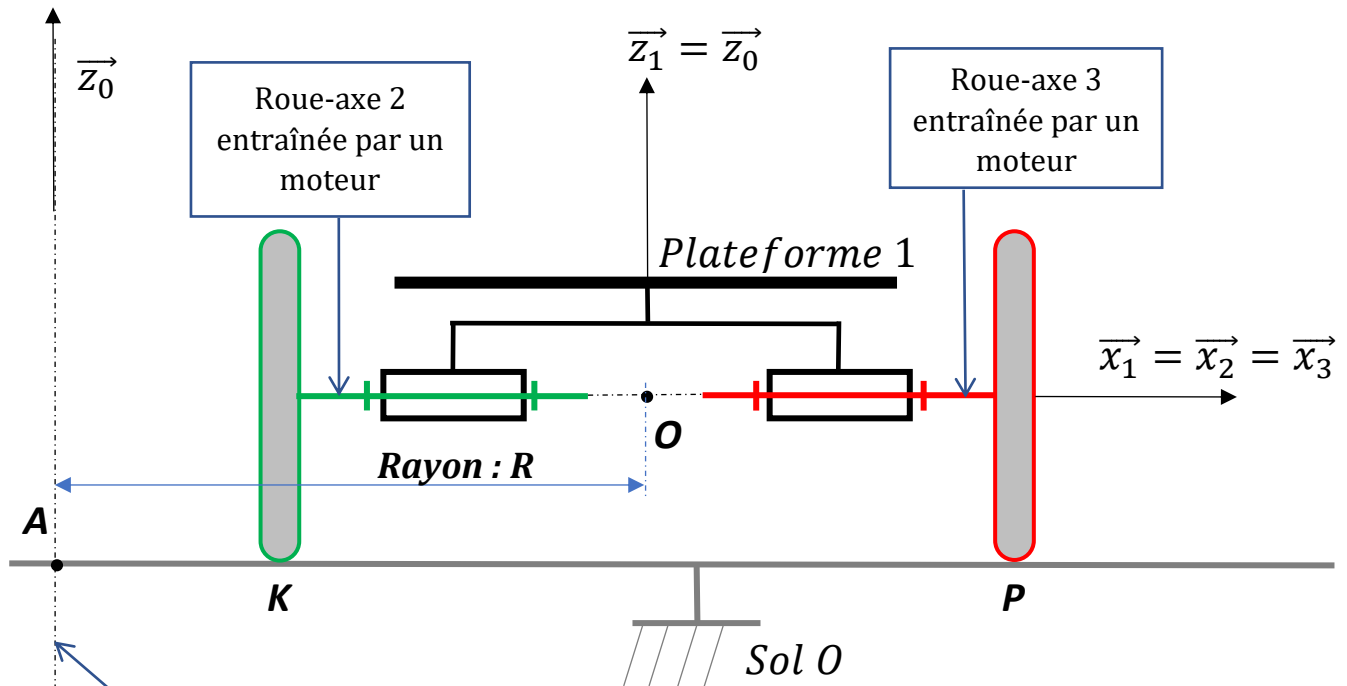


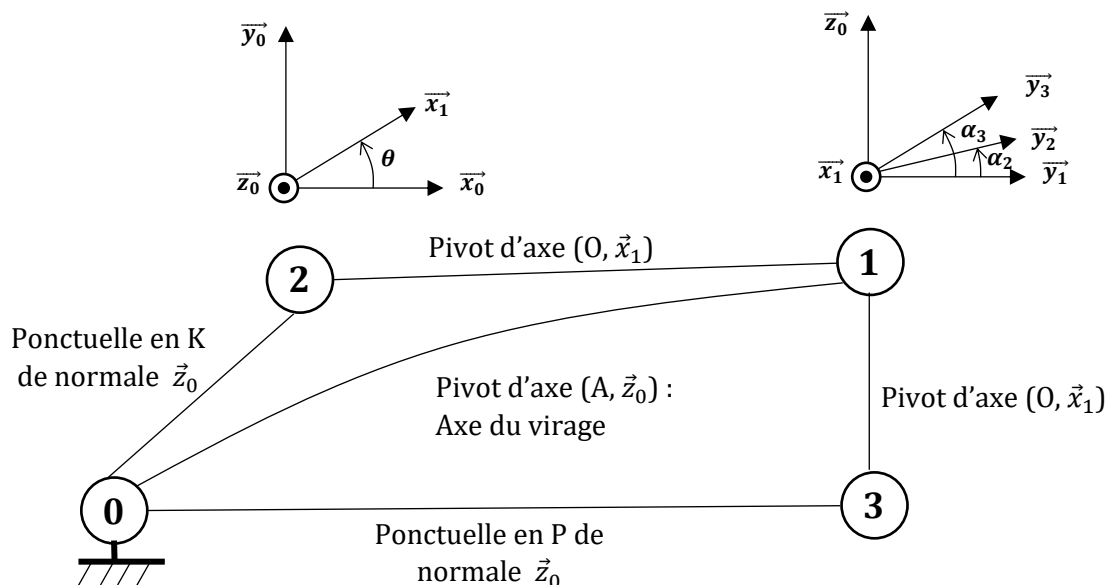
Schéma cinématique (Vue de côté) du Segway
(les distances entre les points ne sont pas respectées)



Axe de rotation de la plateforme 1 par rapport au repère $\mathcal{R}_0 : (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au sol 0

Important :
Les contacts sont ponctuels en K et en P

$\vec{AO}$ $= R \cdot \vec{x}_1 + h \cdot \vec{z}_0$ $\vec{KO}$ $= a \cdot \vec{x}_1 + h \cdot \vec{z}_0$ $\vec{OP}$ $= a \cdot \vec{x}_1 - h \cdot \vec{z}_0$	Rotation de la plateforme 1 par rapport au sol 0 autour de l'axe $(A, \vec{z}_0)$: $\theta = (\vec{x}_0; \vec{x}_1) = (\vec{y}_0; \vec{y}_1)$ On considèrera qu'il y a une liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$ entre 1 et 0.	Rotation des roues par rapport à la plateforme 1 autour de l'axe $(O, \vec{x}_1)$: $\alpha_2 = (\vec{z}_1; \vec{z}_2) = (\vec{y}_1; \vec{y}_2)$ $\alpha_3 = (\vec{z}_1; \vec{z}_3) = (\vec{y}_1; \vec{y}_3)$
---	--	---



Graphe des liaisons du modèle

Q1.1. Ecrire les 5 torseurs cinématiques des liaisons de ce mécanisme (les paramètres non définis seront notés ω_{xij} , ..., V_{xij} , ...).

$\{\mathcal{V}(1/0)\}: \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\theta} & 0 \end{Bmatrix}_{R_1 A}$	$\{\mathcal{V}(2/1)\}: \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_1 O}$
$\{\mathcal{V}(3/1)\}: \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_1 O}$	$\{\mathcal{V}(2/0)\}: \begin{Bmatrix} \omega_{x20} & V_{x20} \\ \omega_{y20} & V_{y20} \\ \omega_{z20} & 0 \end{Bmatrix}_{R_1 K}$
$\{\mathcal{V}(3/0)\}: \begin{Bmatrix} \omega_{x30} & V_{x30} \\ \omega_{y30} & V_{y30} \\ \omega_{z30} & 0 \end{Bmatrix}_{R_1 P}$	

Le graphe des liaisons présente deux chaînes fermées.

Q1.2. Ecrire deux fermetures cinématiques indépendantes sur les vecteurs rotations et en déduire toutes les inconnues cinématiques de rotation ω_{xij} , ... en fonction de $\dot{\alpha}_2, \dot{\alpha}_3, \dot{\theta}$ et θ .

On a, $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} + \overrightarrow{\Omega_{0/2}} = \vec{0}$ soit $\dot{\alpha}_2 \cdot \vec{x}_1 + \dot{\theta} \cdot \vec{z}_1 = (\omega_{x20} \cdot \vec{x}_1 + \omega_{y20} \cdot \vec{y}_1 + \omega_{z20} \cdot \vec{z}_1)$ On en déduit $\begin{cases} \omega_{z20} = \dot{\theta} \\ \omega_{x20} = \dot{\alpha}_2 \text{ et } \omega_{y20} = 0 \end{cases}$ On a, $\overrightarrow{\Omega_{3/1}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} + \overrightarrow{\Omega_{0/3}} = \vec{0}$ soit $\dot{\alpha}_3 \cdot \vec{x}_1 + \dot{\theta} \cdot \vec{z}_1 = (\omega_{x30} \cdot \vec{x}_1 + \omega_{y30} \cdot \vec{y}_1 + \omega_{z30} \cdot \vec{z}_1)$ On en déduit $\begin{cases} \omega_{z30} = \dot{\theta} \\ \omega_{x30} = \dot{\alpha}_3 \text{ et } \omega_{y30} = 0 \end{cases}$

Q1.3. Ecrire la condition de non glissement de 2/0 en K. Montrer que $V_{x20} = V_{y20} = 0$ et trouver la fonction $\dot{\alpha}_2 = f(\dot{\theta})$.

La condition de non glissement s'écrit : $\overrightarrow{V(K \in 2/0)} = \vec{0}$

et, en décomposant $\overrightarrow{V(K \in 2/0)} = \overrightarrow{V(K \in 2/1)} + \overrightarrow{V(K \in 1/0)} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{V(K \in 2/0)} = \overrightarrow{V(O \in 2/1)} + \overrightarrow{KO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} + \overrightarrow{V(A \in 1/0)} + \overrightarrow{KA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$$

$$V_{x20} \cdot \vec{x}_1 + V_{y20} \cdot \vec{y}_1 = (a \cdot \vec{x}_1 + h \cdot \vec{z}_0) \wedge \dot{\alpha}_2 \cdot \vec{x}_1 + (a - R) \cdot \vec{x}_1 \wedge \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 = \vec{0}$$

$$V_{x20} \cdot \vec{x}_1 + V_{y20} \cdot \vec{y}_1 = h \cdot \dot{\alpha}_2 \cdot \vec{y}_1 + (a - R) \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_1 = \vec{0}$$

On en déduit que : $V_{x20} = V_{y20} = 0$

Et la relation : $\dot{\alpha}_2 = -\frac{(R-a)}{h} \cdot \dot{\theta}$

Q1.4. Ecrire la condition de non glissement de 3/0 en P. Montrer que $V_{x30} = V_{y30} = 0$ et trouver la fonction $\dot{\alpha}_3 = g(\dot{\theta})$.

La condition de non glissement s'écrit : $\overrightarrow{V(P \in 3/0)} = \vec{0}$

et, en décomposant $\overrightarrow{V(P \in 3/0)} = \overrightarrow{V(P \in 3/1)} + \overrightarrow{V(P \in 1/0)} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{V(P \in 3/0)} = \overrightarrow{V(O \in 3/1)} + \overrightarrow{PO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} + \overrightarrow{V(A \in 1/0)} + \overrightarrow{PA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$$

$$V_{x30} \cdot \vec{x}_0 + V_{y30} \cdot \vec{y}_0 = -(a \cdot \vec{x}_1 - h \cdot \vec{z}_0) \wedge \dot{\alpha}_3 \cdot \vec{x}_1 + (-a - R) \cdot \vec{x}_1 \wedge \dot{\theta} \cdot \vec{z}_1 = \vec{0}$$

$$V_{x30} \cdot \vec{x}_1 + V_{y30} \cdot \vec{y}_1 = +h \cdot \dot{\alpha}_3 \cdot \vec{y}_1 - (-a - R) \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_1 = \vec{0}$$

On en déduit que : $V_{x30} = V_{y30} = 0$

Et la relation : $\dot{\alpha}_3 = -\frac{(R+a)}{h} \cdot \dot{\theta}$

Q1.5. En déduire, finalement, la relation entre les vitesses de rotations des moteurs $\dot{\alpha}_3$ et $\dot{\alpha}_2$ pour que le Segway prenne un virage de rayon R.

Les deux relations trouvées précédemment permettent d'écrire que :

$$\dot{\theta} = \dot{\alpha}_3 \cdot \frac{-h}{R+a} = \dot{\alpha}_2 \cdot \frac{-h}{R-a}$$

On en déduit que pour effectuer un virage de rayon R, les vitesses de rotation des moteurs doivent vérifier :

$$R = a \cdot \frac{\dot{\alpha}_3 + \dot{\alpha}_2}{\dot{\alpha}_3 - \dot{\alpha}_2}$$