TD16.1 – Stabilité des SLCI ROBOT MIR

Q1. En supposant des conditions initiales nulles, exprimer les fonctions de transfert A(p) et B(p) en fonction entre autres de δ, β et Meq.

Dans le domaine de Laplace :

$$M_{equ}pV_r(p) = \delta C(p) + \beta V_r(p) + \frac{\gamma g}{p}$$

$$V_r(p) = \frac{\delta C(p)}{-\beta + M_{eq}p} + \frac{1}{(-\beta + M_{eq}p)}\frac{\gamma g}{p} = \frac{-\frac{1}{r_p}C(p)}{\mu + M_{eq}p} + \frac{1}{\mu + M_{eq}p}\frac{-m_t \sin\alpha g}{p}$$

$$A(p) = \delta = -\frac{1}{r_p}$$

$$B(p) = \frac{1}{-\beta + M_{eq}p} = \frac{1}{\mu + M_{eq}p}$$

Le capteur est modélisé par un gain pur de valeur K_{capt}.

Q2. En supposant une perturbation nulle, quelle doit être la valeur du gain K_{conv} du convertisseur modélisé par un gain pur, afin que l'écart $\varepsilon(t)$ soit nul quand la valeur de la vitesse réelle $v_r(t)$ est égale à la valeur de la consigne $v_c(t)$.

$$\varepsilon(p) = K_{capt}V_r(p) - K_{conv}V_c(p)$$

Quand $v_r(t) = v_c(t)$, $\varepsilon(p) = \left(K_{capt} - K_{conv}\right)V_c(p) = 0$

Ainsi :

$$\boxed{K_{capt} = K_{conv}}$$

Q3. Exprimer les deux fonctions de transfert suivantes en fonction des gains τ_m, τ, K_{conv}, K_{cor}, K_m, K et K_{capt} :

$$H_1(p) = \left.\frac{V_r(p)}{V_c(p)}\right|_{F_{pert}=0} \qquad et \qquad H_2(p) = \left.\frac{V_r(p)}{F_{pert}(p)}\right|_{V_c=0}$$

$H_1(p) = \dfrac{K_{conv}H(p)H_{mot}(p)G(p)}{1 + K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$ $\boxed{H_1(p) = \dfrac{K_{conv}K_{cor}K_mK}{(1+\tau_m p)(1+\tau p) + K_{capt}K_{cor}K_mK}}$	$H_2(p) = \dfrac{G(p)}{1 + K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$ $\boxed{H_2(p) = \dfrac{K(1+\tau_m p)}{(1+\tau_m p)(1+\tau p) + K_{capt}K_{cor}K_mK}}$

Q4. En supposant que $K_{cor} = 1$ et en indiquant les valeurs remarquables, tracer les diagrammes asymptotiques dans le plan de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $U_r(p)/\varepsilon(p)$ en utilisant les valeurs numériques suivantes :

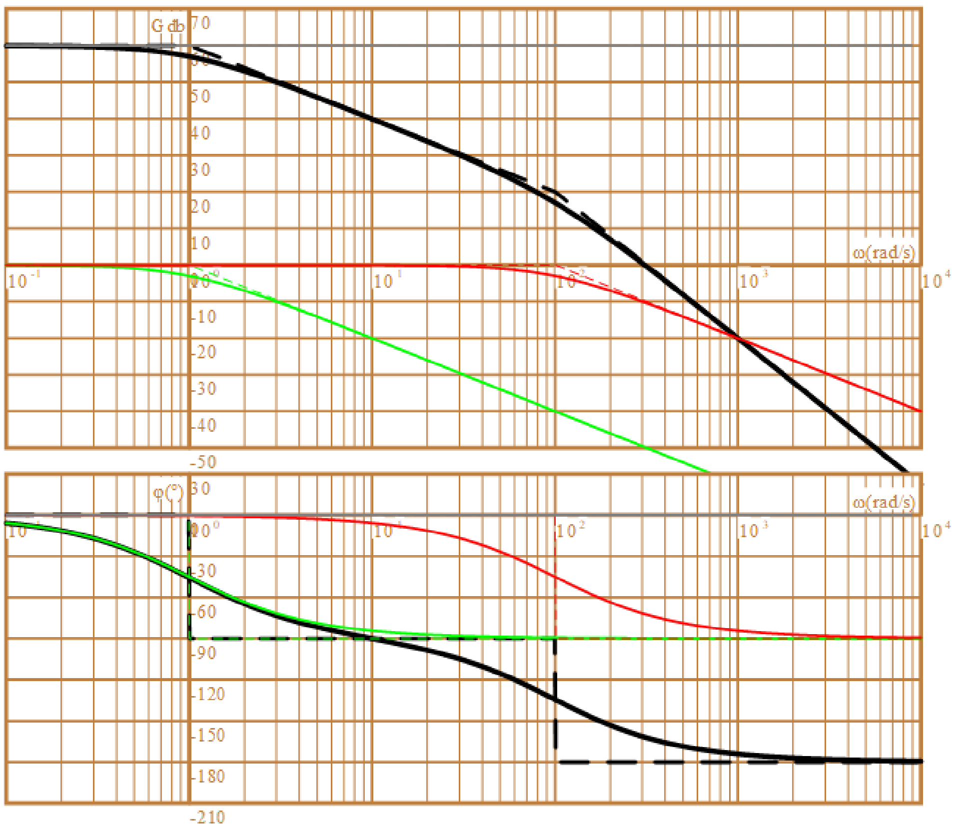
$$K_m = 0.1\ N.V^{-1} \qquad \tau_m = 10^{-2}\ s \qquad K_{capt} = 50\ V.s.m^{-1} \quad K = 200\ m.s^{-1}.N^{-1} \qquad \tau = 1\ s$$

$$\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_{cor}K_m K K_{capt}}{(1+\tau_m.p)(1+\tau.p)} = \frac{1000}{(1+p)(1+0.01p)}$$

produit de 2 FT du premier ordre : pentes 0dB/decade, -20dB/decade à partir de 1 rd/s, -40dB/decade à partir de 100 rd/s.

Attention aux décalages éventuels sur les ordonnées.

On peut aussi faire les tracés de la FTBOnoncorrigée en utilisant xcos de Scilab.



Q5. Déterminer le gain en décibel de la fonction de transfert en boucle ouverte (courbe réelle) pour la pulsation de 100 rad.s⁻¹.

100rd/s est la 2ème cassure.

Chute de 40dB par rapport au gain statique : $gain_{10}$=60-40=20dB

La valeur de la courbe réelle pour cette pulsation est 3dB en dessous de l'asymptote d'où un gain

$$\boxed{G_{dB}(\omega=100) = 17dB \quad \text{et} \quad \varphi(\omega=100) = -135°}$$

On formule l'hypothèse simplificatrice suivante : φ en BO (100 rad/s) = -135° (phase de la fonction de transfert en boucle ouverte pour une pulsation de 100 rad/s)

Q6. On souhaite une marge de gain 12 dB et une marge de phase de 45°, en utilisant le résultat de la question précédente, déterminer la valeur numérique correspondante de K_{cor}. Commenter la valeur de la marge de gain obtenue ?

La marge de phase de 45° correspond à ω= 100rd/s ($1/\tau_m$)

Pour cette pulsation, le gain de la $FTBO_{non\ corrigée}$ vaut +17db. Il faut donc le baisser de 17 db pour avoir un gain nul pour cette pulsation.

Ce qui fait que $K_{cor}\ doit\ faire\ descendre\ la\ courbe\ de\ gain\ de -17dB$

Autrement dit, il faut $20.\log(K_{cor}) = -17\ dB\ soit$ $\boxed{K_{cor} = 10^{-17/20} = 0{,}1414}$

La marge de gain est infinie car la phase n'atteint jamais les -180°.

Q7. On impose une vitesse constante en entrée de valeur v_0 ($v_c(t)=v_0.u(t)$) avec $u(t)$ fonction échelon unitaire de Heaviside. Exprimer l'écart statique en régime permanent en tenant compte de la perturbation (en fonction de l'angle α, de la valeur de K_{cor} et des données).

$$H_1(p=0) = \frac{K_{conv}K_{cor}K_mK}{1+K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

$$H_2(p=0) = \frac{K}{1+K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

$$v_r(t\to+\infty) = \frac{K_{conv}K_{cor}K_mK}{1+K_{capt}K_{cor}K_mK}v_0 - \frac{Km_t sin\alpha g}{1+K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

Écart statique : $\varepsilon_s = K_{conv}.v_0 - K_{capt}.v_r(t\to+\infty)$

$$\boxed{\varepsilon_s = \frac{K_{conv}}{1+K_{capt}K_{cor}K_mK}.v_0 + \frac{K_{capt}Km_t sin\alpha g}{1+K_{capt}K_{cor}K_mK}}$$

On souhaite obtenir une vitesse de translation indépendante de l'inclinaison. Pour toute la suite du sujet, on installe un correcteur PI du type K_c/p, placé au début de la chaine d'action.

Q8. On impose de nouveau une vitesse constante en entrée de valeur v_0 ($v_c(t)=v_0.u(t)$) ; exprimer l'expression du nouvel écart statique en régime permanent (en fonction de l'angle α et des données). Pouvait-on prévoir ce résultat ?

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}H(p)H_{mot}(p)G(p)}{1+K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}H(p)K_mK}{(1+\tau_mp)(1+\tau p)+K_{capt}H(p)K_mK}$$

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}K_cK_mK}{p(1+\tau_mp)(1+\tau p)+K_{capt}K_cK_mK}$$

$$H_1(p=0) = 1$$

$$H_2(p) = \frac{G(p)}{1+K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

$$H_2(p) = \frac{pK(1+\tau p)}{p(1+\tau_mp)(1+\tau p)+K_{capt}K_cK_mK}$$

$$H_2(0) = 0$$

Le gain statique vaut 1, l'erreur statique est nulle. $\boxed{\varepsilon_s = 0}$

C'était prévisible grâce à l'intégrateur dans la chaîne directe, placé en amont du point d'entrée de la perturbation (voir cours précision).

Q9. Tracer de nouveau la FTBO pour $K_c = 1$. Déterminer ensuite la valeur de K_c pour que les marges de stabilité soient respectées (deux courbes supplémentaires à tracer).

Calcul de K_c pour $M_G = 12\ dB$

Pour $K_c = 1$, $\varphi = -180°$ pour $\omega = \omega_{\varphi180} = 10\ rad/s$. Or : $G_{dB}(\omega_{\varphi180}) = 20dB$

On doit donc descendre la courbe de gain de 32 dB soit : $\boxed{K_c = 10^{-32/20} = 0{,}025}$ (courbe rouge)

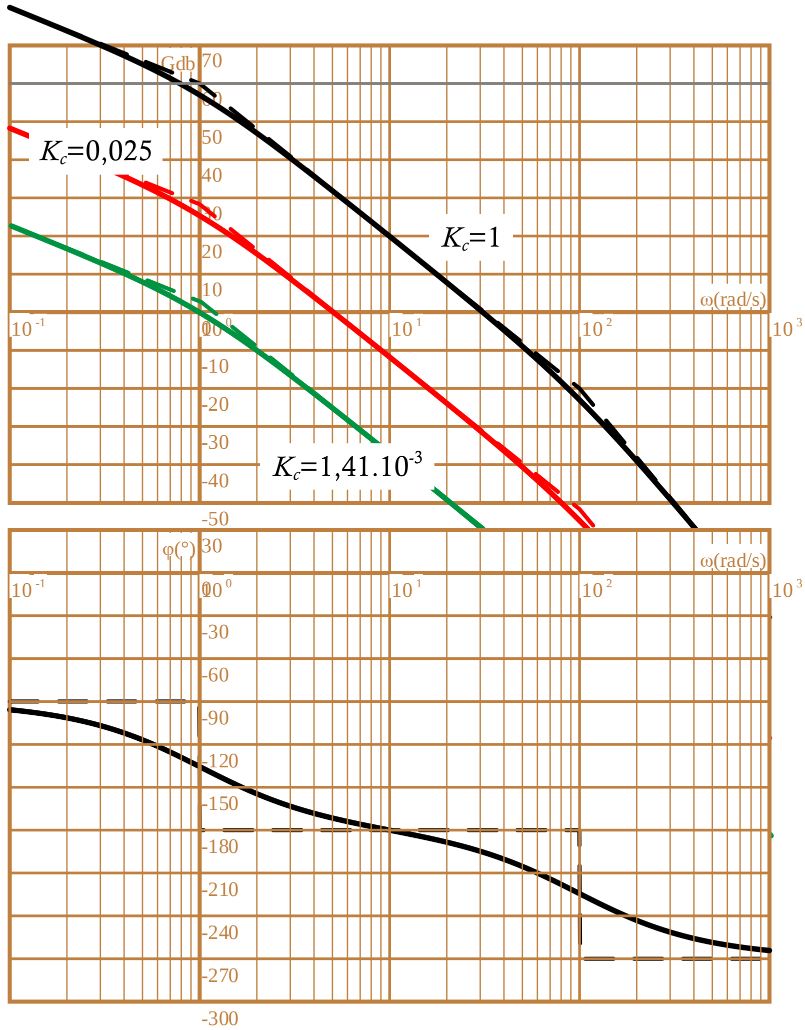
(mais on ne respecte pas la marge de phase qui est alors de $\approx 15°$. Il faut descendre encore plus la courbe de gain).

Calcul de K_c pour $M_\varphi = 45°$

Pour $K_c = 1, G_{dB}(\varphi = -135°) = 60 - 3 = 57\ dB$

On doit donc descendre la courbe de gain de 57 dB soit : $\boxed{K_c = 10^{-57/20} = 1{,}41.10^{-3}}$ (courbe verte)

La valeur à retenir pour vérifier les marges de stabilité est donc : $\boxed{K_c = 1{,}41.10^{-3}}$



Q10. Conclure quant au respect du cahier des charges.

La première approche par correction permet d'obtenir les caractéristiques souhaitées en termes de stabilité mais pas de précision.

Un correcteur intégrale pur est alors choisi. L'erreur est alors nulle donc bien inférieure à $\pm 5 mm/s$ quel que soit la valeur du gain de l'intégrateur. Ce gain est finalement réglé pour satisfaire les marges de stabilités définies dans le cahier des charges.

Les critères énoncés dans l'extrait du cahier des charges sont donc validés.