



C15 – Transmissions de puissance

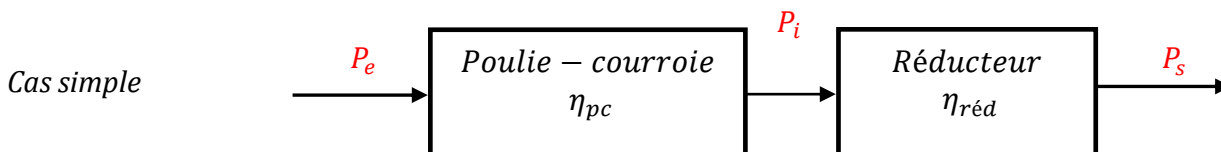
1. CADRE INITIAL	1
2. TRAINS D'ENGRENAGES CLASSIQUES A AXES PARALLÈLES	2
3. TRAINS ÉPICYCLOÏDAUX.....	3
4. TRANSMISSIONS HYDRAULIQUES DE PUISSANCES	9

1. CADRE INITIAL

Les actionneurs doivent entraîner l'ensemble de la chaîne cinématique correspondant aux fonctions convertir, adapter-transmettre et agir de la chaîne d'énergie. Les frottements, les inerties et la charge sur le récepteur sont pris en compte pour dimensionner l'actionneur. On parle de transmission de la puissance.

Globalement, les pertes de puissances sont prises en compte par le **rendement** de la transmission de puissance entre les **puissances entrante et sortante** qui peut être le produit des rendements des composants la constituant.

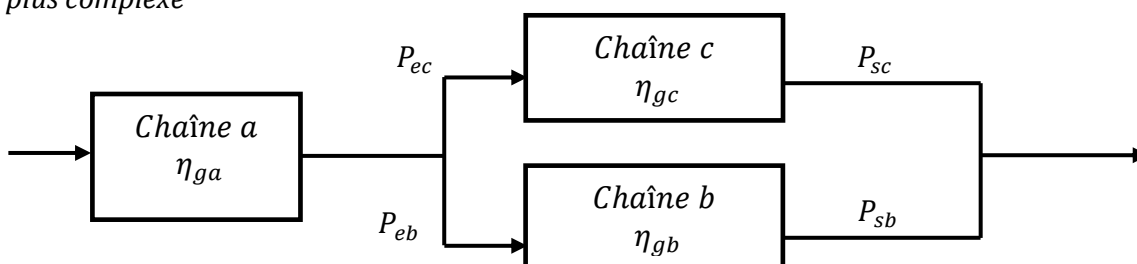
Exemples de transmissions :



$$\text{Rendement global : } \eta_g = \frac{P_s}{P_e}$$

$$\eta_g = \frac{P_i}{P_e} \cdot \frac{P_s}{P_i} = \eta_{pc} \cdot \eta_{réd} \quad \text{ou bien} \quad P_e = \frac{P_s}{\eta_g}$$

Cas plus complexe



On peut utiliser des puissances intermédiaires. Partant de l'entrée,

$$P_e \cdot \eta_{ga} = P_{ec} + P_{eb} \quad \text{par ailleurs,} \quad P_{ec} = \frac{P_{sc}}{\eta_{gc}} \quad \text{et} \quad P_{eb} = \frac{P_{sb}}{\eta_{gb}} \quad \text{avec} \quad P_s = P_{sc} + P_{sb}$$

$P_e = \frac{1}{\eta_{ga}} \cdot \left(\frac{P_{sc}}{\eta_{gc}} + \frac{P_{sb}}{\eta_{gb}} \right)$ et il n'y a d'expression directe entre P_e et P_s si on ne connaît pas la répartition de P_s entre P_{sc} et P_{sb} .

2. TRAINS D'ENGRENAGES CLASSIQUES A AXES PARALLÈLES

Engrènement à contact extérieur (changement de sens de rotation)

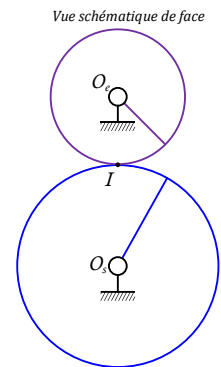
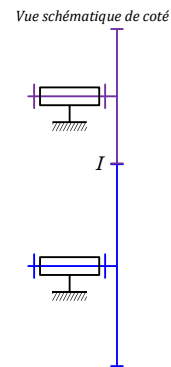
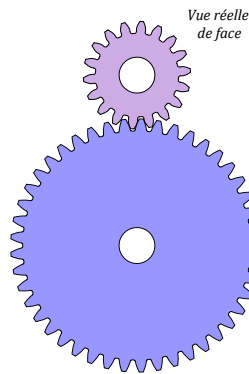
En considérant deux roues dentées e et s , de nombre de dents respectifs Z_e et Z_s , en rotation par rapport à un bâti 0 et de rendement de transmission η , on trouve :

La relation des vitesses :

$$\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = -\frac{Z_e}{Z_s}$$

La relation sur les couples (avec frottements) :

$$\frac{C_s}{C_e} = +\eta \cdot \frac{Z_s}{Z_e}$$



$$\eta_g = \frac{P_s}{P_e} = \left| \frac{C_s \cdot \omega_{s/0}}{C_e \cdot \omega_{e/0}} \right| = \eta$$

Engrènement à contact intérieur (même sens de rotation)

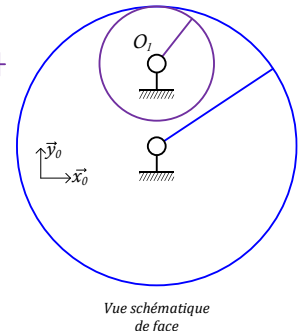
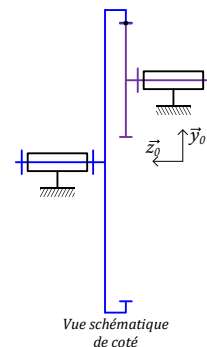
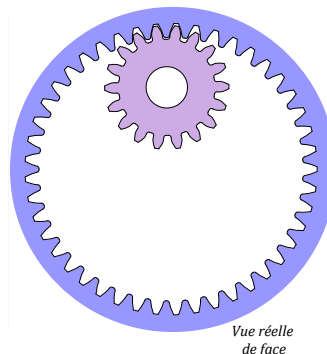
En considérant deux roues dentées e et s de nombre de dents respectifs Z_e et Z_s , et de rendement de transmission η , on trouve:

La relation des vitesses :

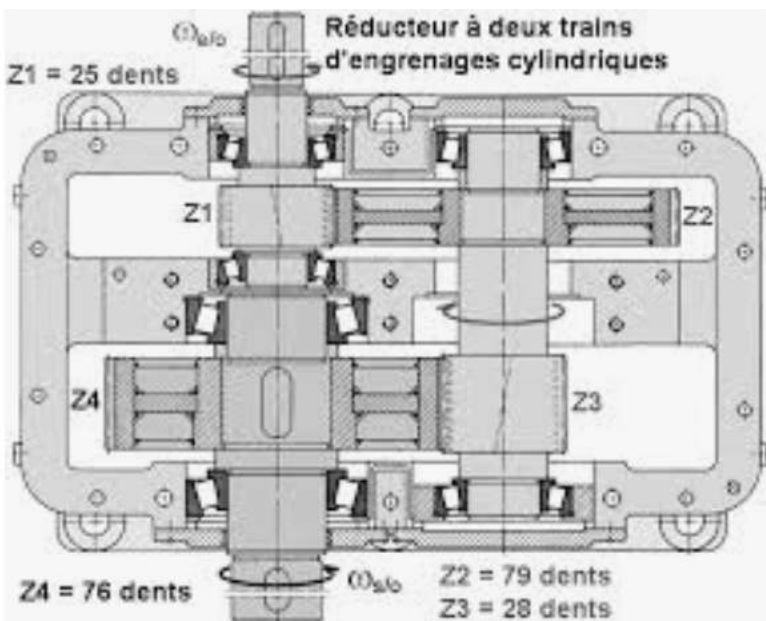
$$\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = +\frac{Z_e}{Z_s}$$

La relation sur les couples (avec frottements) :

$$\frac{C_s}{C_e} = -\eta \cdot \frac{Z_s}{Z_e}$$



Train d'engrenages classique



$$\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} \cdot \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{2/0}} \cdot \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{3/0}}$$

On décompose tranquillement !

$$\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \left(-\frac{Z_1}{Z_2}\right) \cdot 1 \cdot \left(-\frac{Z_3}{Z_4}\right) = (-1)^2 \cdot \left(\frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_3}{Z_4}\right)$$

$$\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = (-1)^n \cdot \left(\frac{\text{Produit } Z_{\text{roues menantes}}}{\text{Produit } Z_{\text{roues menées}}} \right) = r$$

n : nombre de contacts extérieurs

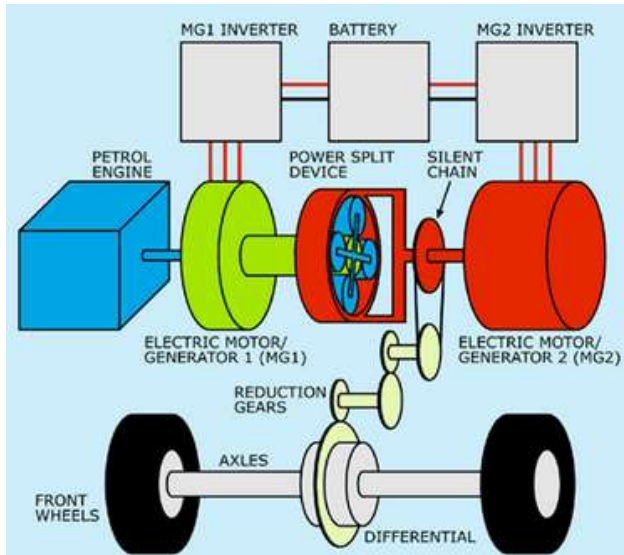
r : rapport de réduction $\left(\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}}\right)$

$$\text{Et, } \left| \frac{C_s}{C_e} \right| = \left| \frac{1}{r} \right| \cdot \eta_{12} \cdot \eta_{34} = \left| \frac{1}{r} \right| \cdot \eta_g$$

3. TRAINS ÉPICYCLOÏDAUX

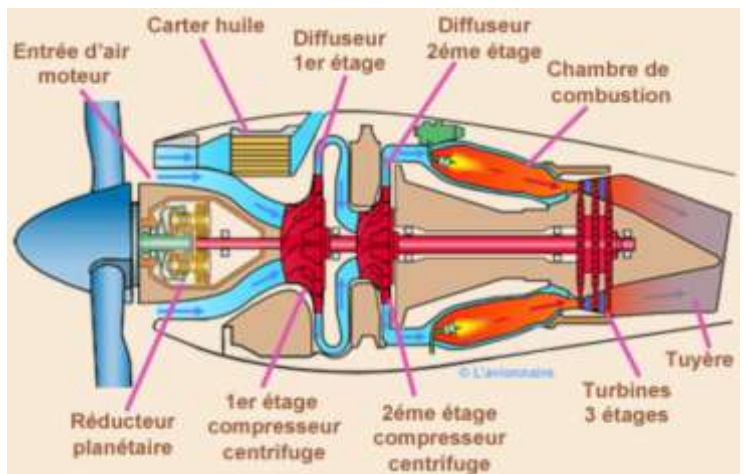
Les dispositifs à trains épicycloïdaux ou trains planétaires combinent de nombreux avantages et sont utilisés dans tous les domaines industriels :

Utilisation en sommateur et/ou répartiteur de puissance (véhicule hybride)



Grâce à l'existence de **3 axes principaux coaxiaux**.

Utilisation en réducteur (réducteur entre la turbine et l'hélice)



Grande compacité pour une réduction importante et axes coaxiaux.

3.1. Définitions et dispositions constructives

3.1.1. Définition



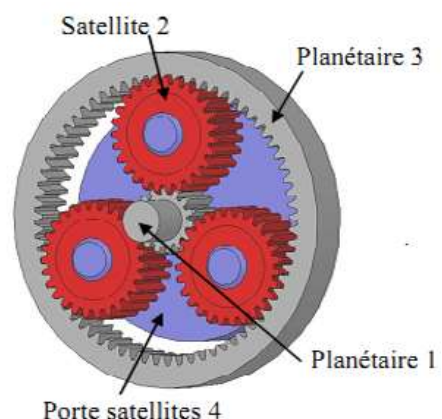
Un train épicycloïdal est composé d'organes rotatifs dont au moins un élément, appelé satellite, est susceptible de prendre deux mouvements de rotation indépendants : une rotation autour de son axe propre et une rotation par rapport à l'axe général du système.

3.1.2. Vocabulaire : planétaire, satellites et porte satellite

Le train épicycloïdal est constitué de **3 éléments principaux** (*planétaires et/ou couronnes 1 et 3, porte-satellite 4*) **en lien avec l'extérieur** qui permettent d'échanger la puissance mécanique **et de satellites (2)**. Les satellites sont montés sur le porte-satellites. Les planétaires sont les deux éléments dentés en contact avec les dents des satellites.



Attention : Le porte-satellites supporte les satellites mais n'a pas de dentures propres.





L'utilisation de plusieurs satellites ne change rien à la cinématique du train épicycloïdal. Ils sont ajoutés pour supprimer les efforts radiaux sur les arbres et répartir les efforts sur les dentures.

3.1.3. Dispositions constructives

Un train épicycloïdal est dit **plan** si tous les axes sont parallèles. La grande majorité sont plans (roue de camion, treuil, motoréducteur, ...). Il existe 4 configurations de train épicycloïdal plan.

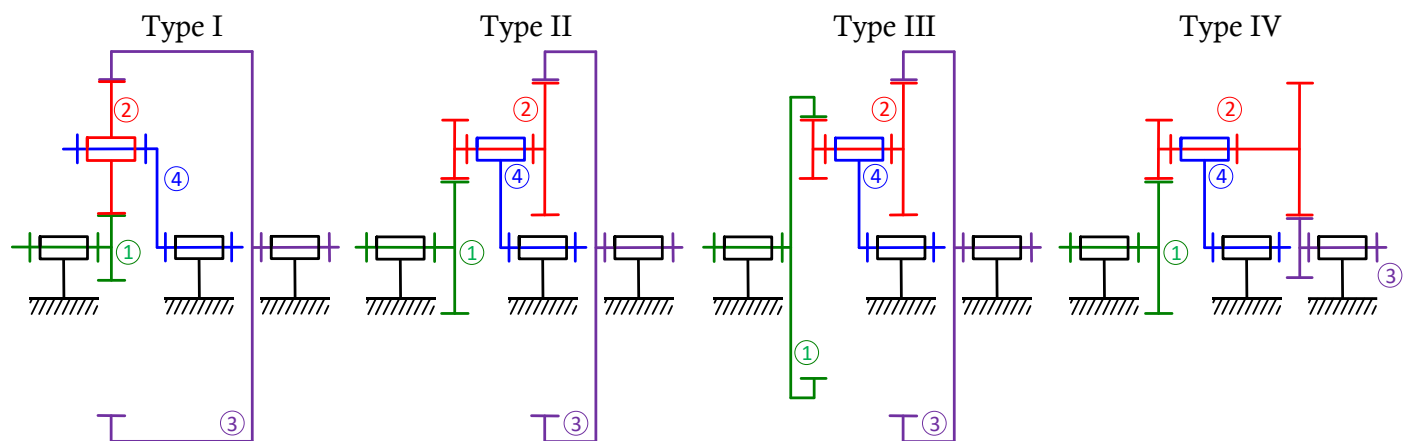


Pour les trains épicycloïdaux plans, les planétaires ou le porte-satellite peuvent être l'arbre d'entrée ou de sortie mais généralement pour la majorité des cas, un des deux planétaires est l'entrée alors que l'autre est fixe et le porte satellite est la sortie.



Par rapport aux trains d'engrenages simples, les trains épicycloïdaux plans ont l'arbre de sortie et d'entrée alignés et des rapports de réduction élevés. La mise en série de plusieurs trains épicycloïdaux permet d'obtenir de grands rapports de réduction avec un encombrement relativement faible. Ils sont par contre plus chers et plus difficiles à réaliser.

Les 4 configurations de trains épicycloïdaux **plans** sont :



Exemple de



satellites-double

Remarque : Un train épicycloïdal est dit **sphérique** si tous les axes sont concourants, on y retrouve donc des engrenages coniques (différentiel de voiture, ...). Ce type de train particulier est abordé en partie 3.3.4.

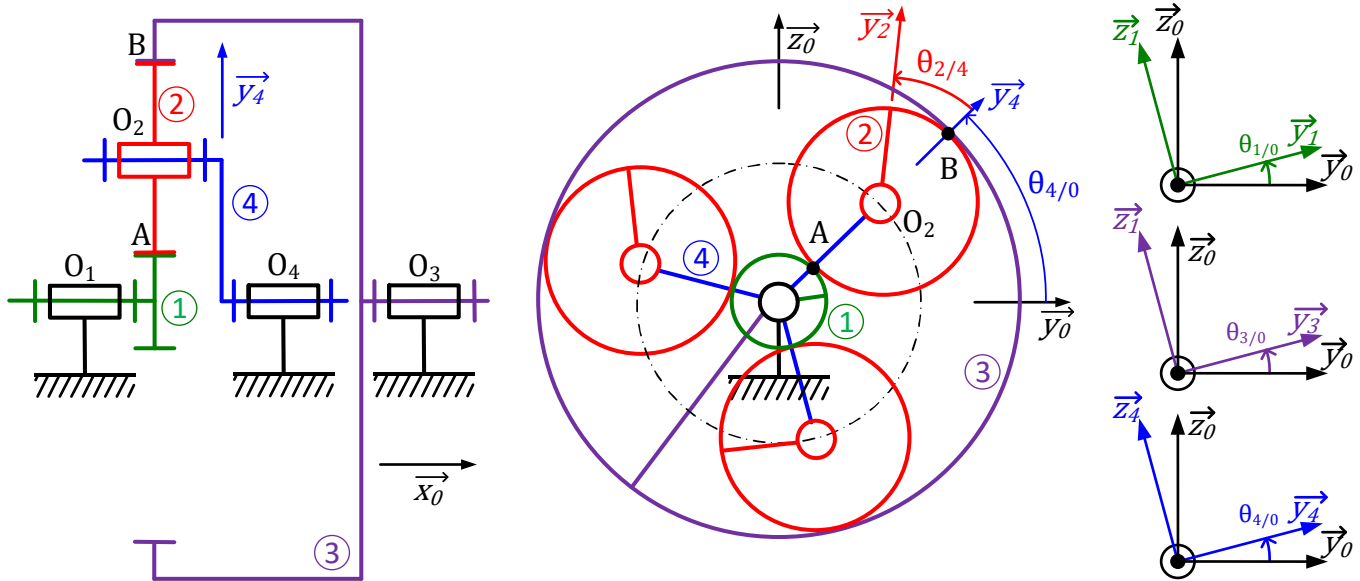
3.1.4. Méthode de détermination de la relation d'entrée-sortie entre les vitesses des éléments principaux d'un train épicycloïdal (par cœur).

C'est une démarche en deux étapes :

- **Etape 1** : détermination complète de la **relation générale et de la raison de base λ** (relation de Willis) entre les vitesses des 3 éléments principaux $\omega_{1/0}$, $\omega_{3/0}$ et $\omega_{4/0}$ selon le type de train ;
- **Etape 2** : détermination de la **loi d'entrée-sortie selon l'utilisation** effective du train épicycloïdal.

Le même train épicycloïdal et trois utilisations différentes <https://skfb.ly/69BZF>

3.2. Relation de Willis



La **relation de Willis** correspond à la relation entre les vitesses de rotation des trois composants principaux par rapport au référentiel du bâti. Pour déterminer cette relation, on peut écrire les conditions de roulement sans glissement aux points de contact A et B.

La vitesse de rotation des satellites (éléments internes du train) ne nous intéresse pas. Mais les conditions cinématiques (RSG en A et B) permettraient également de déterminer la vitesse instantanée de rotation des satellites ($\dot{\theta}_{24}$) utile pour le dimensionnement du guidage en rotation.

3.2.1. Obtention de Willis à partir de la transmission du mouvement entre les deux planétaires (Etape 1)

On remarque que si l'on observe le mouvement dans le référentiel du porte-satellites 4 (PS), chaque roue tourne autour d'axes fixes par rapport à ce référentiel. On peut donc écrire la loi entrée-sortie d'un train d'engrenages classique avec le PS équivalent à un bâti (produit de rapports de nombre de dents) dans ce référentiel en prenant les planétaires 1 et 3 comme entrée et sortie. Pour le train de type I vu précédemment, on trouve directement (on note dorénavant $\dot{\theta} = \omega$) :

$$\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = (-1)^1 \cdot \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_2}{Z_3} = -\frac{Z_1}{Z_3} = \lambda_I \quad (\lambda_I \text{ raison de base des trains I } \neq \text{ du rapport de réduction})$$

Puis en écrivant la composition de mouvement sur les vecteurs vitesses instantanées de rotation on retrouve la formule de Willis :

$$\lambda_I = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

Vous utiliserez la relation de Willis directement (on ne redémontre pas la formule de Willis sauf si c'est explicitement demandé) :

$$\frac{\omega_{\text{Planétaire}/\text{PS}}}{\omega_{\text{Planétaire}'/\text{PS}}} = (-1)^n \cdot \frac{Z_{\text{Planétaire}'}}{Z_{\text{Satellite}'}} \cdot \frac{Z_{\text{Satellite}}}{Z_{\text{Planétaire}}}$$

Avec n le nombre de contacts extérieurs

$$\text{Et, } \frac{\omega_{\text{Planétaire}/\text{PS}}}{\omega_{\text{Planétaire}'/\text{PS}}} = \frac{\omega_{\text{Planétaire}/0} - \omega_{\text{PS}/0}}{\omega_{\text{Planétaire}'/0} - \omega_{\text{PS}/0}}$$

Généralisation : Déterminer la formule de Willis dans le cas des trains de type II, III et IV.

Train de type II	Train de type III	Train de type IV
$\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = (-1)^1 \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_3}$	$\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = (-1)^0 \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_3}$	$\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = (-1)^2 \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_3}$
$\lambda_{II} = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = -\frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_3}$	$\lambda_{III} = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_3}$	$\lambda_{IV} = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_3}$

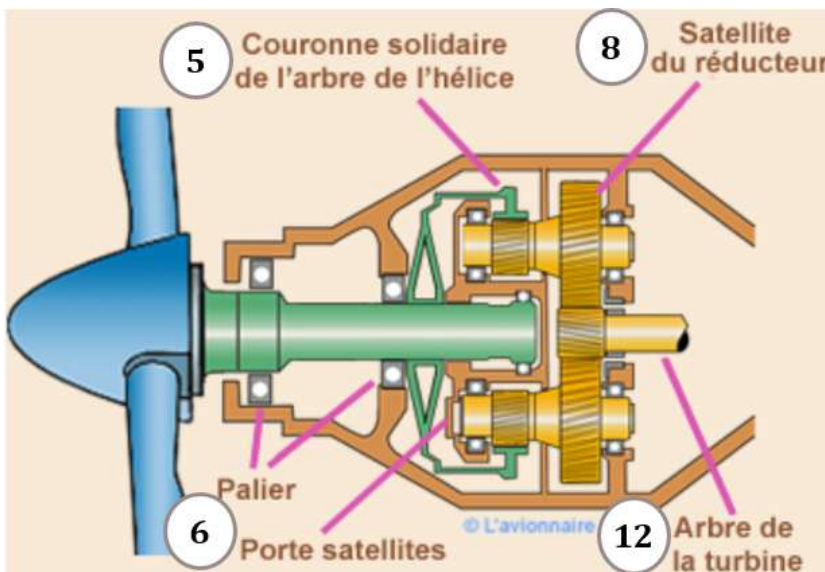


Pour utiliser un train épicycloïdal plan en réducteur, il faut imposer nulle la vitesse de rotation, de **l'un des trois axes**, par rapport au bâti (θ_{10} , θ_{30} , ou θ_{40}). Le choix dépend de l'utilisation souhaitée.

Attention : Il faut savoir identifier les 4 composants du train épicycloïdal car la numérotation de ceux-ci n'est généralement pas celle du cours (voir applications).

3.3. Applications-utilisations

3.3.1. Réducteur de vitesse (entre la turbine et l'hélice)



Etape 1 : Identification du type de train et relation de Willis (le sens de l'écriture de la relation de Willis n'a pas d'importance).

$$\lambda_{II} = \frac{\omega_{5/6}}{\omega_{12/6}} = \frac{\omega_{5/0} - \omega_{6/0}}{\omega_{12/0} - \omega_{6/0}} = -\frac{Z_{12} \cdot Z_{8b}}{Z_{8a} \cdot Z_5}$$

ou bien
$$\lambda'_{II} = \frac{\omega_{12/0} - \omega_{6/0}}{\omega_{5/0} - \omega_{6/0}} = -\frac{Z_5 \cdot Z_{8a}}{Z_{8b} \cdot Z_{12}}$$

Etape 2 : Utilisation. L'entrée est le planétaire, la sortie est la couronne et le porte-satellites est fixe.

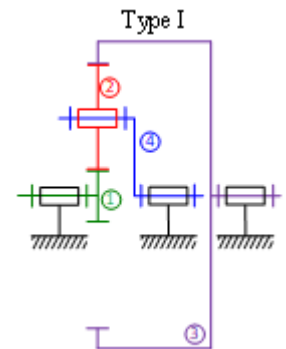
Par ailleurs, on a $Z_{12} = 25$ dents, $Z_5 = 117$ dents, $Z_{8a} = 60$ dents et $Z_{8b} = 30$ dents.

	Nom du composant	Calcul du rapport de réduction (Etape 2)
5	Couronne (Sortie)	$\frac{\omega_{12/0} - \omega_{6/0}}{\omega_{5/0} - \omega_{6/0}} = \frac{\omega_{e/0} - 0}{\omega_{s/0} - 0} = -\frac{Z_5 \cdot Z_{8a}}{Z_{8b} \cdot Z_{12}} = \lambda'_{II}$ $r = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{1}{\lambda'_{II}} = -\frac{1}{9,36}$
6	PS (lié au bâti) $\omega_{6/0} =$	
8	satellite	
12	Planétaire (Entrée)	

3.3.2. Boîte de vitesses automatiques

Le train épicycloïdal est une solution technique souvent utilisée dans les boîtes de vitesses. Il permet de transmettre plus de couple dans un encombrement moindre contrairement aux engrenages à axes parallèles. Il a aussi l'avantage de pouvoir changer le rapport de réduction en intervertissant l'élément bloqué, l'élément de sortie et celui d'entrée grâce à des freins et des embrayages (choix entre l'un des planétaires et le porte satellites).

Pour comprendre avec un exemple, revenons au train de type I avec les trois cas de blocage :



L'étape 1 donne :
$$\lambda_I = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

Etape 2 : Utilisations

Planétaire 1 freiné : $\omega_{1/0} = 0$

Porte-satellites 4 embrayé à la sortie

Planétaire 3 embrayé à l'entrée

Alors :
$$\frac{\omega_{e/0} - \omega_{s/0}}{0 - \omega_{s/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

D'où :
$$\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3}$$

Rapport de 2nd

Planétaire 3 freiné : $\omega_{3/0} = 0$

Porte-satellites 4 embrayé à la sortie

Planétaire 1 embrayé à l'entrée

Ainsi :
$$\omega_{e/0} \cdot \frac{Z_1}{Z_3} = \omega_{s/0} \left(1 + \frac{Z_1}{Z_3}\right)$$

D'où :
$$\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$$

Rapport de 1^{ère}

Porte-satellites 4 freiné : $\omega_{4/0} = 0$

Planétaire 3 embrayé à la sortie

Planétaire 1 embrayé à l'entrée

Donc :
$$\frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

Rapport de M Ar

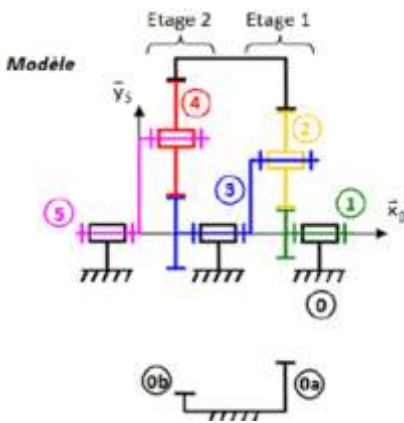
Ainsi, le pilotage d'un train épicycloïdal donne trois rapports de réduction différents. En combinant plusieurs trains épicycloïdaux, il est possible d'obtenir l'étagement de vitesse souhaité.

Cette solution technique est aussi utilisée pour les moyeux à vitesses intégrées remplaçant les dérailleurs.

- la suppression du saut de chaîne, celle-ci s'enroulant sur un seul couple de plateau et pignon ;
- la possibilité d'enfermer la chaîne dans un carter ;
- la possibilité de passer les vitesses à l'arrêt ;
- la réalisation d'une transmission robuste et de faible entretien.

L'entretien est fortement diminué puisque le graissage est assuré à vie et qu'aucun organe sensible n'est exposé aux corps étrangers (poussières, eau...) ou aux chocs. La robustesse des trains à planétaires réalisant la transmission du pignon à la roue arrière assure la longévité du mécanisme. La possibilité d'enfermer dans un carter l'ensemble plateau - chaîne - pignon d'entrée du **système Nexus**, permet de diminuer encore l'entretien et d'apporter une protection pour l'utilisateur.

3.3.3. Réducteur bi-étagé



Objectif : Calculer le rapport de réduction de ce réducteur ($\approx \frac{1}{34}$)

(1 est l'entrée et 5 la sortie de ce réducteur).

1. Déterminer les 2 relations de Willis (trains 1 et 2).

et 2).

Train 1 : on repère les composants principaux et on écrit Willis :

Planétaire	1	$\frac{\omega_{1/0} - \omega_{3/0}}{\omega_{0a/0} - \omega_{3/0}} = -\frac{Z_{0a}}{Z_1}$
Planétaire'	0a	
Porte-satellites	3	

Train 2 : on repère les composants principaux et

	Nb de dents Z	Module (mm)
Pignon 1	21	2
Roue 2	51	2
Couronne 0a	123	2
Pignon 3	23	3
Roue 4	34	3
Couronne 0b	91	3

Planétaire	3	$\frac{\omega_{3/0} - \omega_{5/0}}{\omega_{0b/0} - \omega_{5/0}} = -\frac{Z_{0b}}{Z_3}$
Planétaire'	0b	
Porte-satellites	5	

Remarque : le PS du train 1 est un planétaire du train 2. Cela permet le transfert de puissance entre les trains.

2. Analyser l'utilisation et calculer $r = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}}$.

On a $\omega_{0a/0} = \omega_{0b/0} = 0$; $\omega_{5/0} = \omega_{s/0}$ et $\omega_{1/0} = \omega_{e/0}$,

$$\text{il reste } \frac{\omega_{e/0} - \omega_{3/0}}{-\omega_{3/0}} = -\frac{Z_{0a}}{Z_1} \text{ (1) et } \frac{\omega_{3/0} - \omega_{s/0}}{-\omega_{s/0}} = -\frac{Z_{0b}}{Z_3} \text{ (2).}$$

Il faut éliminer $\omega_{3/0}$ dans ces relations.

$$\text{(2)} \Leftrightarrow \omega_{3/0} = \omega_{s/0} \cdot \frac{Z_{0b} + Z_3}{Z_3} \text{ et on remplace dans (1).}$$

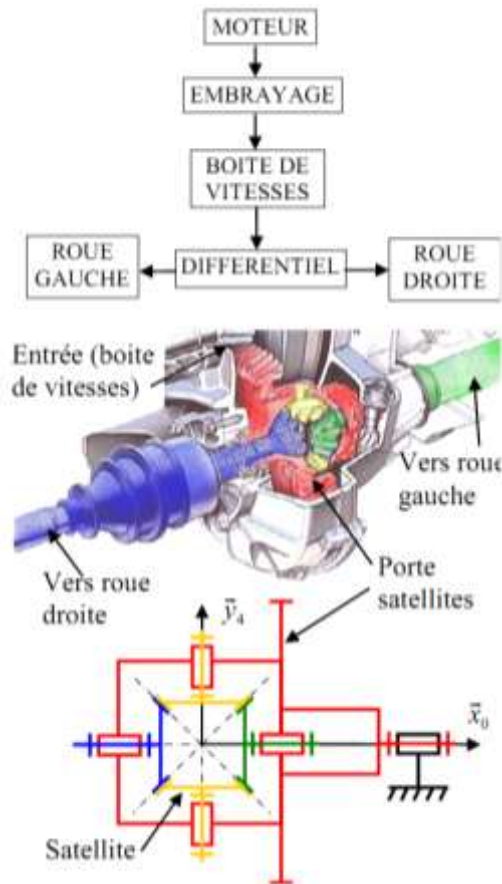
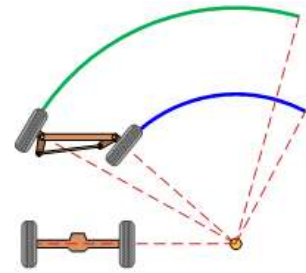
$$\text{Alors, } \frac{\omega_{e/0} - \omega_{s/0} \cdot \frac{Z_{0b} + Z_3}{Z_3}}{-\omega_{s/0} \cdot \frac{Z_{0b} + Z_3}{Z_3}} = -\frac{Z_{0a}}{Z_1} \Leftrightarrow \omega_{e/0} - \omega_{s/0} \cdot \frac{Z_{0b} + Z_3}{Z_3} = \omega_{s/0} \cdot \frac{Z_{0b} + Z_3}{Z_3} \cdot \frac{Z_{0a}}{Z_1}$$

$$\Leftrightarrow \omega_{e/0} \cdot Z_1 \cdot Z_3 - \omega_{s/0} \cdot (Z_{0b} + Z_3) \cdot Z_1 = \omega_{s/0} \cdot (Z_{0b} + Z_3) \cdot Z_{0a} \text{ (faire disparaître les quotients)}$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = \frac{Z_3 \cdot Z_1}{(Z_{0b} + Z_3) \cdot (Z_{0a} + Z_1)} = \frac{1}{34}$$

3.3.4. Différentiel automobile (répartiteur de puissance)

Le différentiel automobile est un cas particulier de **train épicycloïdal**, il est **qualifié de sphérique**. Tous les engrenages sont alors coniques et les planétaires liés aux roues) ont le même nombre de dents. Le mouvement d'entrée est sur le porte satellite. Dans un virage, les roues doivent pouvoir tourner à des vitesses légèrement différentes afin d'éviter le ripage et donc une usure prématurée des pneumatiques.



- Le porte-satellites $\omega_{ps/0}$ est le mouvement d'entrée
- un planétaire est lié à la roue gauche $\omega_{plg/0}$ mouvement de sortie ;
- un planétaire est lié à la roue droite $\omega_{pld/0}$, mouvement de sortie ;
- les planétaires ont le même nombre de dents donc $\lambda = -1$;

d'où $\frac{\omega_{plg/0} - \omega_{ps/0}}{\omega_{pld/0} - \omega_{ps/0}} = -1$ soit $\omega_{plg/0} + \omega_{pld/0} = 2 \cdot \omega_{ps/0}$
(Willis)

En ligne droite, $\omega_{plg/0} = \omega_{pld/0} = \omega_{ps/0}$, $(100 + 100 = 200)$.

Et en virage à droite, $\omega_{plg/0} = \omega_{ps/0} + \Delta\omega$ et $\omega_{pld/0} = \omega_{ps/0} - \Delta\omega$
Et la relation de Willis reste vérifiée $(105 + 95 = 200)$

4. TRANSMISSIONS HYDRAULIQUES DE PUISSANCES

4.1. Principe



Exemple de pompe utilisant comme technologie des engrenages

Les transmissions hydrauliques de puissances sont des composants (pompe et moteur) échangeant des puissances mécaniques et hydrauliques. Il s'agit pour les pompes de générer un débit volume q_v (noté Q) à partir de la rotation d'un arbre. A l'inverse, pour les moteurs le débit volume qui le traverse entraîne en rotation son arbre.

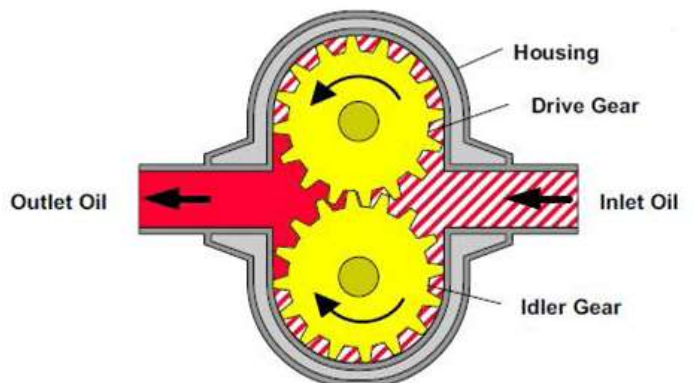
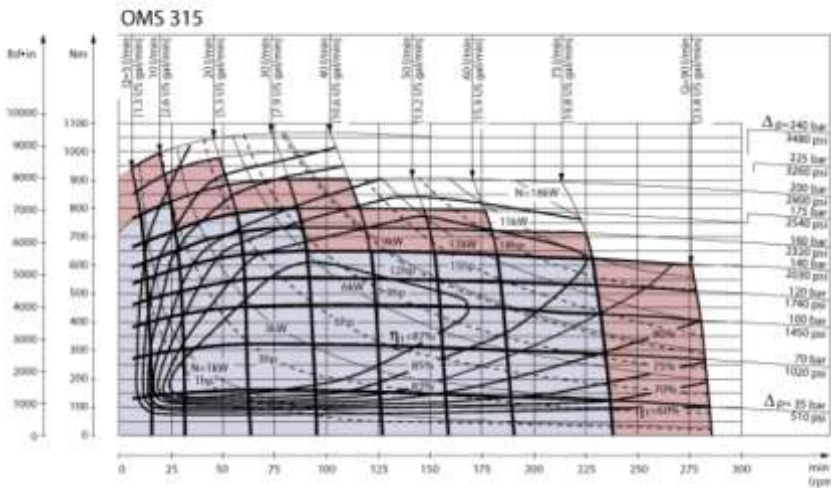


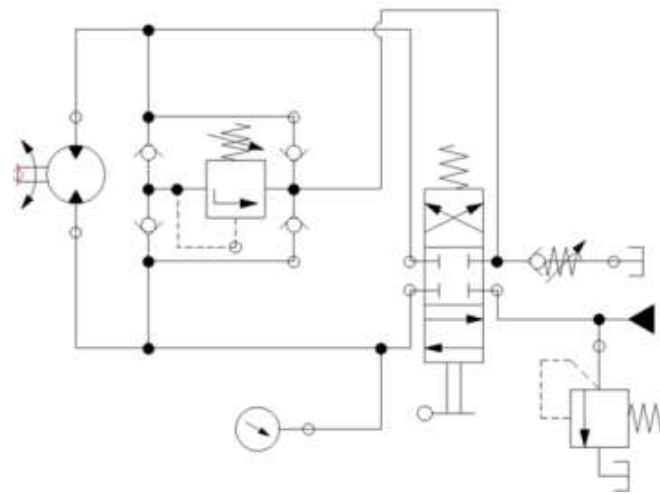
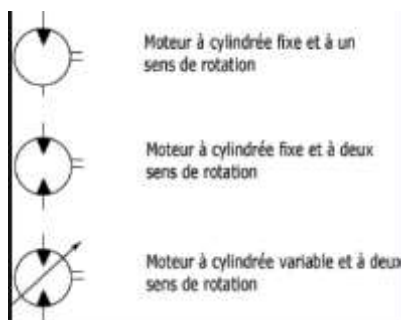
Tableau de Performance



Remarque importante : Ces types de composants présentent des fuites qui sont prises en compte par le rendement volumétrique η_v et des frottements pris en compte par le rendement hydraumécannique η_{hm} . Leur rendement global est $\eta_g = \eta_v \cdot \eta_{hm} \left(= \frac{P_s}{P_e} \right)$. Ces rendements dépendent de nombreux paramètres et sont donnés par les fabricants.

4.2. Moteur Hydraulique

4.2.1. Schéma normalisé et implantation (drainage interne)



4.2.2. Relations

Pour un moteur (que le drainage des fuites soit interne ou externe comme c'est le cas ici) :

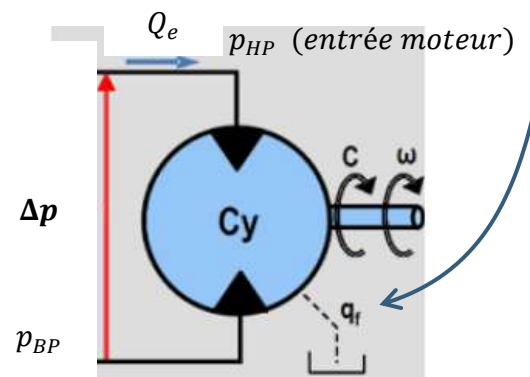
- la puissance entrante est la puissance hydraulique $P_e = P_{hyd} = Q_e \cdot \Delta p \quad (m^3 \cdot s^{-1}) \cdot (Pa)$
- la puissance sortante est la puissance mécanique $P_s = P_{méca} = C \cdot \omega \quad (N \cdot m) \cdot (rad \cdot s^{-1})$

$$\eta_{g,mot} = \eta_{v,mot} \cdot \eta_{hm,mot} = \frac{P_{méca}}{P_{hyd}} = \frac{C \cdot \omega}{Q_e \cdot \Delta p}$$

$$\eta_{v,mot} = \frac{cy \cdot \omega}{Q_e \text{ (entrant)}} \quad cy \text{ est la cylindrée en } m^3 / rad$$

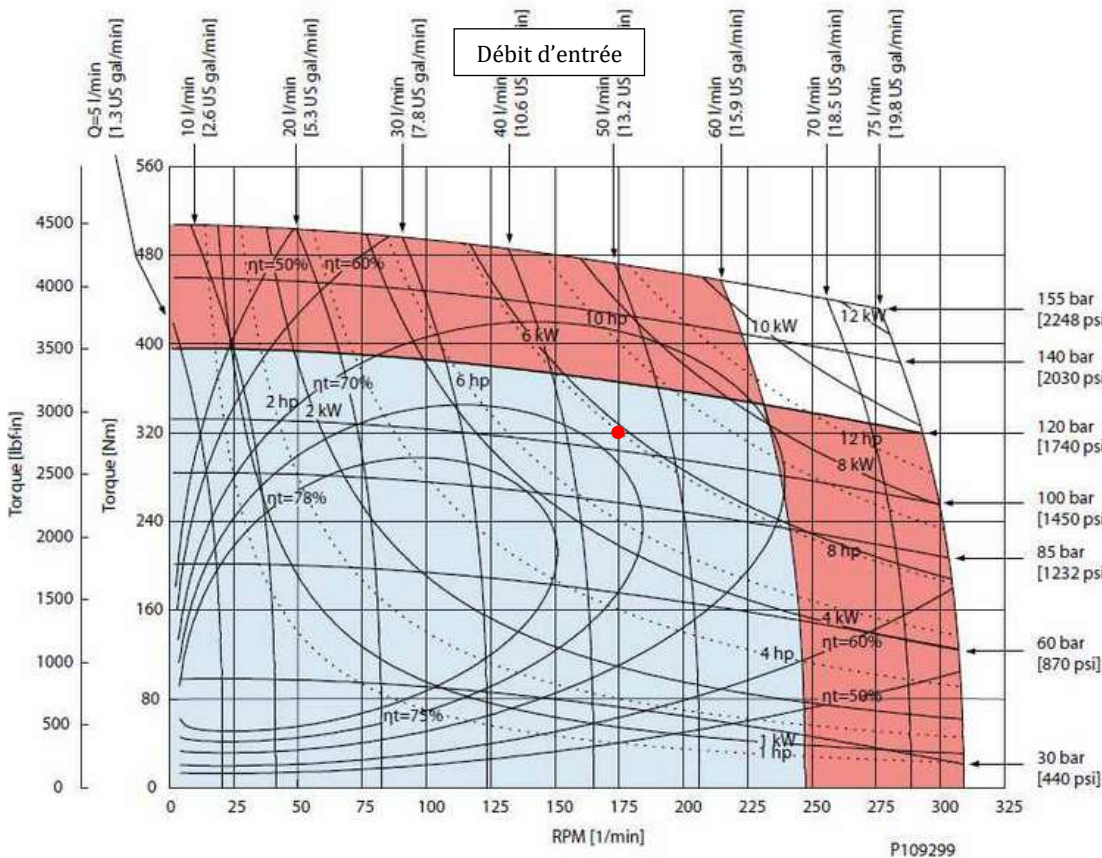
$$\eta_{hm,mot} = \frac{C}{cy \cdot \Delta p} \quad \Delta p = p_{HP} - p_{BP}$$

$$cy \text{ est généralement donnée en } \frac{cm^3}{tr} \quad ex : 50 \frac{cm^3}{tr} \equiv 50 \cdot \frac{10^{-6} m^3}{2 \cdot \pi \text{ rad}} = 7,96 \cdot 10^{-6} \frac{m^3}{rad}$$



Vérifier les unités de $\eta_{v,mot}$ et $\eta_{hm,mot}$.

Exemple : Moteur Danfoss OMP 250 cm³ arbre cylindrique Ø25mm - 302,28 € HT - 362,74 € TTC



L'entraînement d'un système demande en entrée :
 un couple moteur
 $C_{mot} = 320 \text{ N.m}$
 à une vitesse
 $N_{mot} = 175 \text{ tr/min}$

1. Positionner ce point de fonctionnement sur les courbes de rendements de ce moteur. En calculer $P_{méca}$.

$$P_{méca} = C_{mot} \cdot \omega_{mot} = 320 \cdot 175 \cdot \frac{2\pi}{60} = 5864 \text{ W}$$

2. Lire son débit d'entrée Q_e , sa Δp et son rendement global (η_t).

$$Q_e \approx 45 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1} ; \Delta p \approx 105 \text{ bar} \text{ et } \eta_t \approx 74 \%$$

3. Calculer ses rendements $\eta_{v,mot}$ et $\eta_{hm,mot}$.

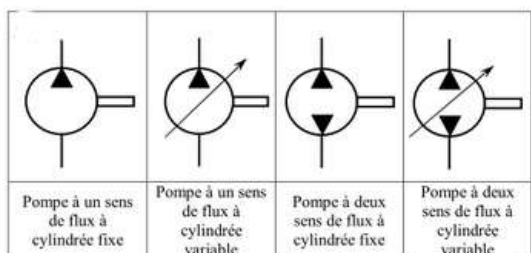
$$\eta_{v,mot} = \frac{cy \cdot \omega}{Q_e \text{ (entrant)}} = \frac{(250 \cdot \frac{10^{-6}}{2\pi}) \cdot (175 \cdot \frac{2\pi}{60})}{\frac{45}{60000}} = 0,97 \text{ et } \eta_{hm,mot} = \frac{C}{cy \cdot \Delta p} = \frac{320}{250 \cdot \frac{10^{-6}}{2\pi} \cdot 105 \cdot 10^5} = 0,766$$

4. Vérifier que vous retrouvez par le calcul le même rendement global.

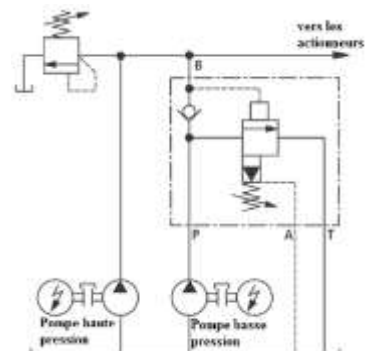
$$\eta_{g,mot} = \eta_{v,mot} \cdot \eta_{hm,mot} = 0,97 \cdot 0,766 = 0,74 \text{ (conforme à la lecture)}$$

4.3. Pompe hydraulique

4.3.1. Schéma normalisé et implantation (drainage interne)



La pompe doit être entraînée en rotation. Dans notre exemple, les pompes sont entraînées par des moteurs électriques.



4.3.2. Relations

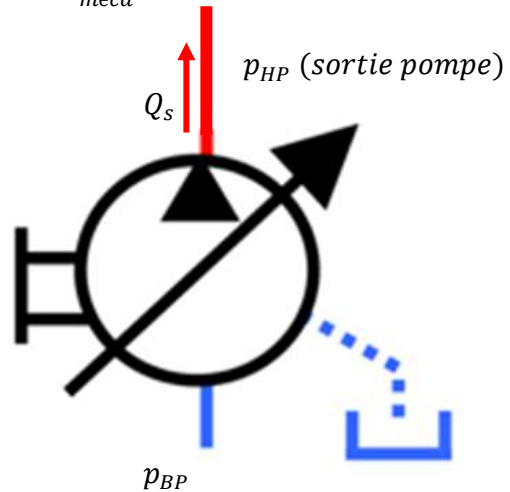
Pour un pompe (que le drainage des fuites soit interne ou **externe** comme c'est le cas ici) :

- la puissance entrante est la puissance mécanique $P_e = P_{méca} = C \cdot \omega$ ($N \cdot m$). ($rad \cdot s^{-1}$)
- la puissance sortante est la puissance hydraulique $P_s = P_{hyd} = Q_s \cdot \Delta p$ ($m^3 \cdot s^{-1}$). (Pa)

$$\eta_{g,pom} = \eta_{v,pom} \cdot \eta_{hm,pom} = \frac{P_{hyd}}{P_{méca}}$$

$$\eta_{v,pom} = \frac{Q_s \text{ (sortant)}}{cy \cdot \omega} \quad \text{cy est la cylindrée en } m^3 / rad$$

$$\eta_{hm,pom} = \frac{cy \cdot \Delta p}{C} \quad \Delta p = p_{HP} - p_{BP}$$



Vérifier que $\eta_{v,pom} \cdot \eta_{hm,pom} = \frac{P_{hyd}}{P_{méca}}$

Application : Le moteur précédent sera alimenté par une pompe entraînée par un moteur électrique à 1500 *tr/min*. On donne $\eta_{hm,pom} = 0,81$ et $\eta_{v,pom} = 0,95$.

1. Calculer sa cylindrée (préciser vos hypothèses).

Il faut un débit de $Q_s = 45$ *l/min* en sortie de pompe (débit d'entrée du moteur).

Alors, $cy_{pom} = \frac{Q_s \text{ (sortant)}}{\eta_{v,pom} \cdot \omega}$ et avec des unités astucieuses, $cy = \frac{45 \cdot 1000}{0,95 \cdot 1500} = 31,6$ cm^3 / tr

2. Calculer la puissance mécanique nécessaire pour son entraînement (on néglige les pertes de pression dans la canalisation entre la pompe et le moteur).

$$P_{méca \text{ du mot électrique}} = \frac{P_{hyd \text{ pom}}}{\eta_{v,pom} \cdot \eta_{hm,pom}} = \frac{Q_s \cdot \Delta p}{\eta_{v,pom} \cdot \eta_{hm,pom}} = \frac{\frac{45}{60000} \cdot 105 \cdot 10^5}{0,95 \cdot 0,81} \quad (\text{car } \Delta p_{pom} = \Delta p_{mot})$$

$$P_{méca} = 10234 \text{ W (pour entraîner la pompe)}$$

$$\text{et } \eta_{g,pom} = 0,77$$

$$\text{Remarque : } \eta_{g,installation} = \frac{P_{méca \text{ mot hyd}}}{P_{méca \text{ pompe}}} = \eta_{g,mot} \cdot \eta_{g,pom} = 0,57$$