Exercice 6 : Robot LOLA

Pour ce type de problème, demandant une démonstration, la méthode, me semble-t-il, est de revenir aux fondamentaux (lois, …).

Concernant la question Q6.1 :

Il faut montrer qu'il existe un point où le moment de $sol \rightarrow pied$ est nul.

Le moment de cette densité d'effort en un point P d'abscisse y_P quelconque est :

$$\overrightarrow{M_{sol\rightarrow pied}(P)} = \int_{O_S}^{C_S} \overrightarrow{PM} \wedge \overrightarrow{df(M)} = \int_{O_S}^{C_S} (\overrightarrow{PO_S} + \overrightarrow{O_S M}) \wedge \overrightarrow{df(M)} = b.\int_{O_S}^{C_S} (-y_P + y).\overrightarrow{y_0} \wedge p(y).dy.\overrightarrow{z_0}$$

$$= -y_P.b.\int_{O_S}^{C_S} p(y).dy.\overrightarrow{x_0} + b.\int_{O_S}^{C_S} y.p(y).dy.\overrightarrow{x_0} \ \ et\ ces\ deux\ termes\ sont\ selon\ \overrightarrow{x_0}$$

Par ailleurs, $\int_{O_S}^{C_S} p(y).dy\ \ et\ \ \int_{O_S}^{C_S} y.p(y).dy\ sont\ positifs\ car\ la\ distribution\ p(y)\ l'est.$

L'équation scalaire $-y_P.\int_{O_S}^{C_S} p(y).dy. + \int_{O_S}^{C_S} y.p(y).dy$ (du type $-y_P.a + b$) a une solution, comme toute équation du 1er degré, en note H_S le point qui annule cette équation et $y_{H_S} = \frac{\int_{O_S}^{C_S} y.p(y).dy}{\int_{O_S}^{C_S} p(y).dy} \geq 0$

(H_S *est* à *droite du point* O_S)

On prouve ainsi l'existence du point H_S tel que $\overrightarrow{M_{sol\rightarrow pied}(H_S)} = \vec{0}$

(On remarque que $b.\int_{O_S}^{C_S} p(y).dy$ est l'effort résultant (en valeur algébrique))

Concernant la question Q6.2,

on peut majorer l'intégrale au numérateur car $y \leq y_{Cs}$ $(abscisse\ du\ point\ Cs)$ et affirmer que

$\int_{O_S}^{C_S} y.p(y).dy \leq \int_{O_S}^{C_S} y_{Cs}.p(y).dy\ en\ conséquence, y_{H_S} \leq \frac{\int_{O_S}^{C_S} y_{Cs}.p(y).dy}{\int_{O_S}^{C_S} p(y).dy} = \frac{y_{Cs}.\int_{O_S}^{C_S} p(y).dy}{\int_{O_S}^{C_S} p(y).dy} = y_{Cs}$

et finalement $\mathbf{0 \leq y_{H_S} \leq y_{Cs}}$.

La question Q6.3 est similaire. La densité d'effort présente également une composante tangentielle (frottement).