

# TD 13.1 Modélisation des actions mécaniques (caractérisées, actionneurs, liaisons), Problème plan, Démarche du PFS

## 1. LÈVE-MALADE(MAXI MOVE) d'après Châteaubriant (Rennes)

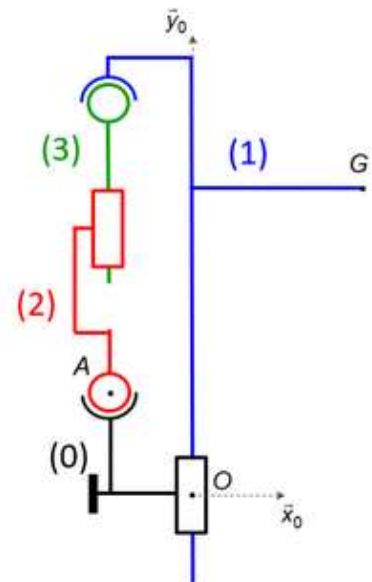


Un lève-malade, utilisé dans les maisons de retraites ou les hôpitaux, est une aide technique mécanisée qui sert à effectuer des transferts de personnes qui n'ont pas la capacité de se déplacer en autonomie.

Le transfert le plus courant est celui qui consiste à transporter le patient du lit vers le fauteuil et inversement (voir vidéo de mise en situation sur site internet).

Ce mécanisme, dont le modèle est représenté par son schéma cinématique ci-contre, est constitué :

- d'un support 0 de repère associé  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  ;
- d'un ensemble 1 (bras + malade), de repère associé  $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , de masse maximale  $m$  et de centre de gravité G tel que  $\vec{OG} = a \vec{x}_0 + y \vec{y}_0$  ;
- d'un vérin d'élévation électrique (corps 2 et tige 3) assurant le déplacement vertical de l'ensemble 1. On notera  $F_{01}$  la force exercée par ce vérin, et  $\vec{OA} = -b \vec{x}_0 + c \vec{y}_0$  ;
- d'un ressort de compression placé entre 0 et 1, permettant de compenser une partie du poids du malade (il pousse vers  $+\vec{y}_0$  et soulage le vérin) tel que  $k$  est sa raideur,  $y$  sa longueur,  $y_0$  sa longueur à vide et  $(O, \vec{y}_0)$  sa droite d'action.



### Hypothèses

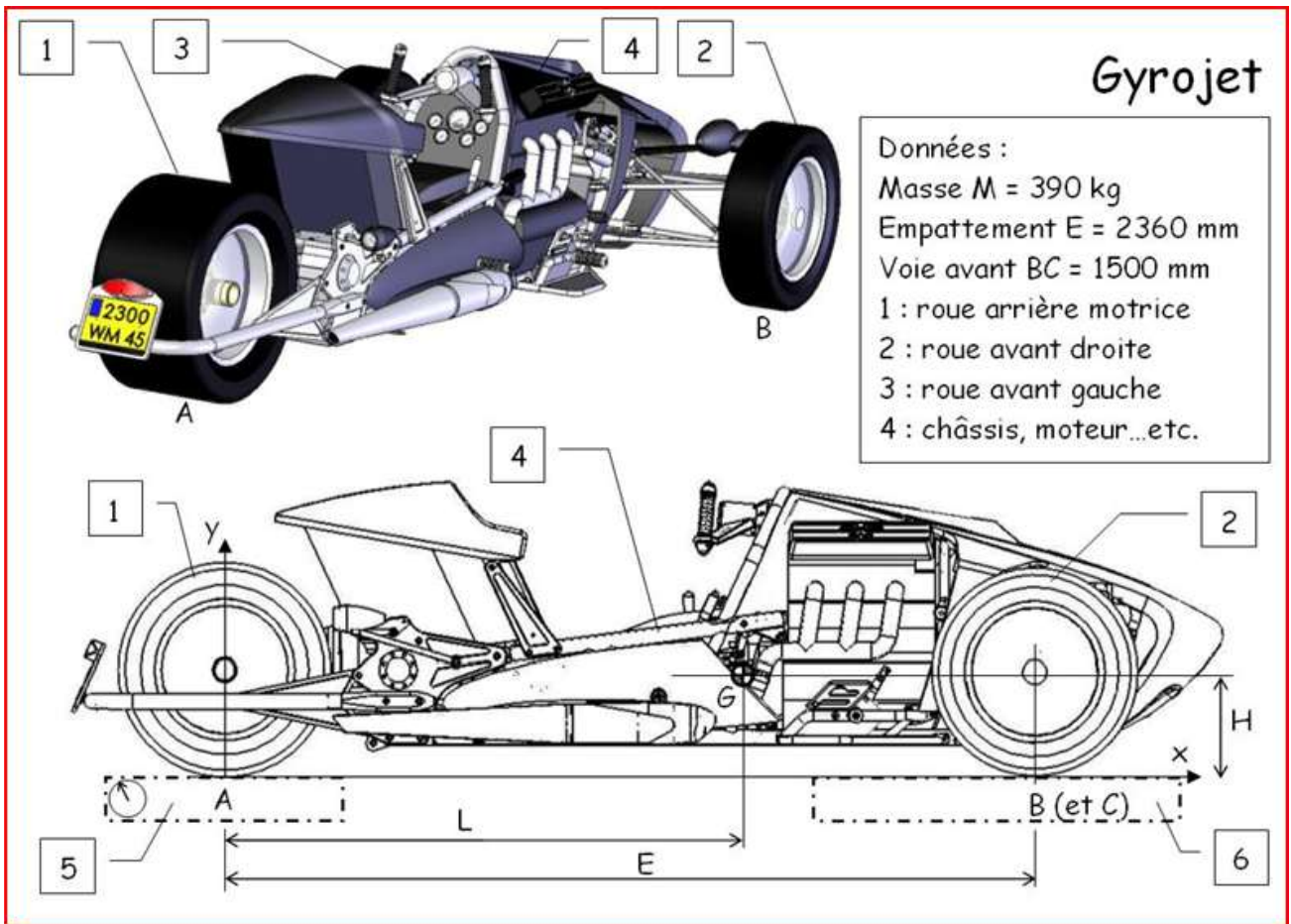
Les liaisons sont supposées parfaites.

Les poids du corps et de la tige de vérin sont négligés devant les autres actions mécaniques.

**Objectif :** afin de dimensionner les constituants qui la réalisent, déterminer les actions transmises dans la liaison entre 1 et 0.

1. Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente. Puis, réaliser le graphe d'analyse.
2. Sur le schéma cinématique, positionner les résultantes des glisseurs des actions mécaniques : du vérin, du ressort et de la pesanteur.
3. Isoler 1, et réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures en précisant leur modèle sous forme de torseur. Puis, appliquer le PFS au point O et en déduire, lorsque le mécanisme est à l'équilibre, l'expression du torseur des actions mécaniques effectivement transmises dans la liaison entre 1 et 0.
4. Préciser l'équation issue de l'application du PFS qui a permis de déterminer l'action à fournir par le vérin pour maintenir le mécanisme à l'équilibre.

## 2. Modélisation de certaines actions mécaniques typiques d'un véhicule.



Le GYROJET se déplace à vitesse constante (80 km/h) selon l'axe  $(A, \vec{x})$ .

Q2.1. Modéliser les actions mécaniques de 6 sur 2 en tenant compte des particularités du contact (cours + analyse du réel).

Q2.2. Modéliser les actions mécaniques de 5 sur 1 en tenant compte des particularités du contact (cours + analyse du réel + analyse de la fonction).

Q2.3. Appliquer la démarche statique à  $S = \{1+2+3+4\}$ .

Q2.4. Déterminer l'effort tangentiel moteur  $T_{5 \rightarrow 1}$ .

Données complémentaires :

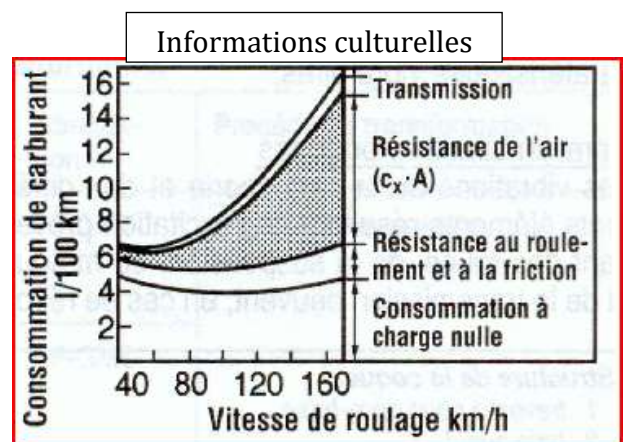
Coefficients de frottement :  $\mu_{av}=0,1$  et  $\mu_{ar}$  à définir.

Coefficient de résistance au roulement  $k_{av} = k_{ar} = 0,05 \text{ m}$ .

Masse volumique de l'air :  $\rho = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$ .

Coefficient de traînée :  $c_x = 0,4$ .

Surface du maître couple :  $S=1,1 \text{ m}^2$  et le centre de poussée de la résultante aérodynamique est posé en G.



$$\vec{AG} = L \cdot \vec{x} + h \cdot \vec{y} = 0,9 \cdot \vec{x} + 0,25 \cdot \vec{y}$$

### 3. Tourelle de pelle hydraulique

Le pivotement des tourelles de pelle hydraulique est réalisé par l'engrènement au point  $I$  d'un petit pignon  $1$  entraîné par un moteur hydraulique (couple noté  $C_m$ ) avec une grande couronne  $2$  solidaire de la tourelle.

Exigence	Critère	Niveau
Limitier les actions mécaniques de commande	$C_m$	$C_m < C_{max}$

**Données :**

Les effets dynamiques dus au mouvement de rotation de la tourelle sont modélisés par le torseur connu suivant :

$$\{T_{(ed \rightarrow 2)}\}_G : \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{ed \rightarrow 2}} = M \cdot l \cdot (\dot{\theta}^2 \cdot \vec{x}_1 + \ddot{\theta} \cdot \vec{z}_1) \\ \overrightarrow{M_{ed \rightarrow 2}}(G) = -J \cdot \ddot{\theta} \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_{B_1}$$

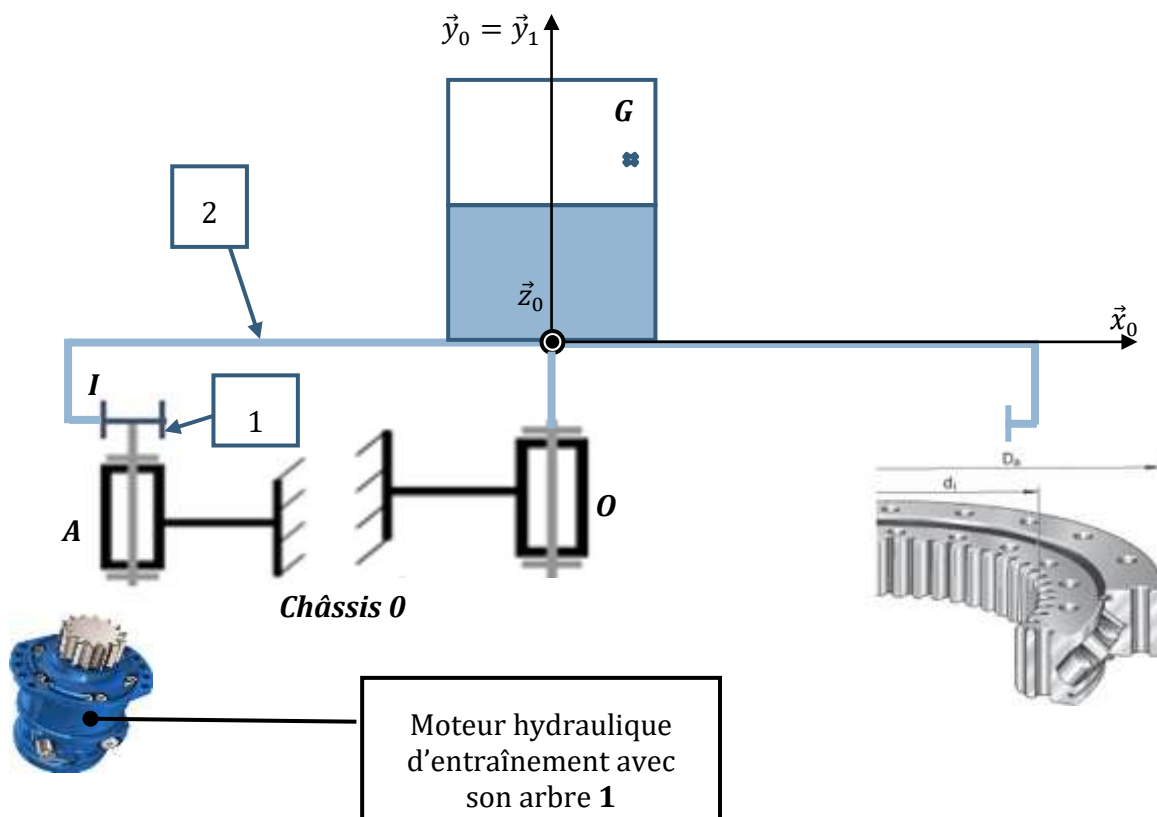
$$\overrightarrow{OG} = l \cdot \vec{x}_1 + h \cdot \vec{y}_0 ; \quad \overrightarrow{OA} = -L \cdot \vec{x}_0 + h \cdot \vec{y}_0 ;$$

$$\overrightarrow{AI} = -r \cdot \vec{x}_0 + a \cdot \vec{y}_0 ; \quad \theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$$

La masse de la tourelle est notée  $M$ .

Q1. Tracer le graphe de structure.

Q2. Développer une démarche pour déterminer l'expression littérale de  $C_m$ .



## 4. POUSSÉE D'ARCHIMÈDE

La salinité de la mer morte, de masse volumique  $\rho_m = 1240 \text{ kg/m}^3$ , permet à une personne de flotter les bras et la tête hors de l'eau tout en étant couchée.

La masse volumique moyenne du corps humain est  $\rho_{ch} = 985 \text{ kg/m}^3$ .

Q4.1. Déterminer le Volume  $V_e$  émergeant pour une personne de 80 kg ?

Latitude 31° 30' Nord  
Longitude 35° 30' Est

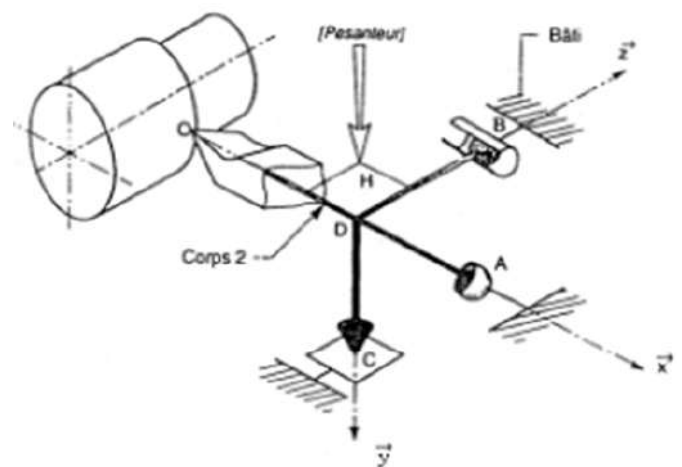


## 5. Porte-outil dynamique

La figure ci-dessous représente dispositif utilisé pour évaluer les efforts de coupe dans une opération de tournage.

Il est constitué d'un support d'outil (2), mis en position dans le bâti (1) du tour par trois liaisons :

- Une rotule de centre A tel que  $\overrightarrow{OA} = a. \vec{x}$  ;
- Une linéaire annulaire de centre B, tel que  $\overrightarrow{OB} = d. \vec{x} + b. \vec{z}$ , et de direction  $\vec{x}$  ;
- Une ponctuelle de centre C tel que  $\overrightarrow{OC} = d. \vec{x} + c. \vec{y}$  et de normale  $\vec{y}$  ;
- Des capteurs placés en A, B et C permettent de mesurer les différentes composantes des efforts de liaison.



On se propose de déterminer, grâce au PFS, les relations à implémenter dans le logiciel d'acquisition des capteurs pour calculer les actions mécaniques de coupe inconnue en O, modélisée par le torseur.

$$\{T_{(1 \rightarrow 2)}\}_O : \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_B$$

Q5.1. Construire le graphe de structure..

Q5.2. Appliquer la démarche du PFS à 2 et déterminer les expressions des coordonnées de  $\{T_{(1 \rightarrow 2)}\}$ .

Remarque : Le poids de 2 est supposé négligeable devant les autres efforts.

## 6. CONSOLE PORTANTE DE BATEAU (VERMEER MARINE) d'après Châteaubriant (Rennes)

On s'intéresse à une console portante de bateau destinée à mettre les bateaux à l'eau ou à les en retirer à partir d'un quai dans les ports de plaisance (voir vidéo de mise en situation sur site internet).

Ce mécanisme, dont le modèle est représenté par son schéma cinématique ci-dessous, est constitué :

- d'un support 0 de repère associé  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  ;
- d'un ensemble 1 (console + câbles + bateau), de repère associé  $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , de masse maximale  $m=4000\text{kg}$  et de centre de gravité G tel que  $\vec{OG} = a \vec{x}_1 + b \vec{z}_1$  avec  $a=6\text{m}$  et  $b=4\text{m}$ .

La liaison pivot entre 0 et 1 est motorisée. On notera  $C_{01}$  le couple exercé par cette motorisation (moteur + réducteur de vitesse).

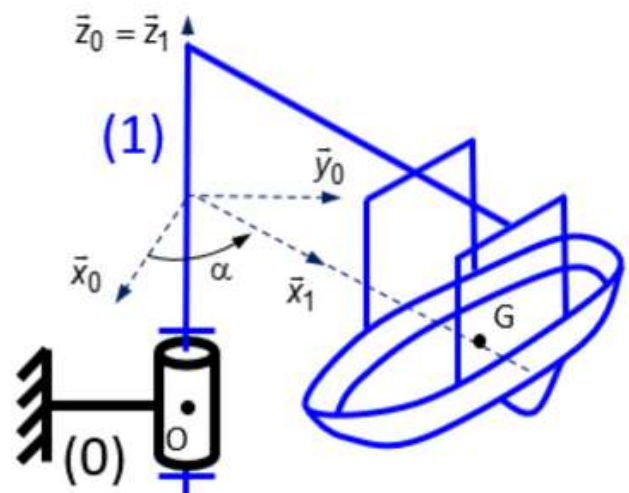


### Hypothèses

Les liaisons sont supposées parfaites.

Une étude de mécanique des fluides a permis de modéliser l'action du vent sur le bateau dans les conditions les plus défavorables :

$$\left\{ T_{\text{vent} \rightarrow 1} \right\}_G = \left\{ \begin{array}{c} -F_{\text{vent}} \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\} \text{ avec } F_{\text{vent}} = 1500 \text{ daN.}$$



**Objectif** : afin de dimensionner les constituants qui la réalisent, déterminer les actions transmises dans la liaison entre 1 et 0.

1. Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente. Puis, réaliser le graphe d'analyse ainsi que les figures de changement de base.
2. Sur le schéma cinématique, positionner les résultantes des glisseurs des actions mécaniques du vent et de la pesanteur, ainsi que le couple de l'action mécanique du motoréducteur.
3. Isoler 1, et réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures en précisant leur modèle sous forme de torseur (NB : le torseur des actions mécaniques transmissibles dans la liaison entre 1 et 0 sera écrit dans la base 1). Puis, appliquer le PFS au point O et en déduire, lorsque le mécanisme est à l'équilibre, l'expression du torseur des actions mécaniques effectivement transmises dans la liaison entre 1 et 0. Faire l'application numérique.
4. Préciser l'équation issue de l'application du PFS qui a permis de déterminer l'action à fournir par la motorisation pour maintenir le mécanisme à l'équilibre.

## 7. TABLEAU DE CHARGE D'UN VÉHICULE DE TRANSPORT

Pour respecter la réglementation sur la charge par essieu, il est nécessaire de connaître le **tableau de charge** du véhicule. Ce tableau (affiché dans la cabine) indique au chauffeur les positions limites dans lesquelles on pourra déposer le chargement, de poids  $P_2$ , sur son plateau arrière. Le but de ce problème est de construire ce tableau de charge.

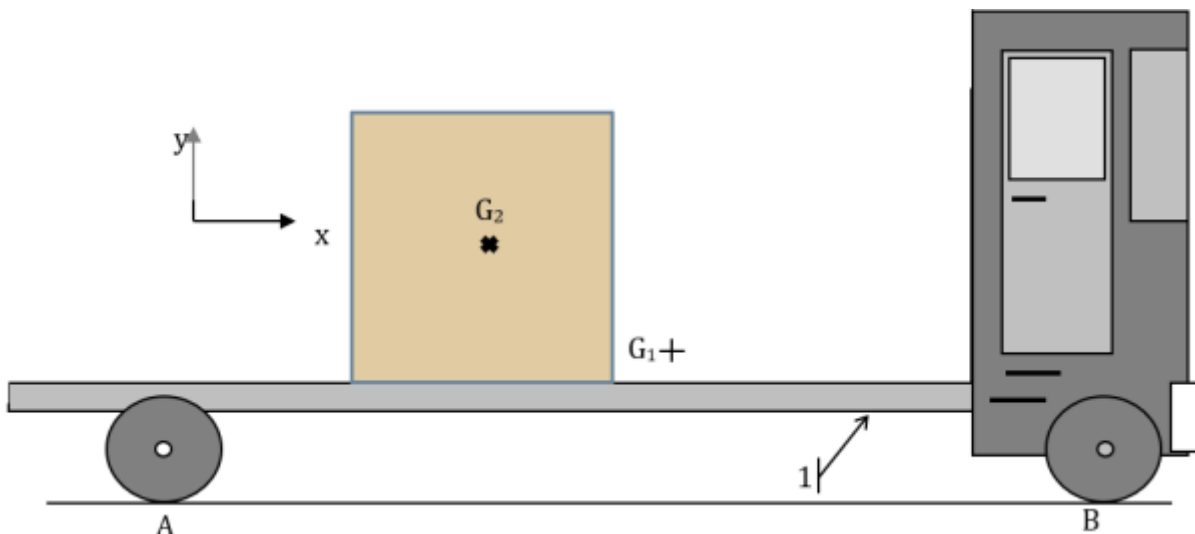


Les frottements sont négligés, le véhicule est à l'arrêt sur un sol plat.

### Données :

Géométrie	Définition des solides	Description des liaisons	Actions mécaniques de pesanteur
$\overrightarrow{AG_2} = x_2 \cdot \vec{x} + y_2 \cdot \vec{y}$ $\overrightarrow{AG_1} = a \cdot \vec{x} + h \cdot \vec{y}$ $\overrightarrow{AB} = e \cdot \vec{x}$ $a = 2,6 ; h = 1 ;$ $e = 4,6 \text{ (m)}$	Le solide 1 est composé du véhicule à vide et présente un plan $\pi : (G_1, \vec{x}, \vec{y})$ de symétrie matérielle. Le solide 2 est constitué du chargement.	Ponctuelles de normales $\vec{y}$ en A et B.	Le poids du véhicule à vide est $P_1 = 78234 \text{ N}$ appliqué en $G_1$ . Le poids du chargement 2 est $P_2$ appliqué en $G_2$ .

### Schéma :



### Réglementation : Véhicule à l'arrêt sur sol plat

Charge maxi sur l'essieu directeur :  $P_B = 7000 \text{ daN}$

Charge maxi sur le pont :  $P_A = 11300 \text{ daN}$ .

Par ailleurs, pour garantir une bonne manœuvrabilité du véhicule, l'effort sur l'essieu avant sera au moins égale à **25% du poids total du véhicule ( $P_1 + P_2$ )**.

Q7.1. Sous quelle condition, liée à  $P_2$ , le problème sera-t-il plan ?

Q7.2. Appliquer la démarche statique au véhicule avec son chargement.

Q7.3. Montrer que les actions mécaniques du sol sur les roues s'expriment par les relations suivantes :

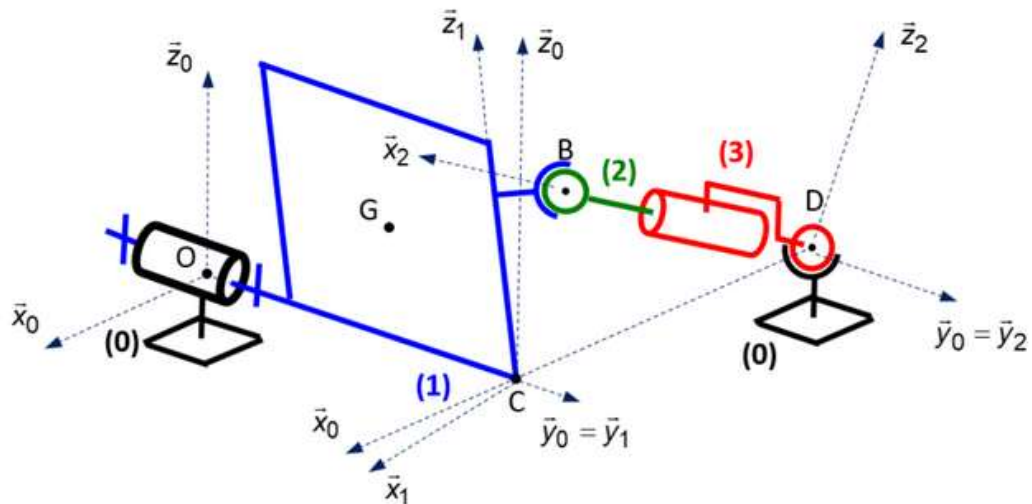
$$Y_A = \frac{e - a}{e} \cdot P_1 + \left(1 - \frac{x_2}{e}\right) \cdot P_2$$

$$Y_B = \frac{a}{e} \cdot P_1 + \frac{x_2}{e} \cdot P_2$$

Q7.4. Déduire trois inégalités assurant le respect de la réglementation sur la charge par essieu.

Q7.5. Tracer dans un diagramme  $(P_2; x_2)$  le domaine de charge du véhicule.

## 8. TRAPPE DE DÉSENFUMAGE d'après Châteaubriant (Rennes)



### Hypothèses

Les liaisons sont supposées parfaites.

Les poids du corps et de la tige de vérin sont négligés devant les autres actions mécaniques.

Les bâtiments ayant pour surface plus de 300 m<sup>2</sup> doivent obligatoirement intégrer des trappes de désenfumage, afin d'évacuer les fumées en cas d'incendie.

Suite à une alarme, ces trappes doivent s'ouvrir automatiquement.

Ces trappes peuvent être situées au plafond, ou faire office de fenêtre dans un mur.

L'étude suivant porte sur une trappe/fenêtre.

Ce mécanisme, dont le modèle est représenté par son schéma cinématique ci-dessous, est constitué :

- d'un châssis 0 de repère associé  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  ;
- d'une trappe/fenêtre 1, de repère associé  $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , tel que  $\theta = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ , de masse  $m$  et de centre de gravité  $G$  tel que  $\vec{OG} = a \vec{y}_1 + h \vec{z}_1$  ;
- d'un vérin 2-3 assurant la rotation de la trappe 1, de repère associé  $R_2 = (D, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , tel que  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$ . On notera  $F_{01}$  la force exercée par ce vérin, et  $\vec{OD} = 2a \vec{y}_0 - e \vec{x}_0$ .
- d'un ressort de torsion placé entre 0 et 1, permettant d'assurer la fermeture de la trappe lorsqu'aucune alarme n'est détectée (il plaque la fenêtre vers  $-\vec{y}_0$ ), tel que  $k$  est sa raideur,  $\theta$  son angle, et  $\theta_0$  son angle à vide ( $\theta_0 < 0$ ).

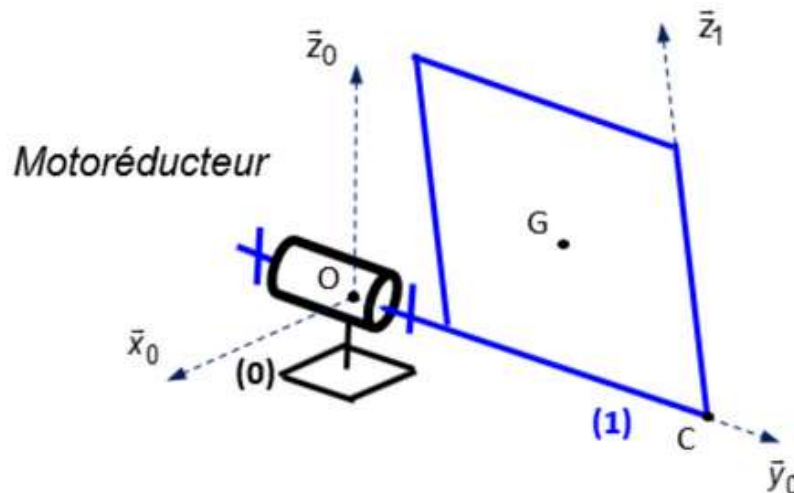


Par ailleurs,  $\vec{DB} = \lambda \vec{x}_2$  et  $\vec{GB} = a \vec{y}_1 - d \vec{x}_1$  et  $(a, h, e, d)$  sont des constantes positives.

Les points B, C et D sont dans le plan  $(C, \vec{z}_0, \vec{x}_0)$ .

**Objectif :** afin de dimensionner les constituants qui la réalisent, déterminer les actions transmises dans la liaison entre 1 et 0.

1. Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente. Puis, réaliser le graphe d'analyse ainsi que les figures de changement de base.
2. Sur le schéma cinématique, positionner les résultantes des glisseurs des actions mécaniques du vérin et de la pesanteur, ainsi que le moment de l'action mécanique du ressort de torsion.
3. Isoler 1, et réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures en précisant leur modèle sous forme de torseur (NB : le torseur des actions mécaniques transmissibles dans la liaison entre 1 et 0 sera écrit dans la base 0). Puis, appliquer le PFS au point O et en déduire, lorsque le mécanisme est à l'équilibre, l'expression du torseur des actions mécaniques effectivement transmises dans la liaison entre 1 et 0. Enfin, en changeant de base d'expression pour certaines composantes de ce torseur, déduire son expression la plus simple.
4. Préciser l'équation issue de l'application du PFS qui a permis de déterminer l'action à fournir par le vérin pour maintenir le mécanisme à l'équilibre.

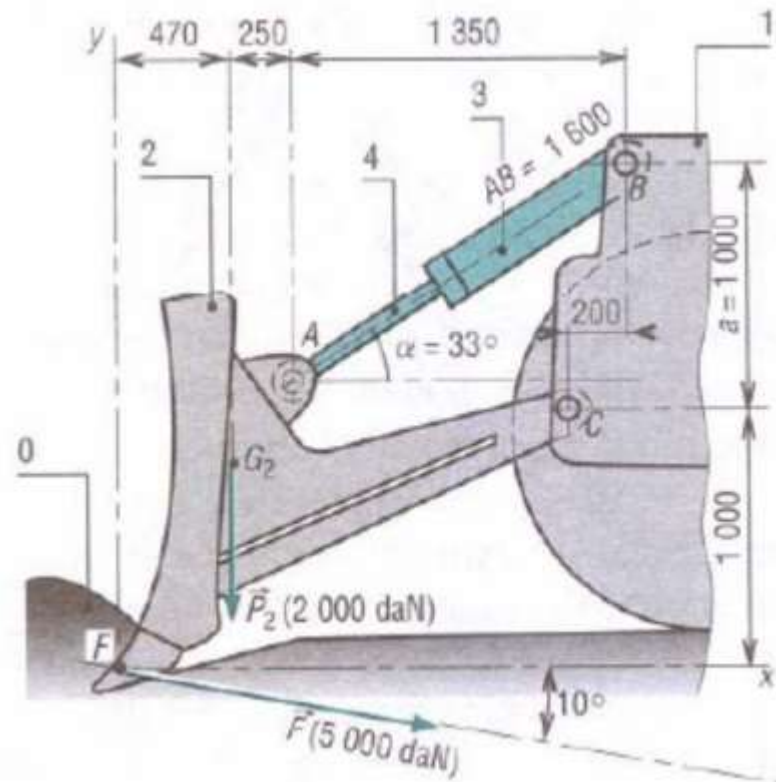


Le concepteur du système souhaite remplacer le vérin par un motoréducteur. On notera  $C_{01}$  le couple exercé par cette motorisation (moteur + réducteur de vitesse).

Le schéma cinématique du système est alors le suivant :

5. Réaliser le nouveau graphe d'analyse.
6. Sur le schéma cinématique, positionner la résultante du glisseur de l'action mécanique de la pesanteur, ainsi que les couples des actions mécaniques du motoréducteur et du ressort de torsion.
7. Isoler 1, et réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures en précisant leur modèle sous forme de torseur (NB : le torseur des actions mécaniques transmissibles dans la liaison entre 1 et 0 sera écrit dans la base 0). Puis, appliquer le PFS au point O et en déduire, lorsque le mécanisme est à l'équilibre, l'expression du torseur des actions mécaniques effectivement transmises dans la liaison entre 1 et 0.
8. Préciser l'équation issue de l'application du PFS qui a permis de déterminer l'action à fournir par le motoréducteur pour maintenir le mécanisme à l'équilibre.

## 9. Efforts dans le dispositif avant d'un boueur



La figure représente schématiquement la **lame** d'un compacteur utilisé sur les chantiers pour tasser et égaliser les sols.

Il s'agit du solide **2** qui est articulé en **C** sur le châssis **1** de l'engin et qui est manoeuvré en **A** par un vérin hydraulique **3 + 4** (**3** = corps, **4** = tige), lui-même articulé en **B** sur le châssis **1**.

Les liaisons en **A**, **B** et **C** sont des liaisons pivots.

On se place dans le plan de symétrie de l'appareil rapporté au repère fixe  $(F, \vec{x}, \vec{y})$ .

La lame est en équilibre dans ce repère.

$\vec{P}_2$  est le poids de la lame, appliqué en  $G_2$  et de module 20 000 N.

$\vec{F}$  est la force appliquée au point  $F$  qui représente l'action du sol sur la lame. Son module est 50 000 N.

1. Calculer les composantes de  $F$  dans la base  $(\vec{x}, \vec{y})$

2. On considère le vérin comme un solide indéformable, de poids négligeable, en équilibre dans la position de la figure.

a) Justifier alors qu'il exerce sur la lame **2** une force  $T$  appliquée en  $A$  et dirigée suivant la direction  $AB$ .

b) Si  $T$  est l'intensité de cette force, écrire les composantes du vecteur  $\vec{T}$  dans la base  $(\vec{x}, \vec{y})$ .

3. Soient  $X_C$  et  $Y_C$  les composantes de la force exercée par le châssis sur la lame au niveau de la liaison pivot en  $C$ .

a) Ecrire deux équations vectorielles qui traduisent le principe fondamental de la statique appliqué au solide **2**.

b) En déduire trois équations scalaires qui portent sur les trois inconnues  $T$ ,  $X_C$  et  $Y_C$ .

c) Résoudre ce système et calculer la valeur des inconnues.