TD 12 : Corrigé

Q1

$H_1(p)$ = déjà une F.C.

$H_2(p)$: à traiter calmement.

$$H_3(p) = \frac{20.(1+5.p)}{1+\frac{8}{100}p+\frac{p^2}{100}}$$

$$= \frac{20.(1+5.p)}{1+\frac{2\times 0,4}{10}.p+\frac{p^2}{10^2}}$$

$$H_2(p) = \frac{5(4+p)}{p\cdot 3p} = \frac{5(4+p)}{3p^2}$$

$$H_2(p) = \frac{\frac{20}{3}}{p^2}\cdot\left(1+\frac{1}{4}.p\right)$$

$$H_4(p) = \frac{58\times 1,1\left(1+\frac{1}{1,1}.p\right)}{32p\left(1+\frac{1}{4}.p\right).\left(1+\frac{1}{8}.p\right)}$$

$$H_4(p) = \frac{2}{p}\cdot\frac{1+\frac{1}{1,1}.p}{\left(1+\frac{1}{4}p\right).\left(1+\frac{1}{8}.p\right)}$$

Q3

Pour $\omega = 5$, on lit $20\log(G(5)) = 10\,dB$

$$\Rightarrow G(5) = 10^{10/20} = 3,16$$

et $\varphi(5) \approx -120°$ $\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

A savoir

Alors $s(t) = G(5).e_0.\sin\left(5t+\frac{\pi}{6}-\frac{2\pi}{3}\right)$

$$\boxed{s(t) = 47,4\sin\left(5t-\frac{\pi}{2}\right)}$$

TD 12 Analyse fréquentielle

1. FORMES CANONIQUES ET DIAGRAMMES DE BODE

Q1. Le comportement de systèmes est décrit par es fonctions de transfert ci-dessous. Donner leur formes canoniques et identifier leurs gains statiques, ordres, classes et coefficients caractéristiques.

$$H_1(p) = \frac{10}{(1+0{,}5p).(1+0{,}25p)} \qquad H_2(p) = \frac{5(4+p)}{p(2.p+p)}$$

$$H_3(p) = \frac{1000.(2+10p)}{100+8p+p^2} \qquad H_4(p) = \frac{58.(p+1{,}1)}{p.(p+4).(p+8)}$$

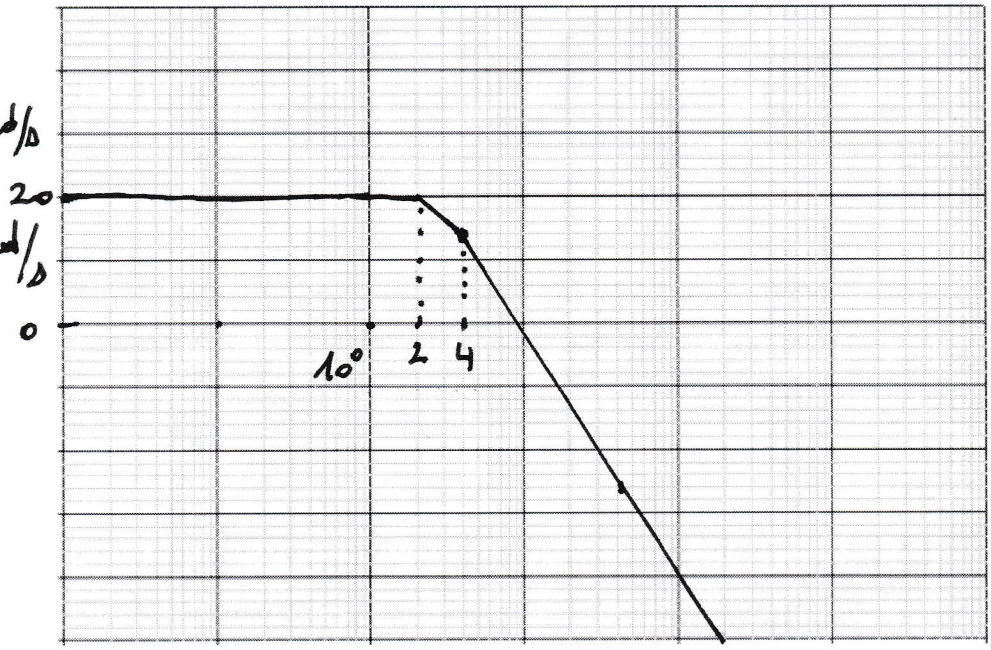
Q2. Tracer les diagrammes de Bode de $H_1(p)$.

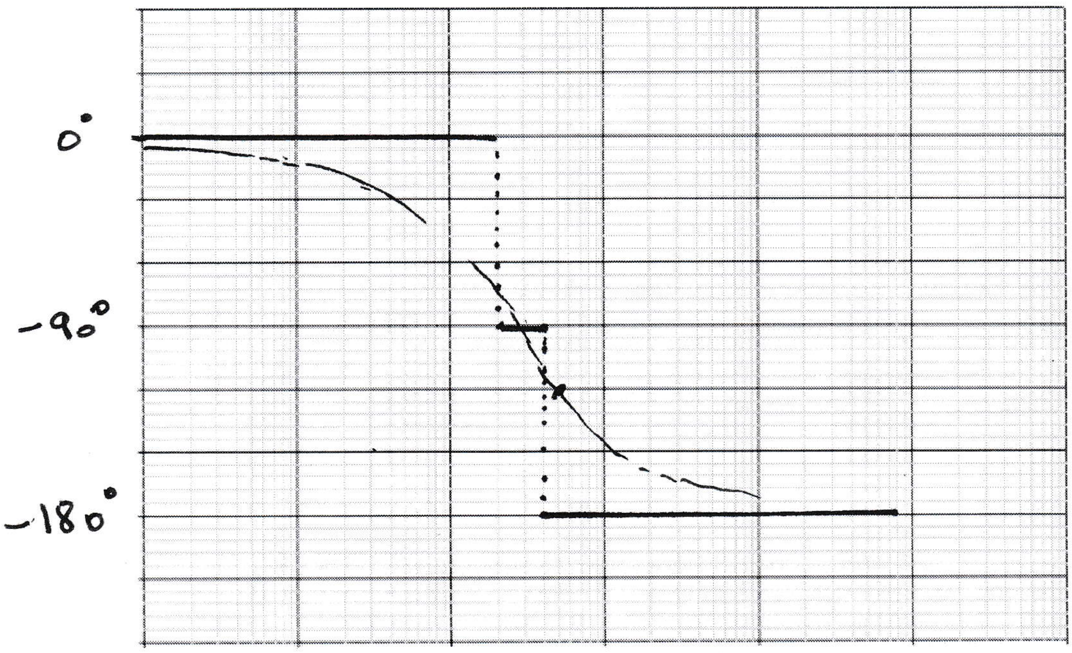
$\omega_1 = \frac{1}{0{,}5} = 2$ rad/s

$\omega_2 = \frac{1}{0{,}25} = 4$ rad/s

$20\log 10 = 20$

K

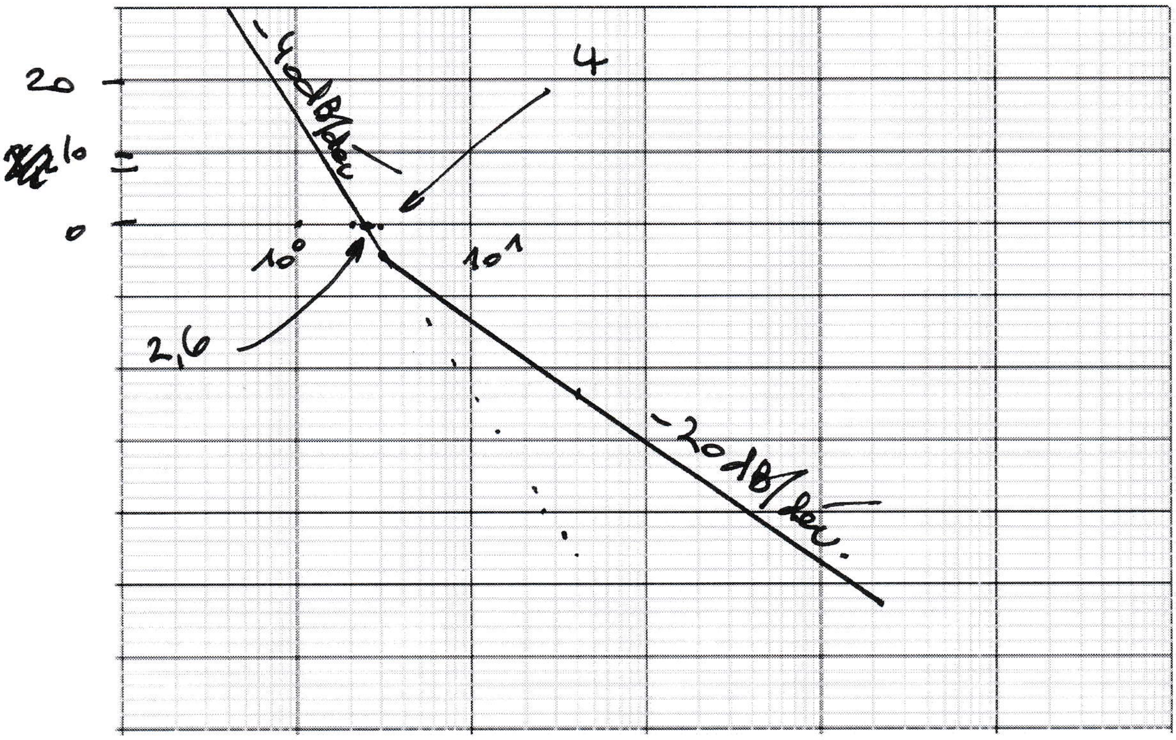




Q3. Grâce aux diagrammes de Bode, donner la réponse de $H_1(p)$ ~~à~~ l'entrée : ~~à~~ $e(t) = 15.\sin\left(5.t + \frac{\pi}{6}\right)$

~~Pour ω = 5, on lit 20 log G(5) = 10 dB → G(5)~~ → Voir feuille

Q4. Tracer les diagrammes de Bode de $H_2(p)$.



$K = \frac{20}{3}$

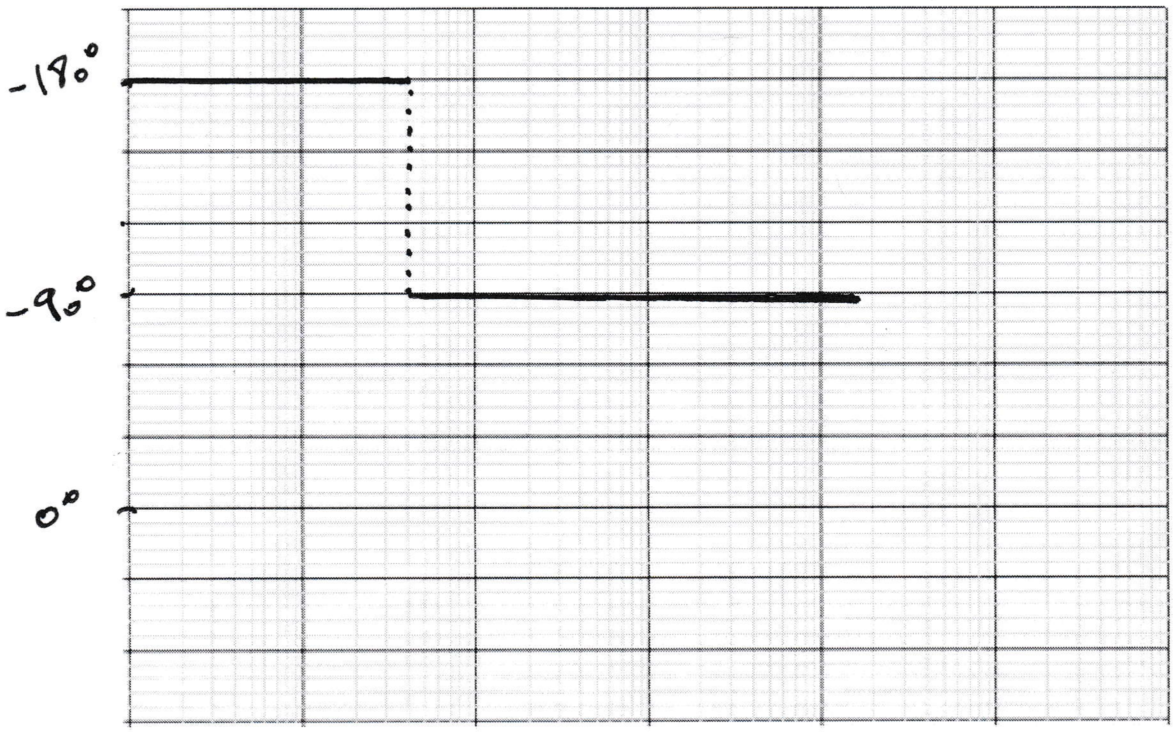
donc $\frac{1}{p^2}$

coupe l'abscisse

à $\sqrt{\frac{20}{3}} = 2{,}6$

$\omega_{c0} = 2{,}6$ rad/s

et $\omega_{cas} = 4$ rad/s



2. DES DIAGRAMMES DE BODE A H(P)

On connait les diagrammes de Bode de 4 systèmes. Tracer leur diagrammes de Bode asymptotiques puis

On trace les pentes et on trouve les cassures.

Système 1

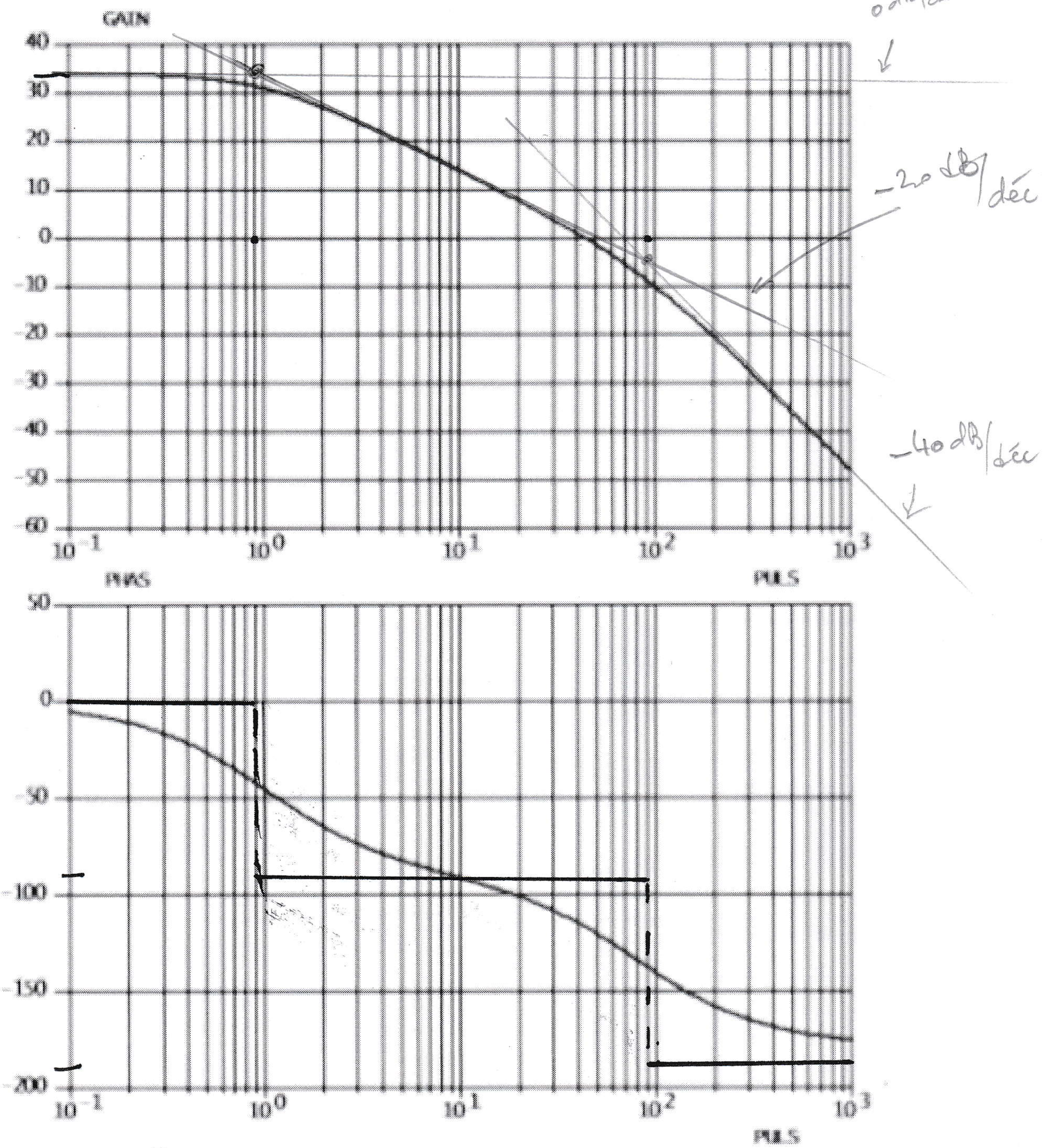
$20 \log K = 34$

$\omega_1 = 0,9$ rad/s

$\omega_2 = 90$ rad/s

$K = 10^{34/20}$

$K = 50,1$



$-90°$

$-180°$

$$H_1(p) = \frac{50,1}{\left(1 + \frac{1}{0,9} \cdot p\right)\left(1 + \frac{1}{90} \cdot p\right)}$$

Tracer la courbe de sa réponse temporelle *s(t)* du système 1 pour une entre *e(t) = 5.u(t)*.

→ tracé classique 2nd ordre amorti ($\xi > 1$)

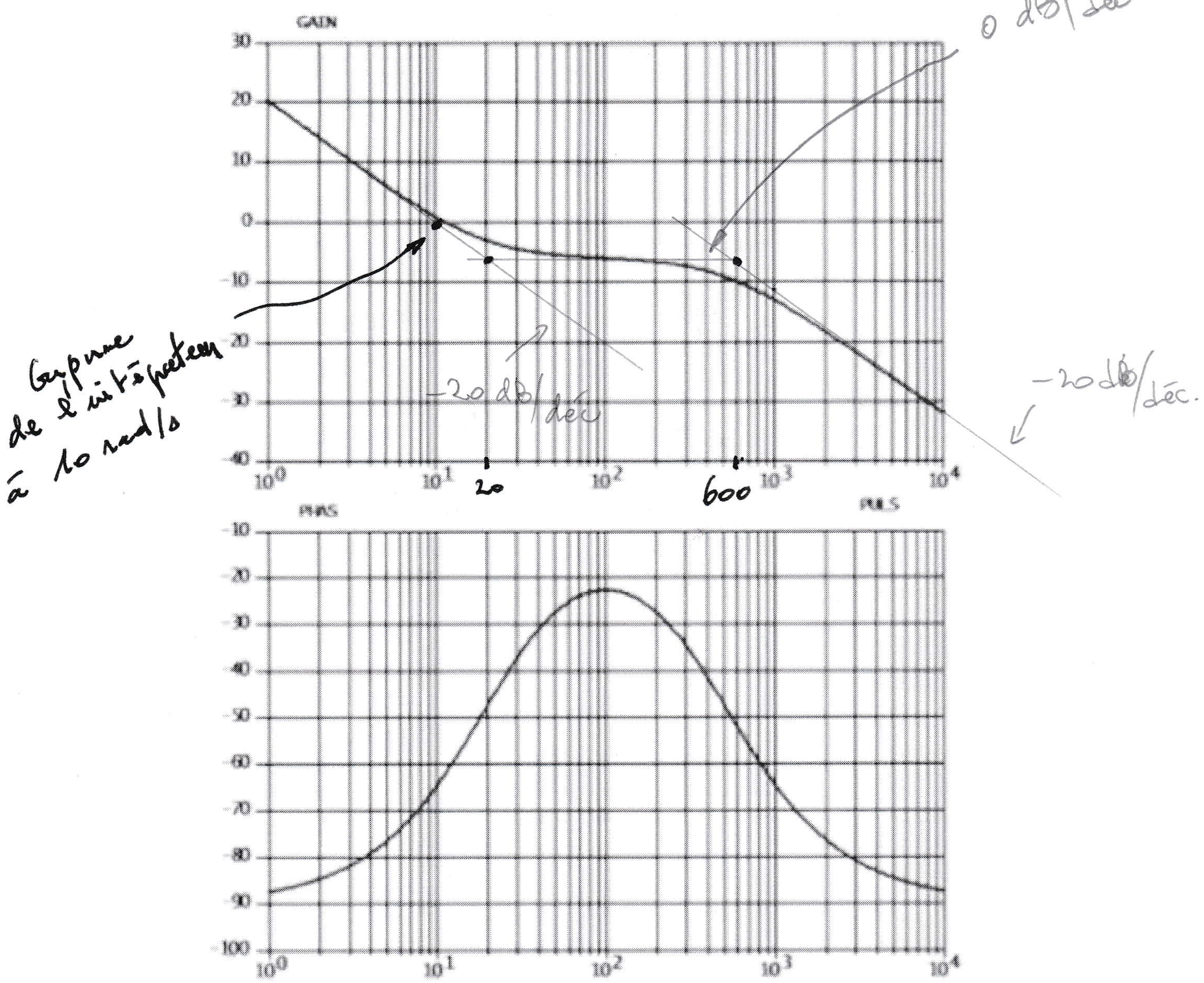
$\omega_0 = 9$ rad/s

$\xi \simeq 5,04$

ξ grand $\Rightarrow$ donc $\approx$ 1er ordre

On trace les pentes et on trouve les cassures

Système 2



Pour l'intégrateur, on a $H_2(p) \simeq \frac{10}{p}$ $(p \to 0)$

donc $H_2(p) = \frac{10}{p} \cdot \left(1 + \frac{1}{20} \cdot p\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{600} \cdot p}$

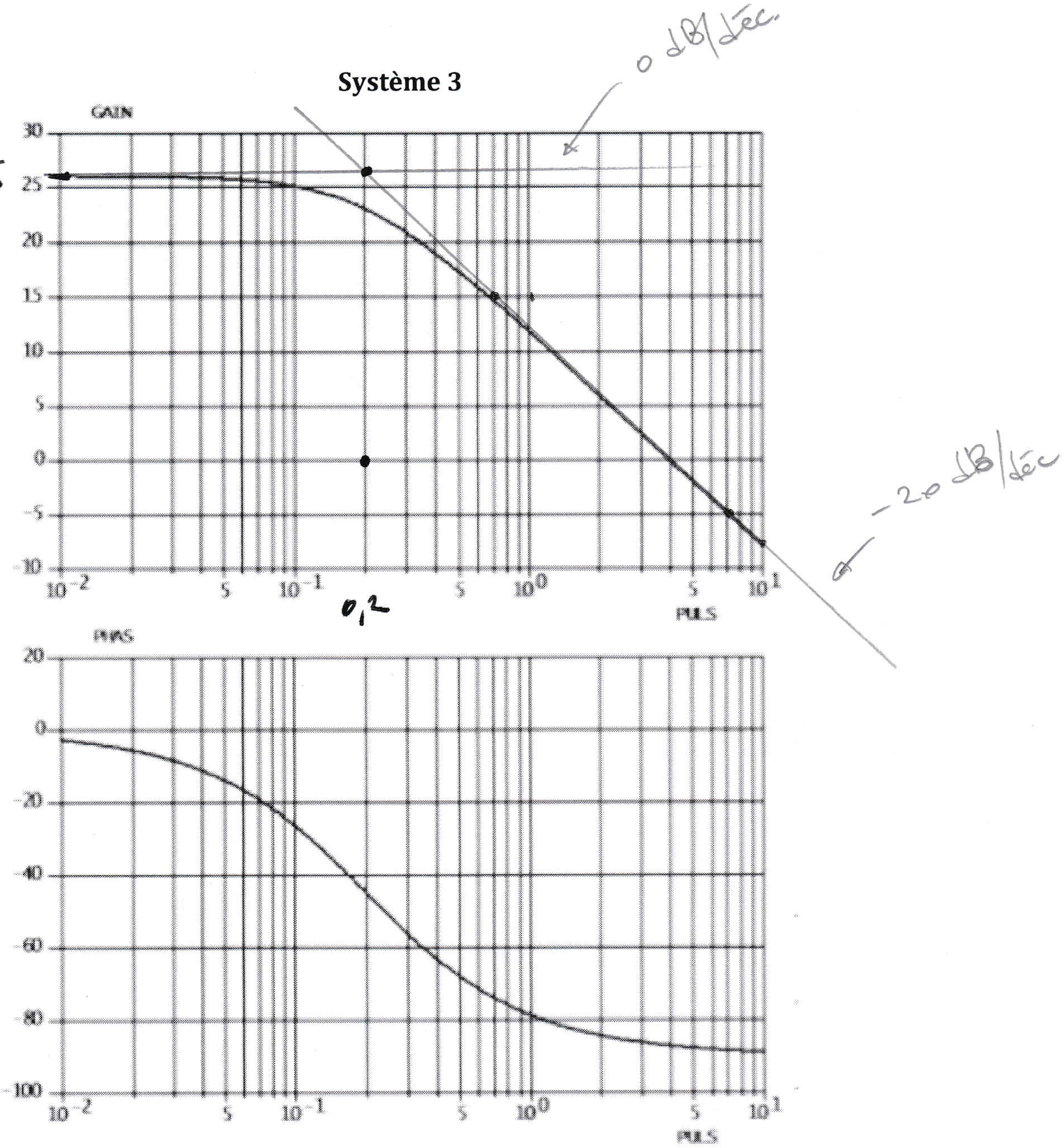
Système 3

$20 \log K = 26$

$K = 10^{26/20}$

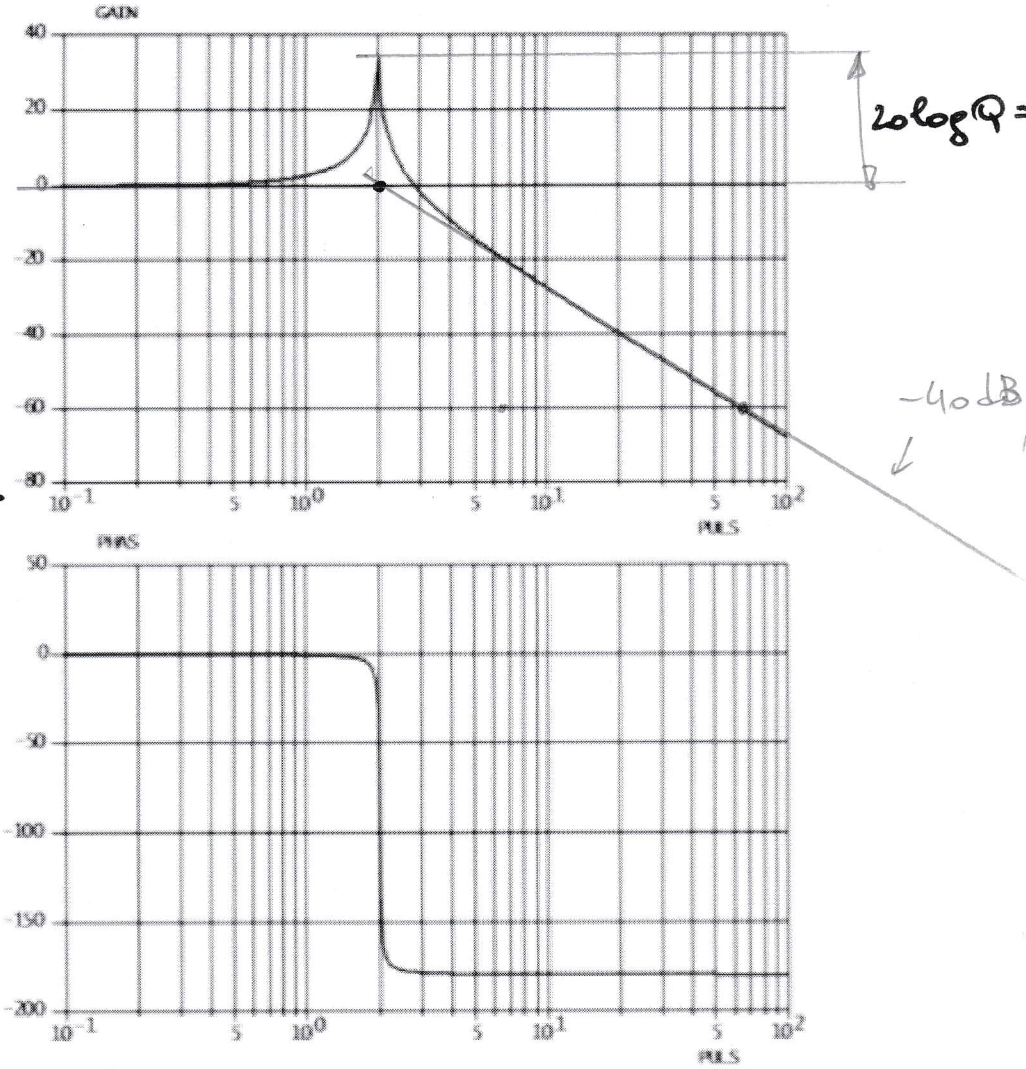
$K \simeq 20$

$\tau = \frac{1}{\omega_{ca}}$



$$H_3(p) = \frac{20}{1 + \frac{1}{0,2} \cdot p}$$

Système 4



$20 \log K = 0$

$\boxed{K = 1}$

$\boxed{\omega_0 = 2 \text{ rad/s}}$

$20 \log Q = 35$

-40 dB/déc

Pour z on peut écrire que $Q = \dfrac{1}{2z\sqrt{1-z^2}}$

on trouve $\boxed{z \simeq 0{,}009}$

↳ résonance importante car le facteur d'amortissement est faible

Tracer la courbe de sa réponse temporelle $s(t)$ du système 4 pour une entre $e(t) = 5.u(t)$.

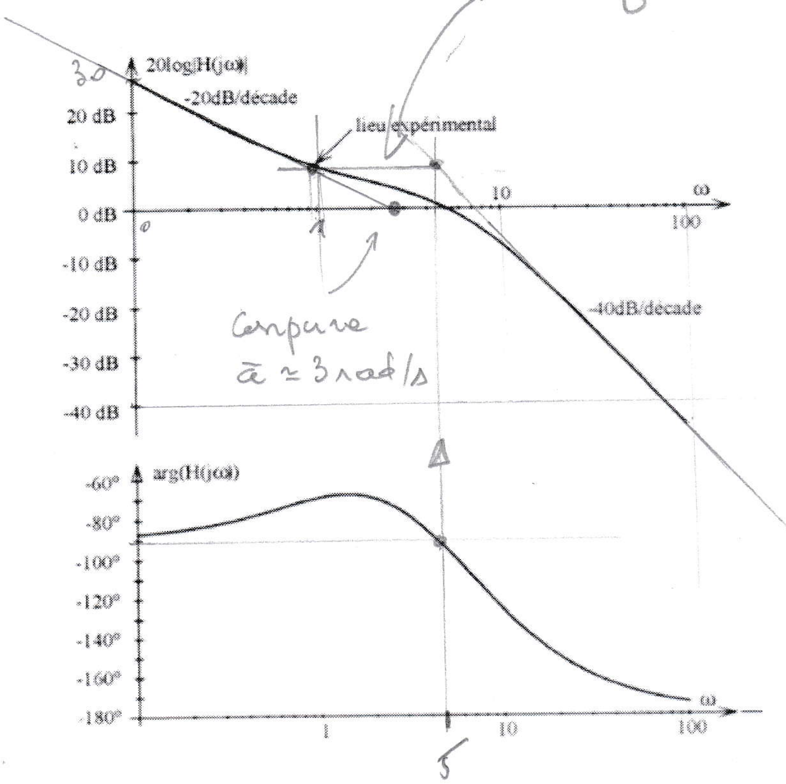
Second ordre sous-amorti pseudo-périodique.

Ici $\omega_0 \simeq \omega_r$ et donc $20 \log Q = 35 \simeq 20 \log \left(\dfrac{1}{2z}\right)$

calculs + rapide

, à des entrées harmoniques, donne les relevés suivants :

horizontale



1.
   transfert.
2. Donner sa réponse à une échelon unité retardée de $T = 0{,}05\ s$.

- Intégrateur $\frac{3}{p}$
- Il est délicat de tracer la pente 0 dB/déc.
- La cassure du 2nd ordre se fait pour ω_0, à $-90°$... On prend cette valeur pour trouver la cassure du 2nd ordre $\omega_0 \simeq 5$ rad/s

$\Rightarrow$ on trace l'asymptote horizontale (0 dB/déc) et on lit $\tau_1 = \frac{1}{\omega_1} = \frac{1}{0{,}9} = 1{,}1$ s

Donc $H(p) = \frac{3}{p} \cdot (1 + 1{,}1 \cdot p) \cdot \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot z}{5} p + \frac{p^2}{25}}$

pour avoir z, on pose $p = j \cdot \omega_0$

$$\underbrace{20 \log |H(j\omega_0)|}_{\simeq 3} = 20 \log \left(\frac{3}{\omega_0} \cdot \sqrt{1 + (1{,}1 \cdot \omega_0)^2} \right) + 20 \log \frac{1}{2 \cdot z}$$

On trouve $z = 1{,}18$ ... étonnant car le 2nd ordre présente 1 seule cassure ... → "Erreur de lectures graphiques"