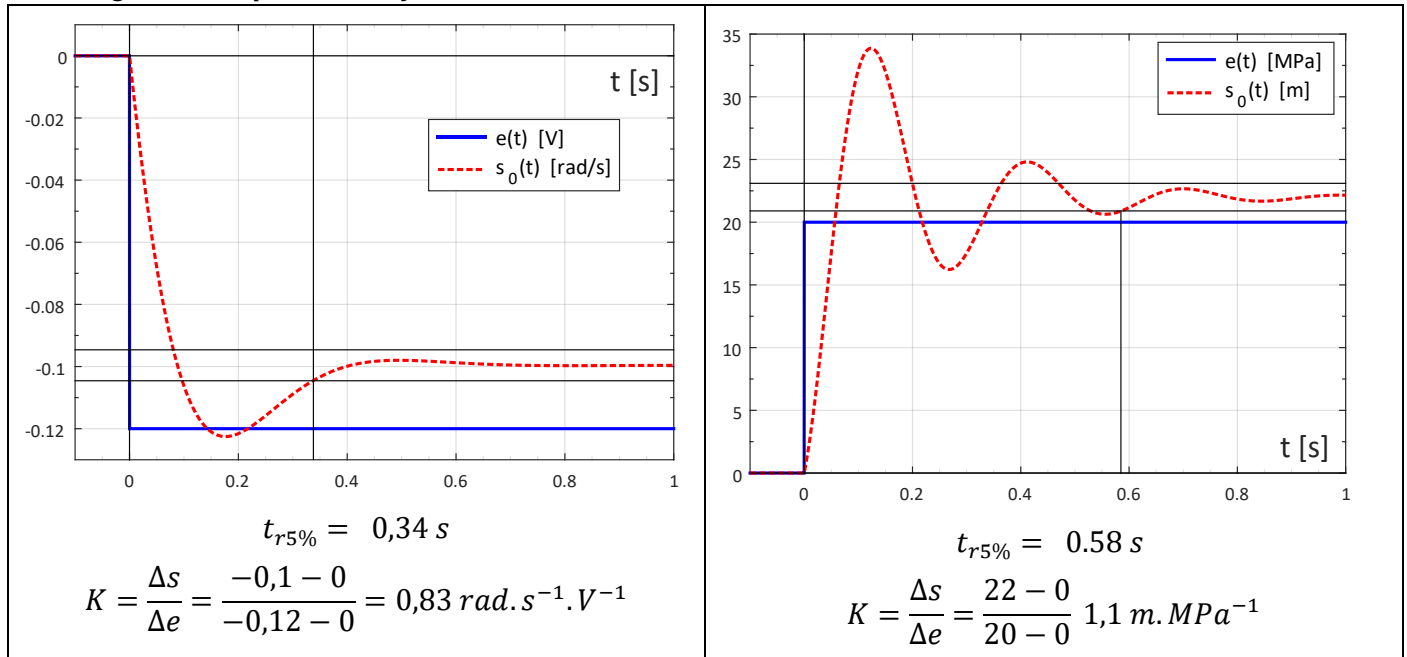


DS de SI n°1 – corrigé

1. Questions de cours 1

Q1.1. En effectuant les tracés nécessaires sur les deux courbes ci-dessous, donner les temps de réponse à 5% et les gains statiques de ces systèmes :



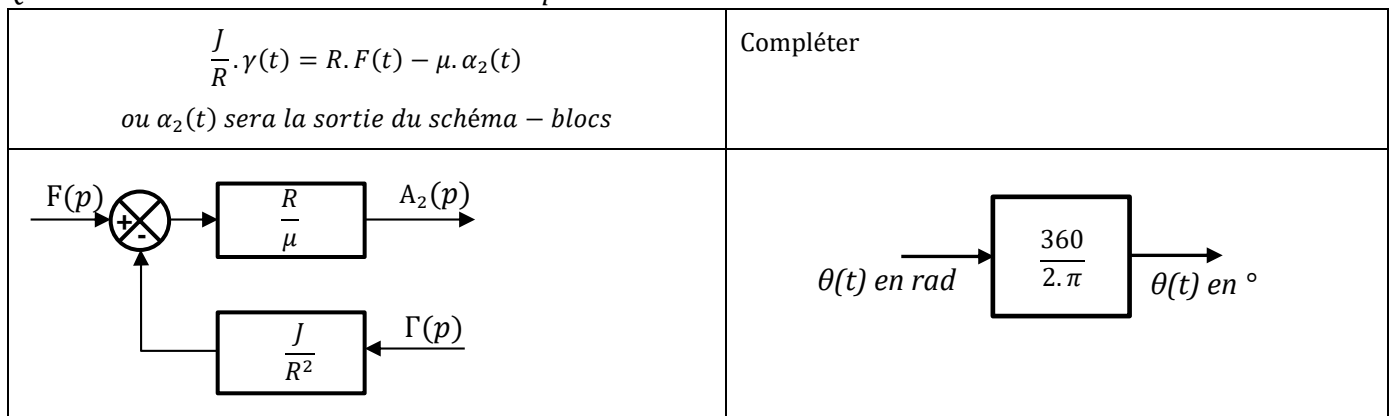
Q1.2. Donner la définition d'un système stable ?

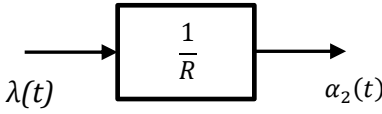
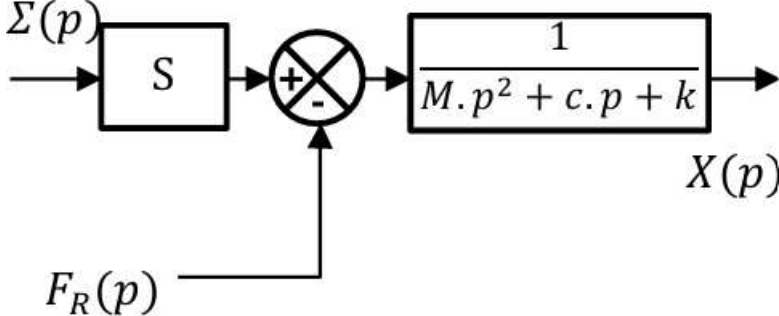
Un système est stable si pour une entrée sortie, la sortie (ou réponse du système) est bornée.

Q1.3. Par quelle relation évalue-t-on la précision d'un système.

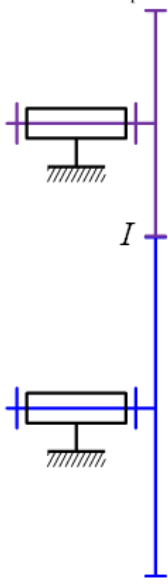
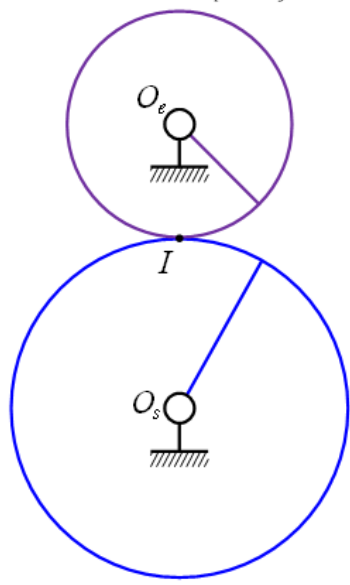
Il faut calculer l'erreur statique $e_{st} = \lim_{t \rightarrow +\infty} (v_{cons}(t) - v_{réel}(t))$

Q1.4. Construire les schémas-blocs des équations suivantes.

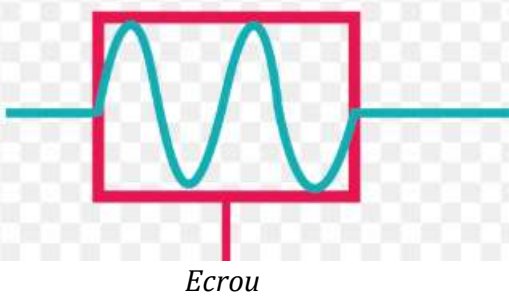


$\lambda(t) = R \cdot \alpha_2(t) \quad \textcircled{1}$	$M \cdot p^2 \cdot X(p) + c \cdot p \cdot X(p) + k \cdot X(p) = S \cdot \Sigma(p) - F_R(p)$ ou $X(p)$ est la sortie
	

Q1.5. Donner le schéma cinématique en vue de face et de côté d'un engrènement à contact extérieur et axes parallèles. Donner les relations de couples et de vitesses (nombres de dents Z_a et Z_b).

<i>Vue schématique de côté</i>  <i>Vue schématique de face</i> 	Relations : $\frac{\omega_a}{\omega_b} = -\frac{Z_b}{Z_a}$ $\frac{C_a}{C_b} = \frac{Z_a}{Z_b} = \frac{R_a}{R_b}$
---	---

Q1.6. Donner le schéma cinématique d'une transmission par vis-écrou de pas p . Donner la relation de vitesse et ses unités.

	Relation : $V = \pm \omega \cdot \frac{p}{2\pi}$
---	---

2. Question de cours 2 : Actionneur de la quille pendulaire

Pour mettre en rotation la quille dans le sens de la Figure A2, seul le vérin 2-4 est alimenté. Il doit générer un effort maxi $F_{max} = 18700 \text{ N}$ (selon $+\vec{x}_2$). La petite chambre est alors le lieu d'une contre-pression $p_2 = 22 \text{ bar}$.

Q2.1. Donner l'expression littérale de F_{max} en fonction de p_1 , p_2 , S_1 et S_2 puis calculer p_1 .

Le vérin est, avec le moteur MCC (voir TD 4), l'actionneur classique. Vous devez connaître les équations associées à ces deux actionneurs !

On sait que pour ce vérin $F_{max} = p_1 \cdot S_1 - p_2 \cdot S_2$ (voir le cours C2)

$$p_1 = \frac{F_{max} + p_2 \cdot S_2}{S_1}$$

Application numérique :

On a $S_1 = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ et $S_2 = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) = 4,32 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

$$p_1 = \frac{18700 + 22 \cdot 10^5 \cdot 4,32 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} \quad ; \quad p_1 = 56,4 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad (\text{soit } 56,4 \text{ bar})$$

Par ailleurs, une étude cinématique montre que pour satisfaire à l'exigence de rapidité de la quille, la tige du vérin devra atteindre la vitesse $v_0 = 0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q2.2. Déterminer les expressions littérales de Q_1 et Q_2 en fonction de v_0 et d'autres paramètres. Faire les applications numériques. On donnera les résultats en l/min .

L'expression du débit est :

- pour la grande chambre $Q_1 = S_1 \cdot v_0$;
- pour la petite chambre $Q_2 = S_2 \cdot v_0$.

Application numérique :

$$Q_1 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2 = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{et en } \text{l/min}, Q_1 = 10^{-3} \cdot \frac{1000}{\frac{1}{60}} \text{ d'où } Q_1 = 60 \text{ l/min}$$

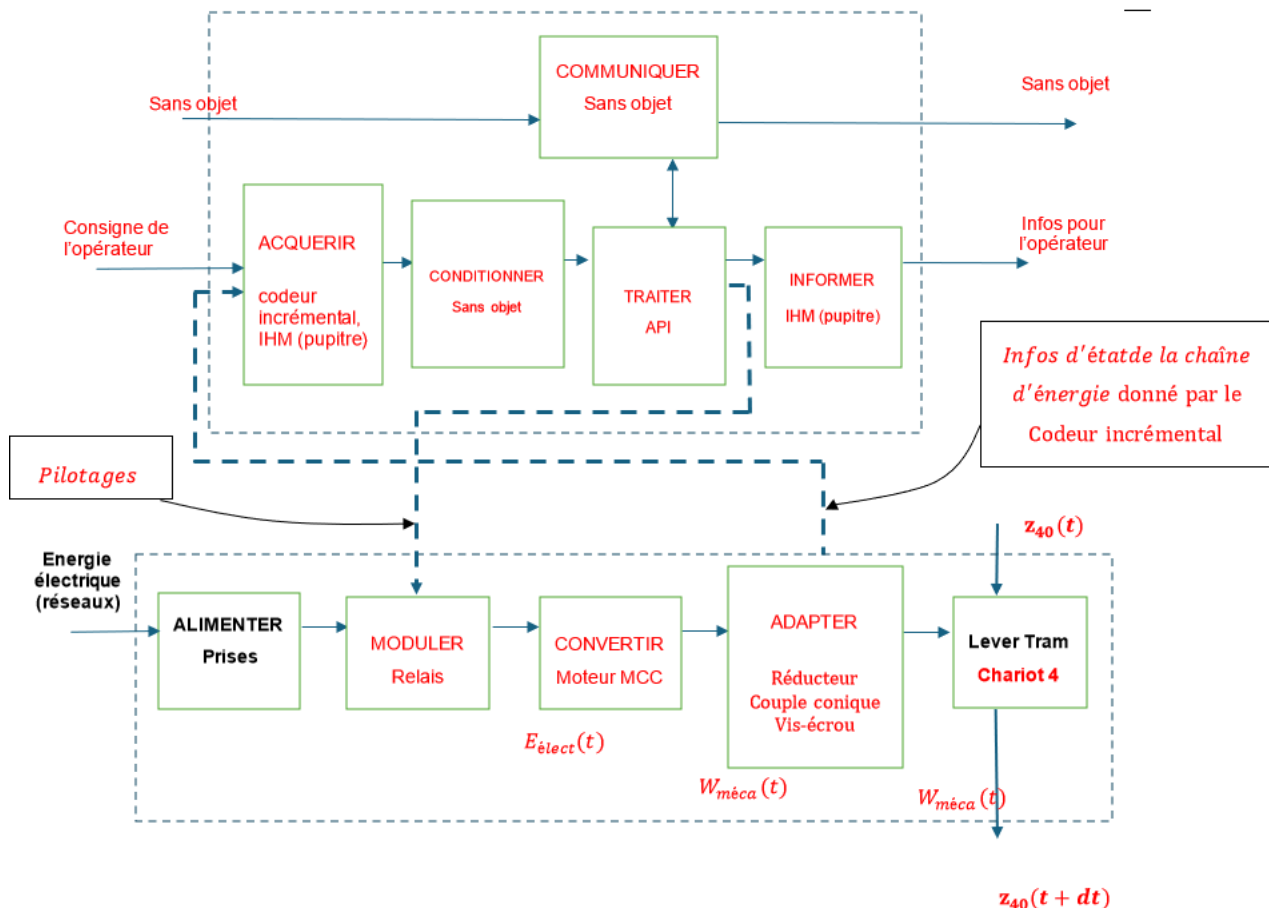
Par un calcul identique, on trouve :

$$Q_2 = 51,84 \text{ l/min}$$

Remarque : ces informations de pression et de débit permettraient de calculer la puissance hydraulique à fournir au système et donc le groupe hydraulique à sélectionner.

3. SYSTÈME DE LEVAGE À MULTIPLES COLONNES

Q3.1. A partir des informations sur le système, compléter la chaîne fonctionnelle associée au critère « hauteur de levage » par le noms des chaînes, les fonctions assurées, les composants technologiques associés, les grandeurs physiques si elles sont connues en entrée et sortie des fonctions. Vous préciserez l'effecteur et la matière d'œuvre

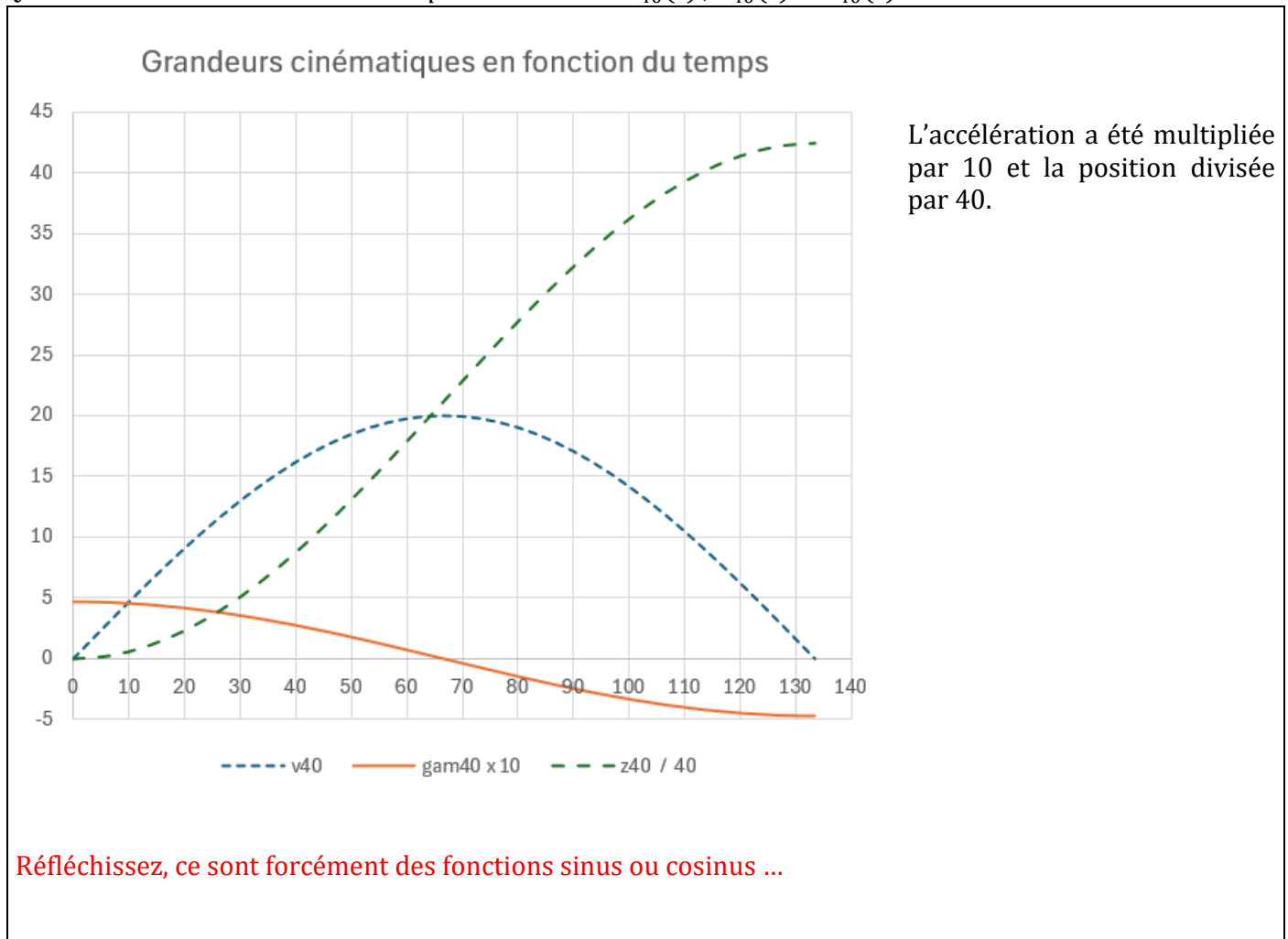


L'information d'état de la chaîne d'énergie est donnée par le codeur incrémental.

Q3.2. Vous préciserez l'effecteur et la matière d'œuvre.

Effecteur : C'est le composant terminal du système. Ici, c'est le chariot 4.	Matière d'œuvre : Ce n'est pas un composant mais la grandeur physique à maîtriser. C'est ici la hauteur du chariot soit $z_{40}(t)$.
---	---

Q3.3. Donner l'allure des courbe représentatives de $v_{40}(t)$; $\dot{v}_{40}(t)$ et $z_{40}(t)$.



Q3.4. Déterminer la relation entre ω et t_f .

On doit avoir $v_{40}(t_f) = 0$ donc $\omega \cdot t_f = k \cdot \pi$ **Ne passez pas par les arcsin ou arccos qui renvoient un angle dans un domaine trop restreint !**

$k = 0$ correspondrait au démarrage du chariot (les mathématiques trouvent que $t_f = t_0$ est bien sûr solution mais ce n'est physiquement pas celui que nous cherchons).

$k = 1$ à l'arrêt du chariot. D'où, $\omega \cdot t_f = \pi$

Et on s'arrête là car il y a un démarrage et un arrêt. Ce n'est pas le métro !

Q3.5. Déterminer la relation entre $z_{40\max}$, $v_{40\max}$ et t_f .

$$\text{On a } \int_{t_0}^{t_f} dz_{40}(t) = \int_{t_0}^{t_f} v_{40}(t) \cdot dt \Leftrightarrow z_{40\max} = \left[-\frac{A}{\omega} \cdot \cos(\omega \cdot t) \right]_0^{t_f} \Leftrightarrow z_{40\max} = 2 \cdot \frac{A}{\omega}$$

Par ailleurs, $A = v_{40\max}$ (évidemment) et $\omega = \frac{\pi}{t_f}$

$$\text{Alors, } z_{40\max} = \frac{2 \cdot v_{40\max} \cdot t_f}{\pi}$$

Q3.6. L'exigence Id 1.2 est-elle vérifiée si les autres exigences le sont ?

Id 1.2 porte sur la durée du levage. On écrit que $t_f = \frac{\pi \cdot z_{40max}}{2 \cdot v_{40max}}$

Si les autres exigences sont vérifiées, on trouve que $t_f = 133$ s (durée inférieure à 3 min)

Id 1.2 est satisfaite.

Q3.7. Déterminer l'expression de l'effort maxi d'un chariot sur le tramway $F_{4 \rightarrow Tram_max}$ pour soulever le Tramway au cours du mouvement de levage. Préciser vos hypothèses. Préciser vos hypothèses et méthodes. Faire l'application numérique.

Le tramway est soulevé par 8 colonnes. Si on suppose que les seules forces agissant sur le tramway sont les efforts $F_{4 \rightarrow Tram}$ et son poids et que par ailleurs les 8 efforts $F_{4 \rightarrow Tram}$ sont identiques, alors :

D'après le théorème de la résultante dynamique appliqué au tramway dans sa translation par rapport au sol (0), en projection sur $\vec{z}$, on a :

$$(\Sigma \overrightarrow{F_{ext \rightarrow Tramway}}) \cdot \vec{z} = M_{Tram} \cdot \ddot{z}_{40}(t)$$

$$8 \cdot F_{4 \rightarrow Tram} - M_{Tram} \cdot g = M_{Tram} \cdot \ddot{z}_{40}(t)$$

Les efforts des chariots sont maxi au démarrage pour $\ddot{z}_{40max} = \ddot{z}_{40}(0) = A \cdot \omega = \frac{v_{40max} \cdot \pi}{t_f}$

Maintenant, on peut parler de $F_{4 \rightarrow Tram_max}$!

$$F_{4 \rightarrow Tram_max} = \frac{M_{Tram}}{8} \cdot (g + \ddot{z}_{40max}) = \frac{M_{Tram}}{8} \cdot \left(g + \frac{v_{40max} \cdot \pi}{t_f} \right) = \frac{M_{Tram}}{8} \cdot \left(g + \frac{2 \cdot v_{40max}^2}{z_{40max}} \right)$$

$$F_{4 \rightarrow Tram_max} = \frac{44600}{8} \cdot \left(9,81 + \frac{0,02 \cdot \pi}{133} \right) \approx 54700N$$

Q3.8. Pour des raisons de sécurité, quelle doit être la valeur maxi de la décélération ? ...

Si la décélération du chariot est inférieure à $-g$, le tramway ne sera plus en contact avec le chariot. Son mouvement n'est plus maîtrisé !

Remarque : $F_{4 \rightarrow Tram}$ ne peut être que positif ou nul. Si les calculs le donne négatif, c'est en fait que le contact est rompu.

4. Tapis roulant

Q4.1. Donner les instants t_1 et t_2 .

On lit $t_1 = 12 \text{ s}$ et $t_2 = 20 \text{ s}$

Dans les calculs qui suivent, comme la vitesse est affine par morceaux, on utilisera de préférence des calculs d'aires.

Q4.2. Calculer les accélérations $\ddot{x}_i$.

Elles sont constantes par morceaux donc $\ddot{x}_i = \frac{\Delta v(t)}{\Delta t}$ et,

$$\ddot{x}_1 = +1,23 \text{ m.s}^{-2} ; \ddot{x}_2 = +0,156 \text{ m.s}^{-2} ; \ddot{x}_3 = 0 \text{ m.s}^{-2}$$

Q4.3. Calculer la distance parcourue par le tapis à l'instant t_1 .

$$\text{On a, } \int_{t_0}^{t_1} dx_{10}(t) = \int_{t_0}^{t_1} v_{10}(t).dt \Rightarrow x_1 = \int_{t_0}^{t_1} \dot{x}_1.t.dt \Leftrightarrow x_1 = \frac{\dot{x}_1.t_1^2}{2} \left(= \frac{v_1.t_1}{2} \text{ aire} \right)$$

$$x_1 = 88,5 \text{ m}$$

Q4.4. Calculer la distance parcourue par le tapis à l'instant t_2 .

On a $x_2 - x_1 = \int_{t_1}^{t_2} v_{10}(t).dt$ avec $v_{10}(t) - v_1 = \dot{x}_2.(t - t_1)$ pour la phase 2.

$$\text{Ou (aire du trapèze), } x_2 - x_1 = (t_2 - t_1). \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow x_2 = 211,5 \text{ m}$$

Q4.5. Calculer la distance parcourue $X = x_{10}(40)$ par le tapis à l'instant $t = 40 \text{ s}$.

$$\text{On a (aire du rectangle pour } t \geq t_2), X = x_2 + v_2.(t - t_2) \Rightarrow X = 531,5 \text{ m}$$

Q4.6. Calculer la durée T pour parcourir $L = 10 \text{ km}$.

$$\text{On reprend la relation précédente avec } L = x_2 + v_2.(T - t_2) \Leftrightarrow T = t_2 + \frac{L - x_2}{v_2}$$

$$\Rightarrow T = 611,8 \text{ s}$$