

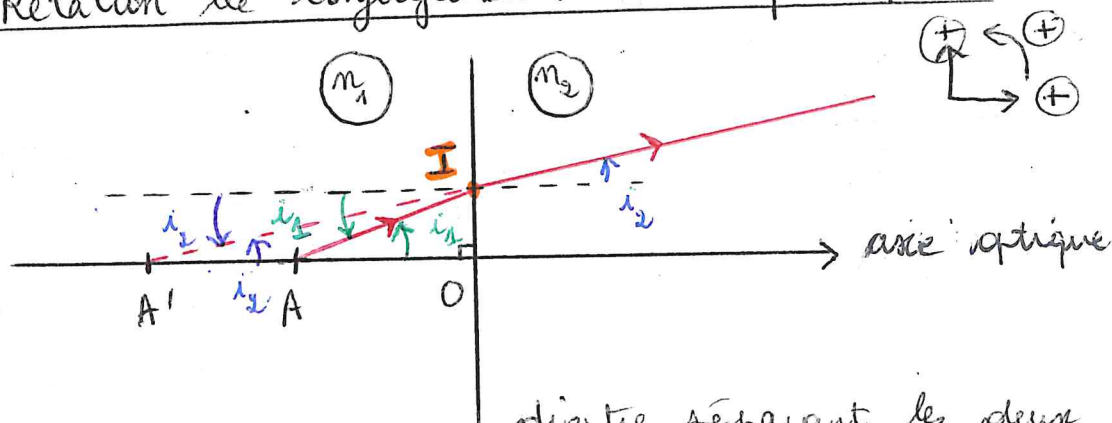
TDO2 : Propagation de la lumière à travers des systèmes optiques élémentaires, formation des images

①

EX1

Relation de conjugaison du dioptré plan

1]



dioptré séparant les deux milieux
où l'on a supposé ici le milieu d'indice optique n_2
plus réfringent que le milieu d'indice optique n_1 .
on note I le point d'incidence du RL provenant de A
sur le dioptré.

2] Soit i_1 l'angle d'incidence du RL provenant de A sur
niveau du point I et i_2 l'angle de réfraction correspondant.
Dans les conditions de Gauss, il vient :

$$\tan(i_1) \approx i_1 = \frac{\overline{OI}}{\overline{AO}} > 0 \quad (1)$$

$$\tan(i_2) \approx i_2 = \frac{\overline{OI}}{\overline{A'O}} > 0 \quad (2)$$

D'après la loi de la réfraction (2^{ème}) de Snell-Descartes
il vient :

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

$$\Leftrightarrow n_1 i_1 \approx n_2 i_2 \quad (\text{conditions de Gauss}) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{D'où } \frac{(1)}{(2)} \text{ donne : } \frac{\overline{OI}}{\overline{AO}} \times \frac{\overline{AO}}{\overline{O'I}} &= \frac{i_1}{i_2} & \Leftrightarrow \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} &= \frac{n_2}{n_1} \\ \Leftrightarrow \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} &= \frac{i_1}{i_2} & & \end{aligned}$$

EX2

(2)

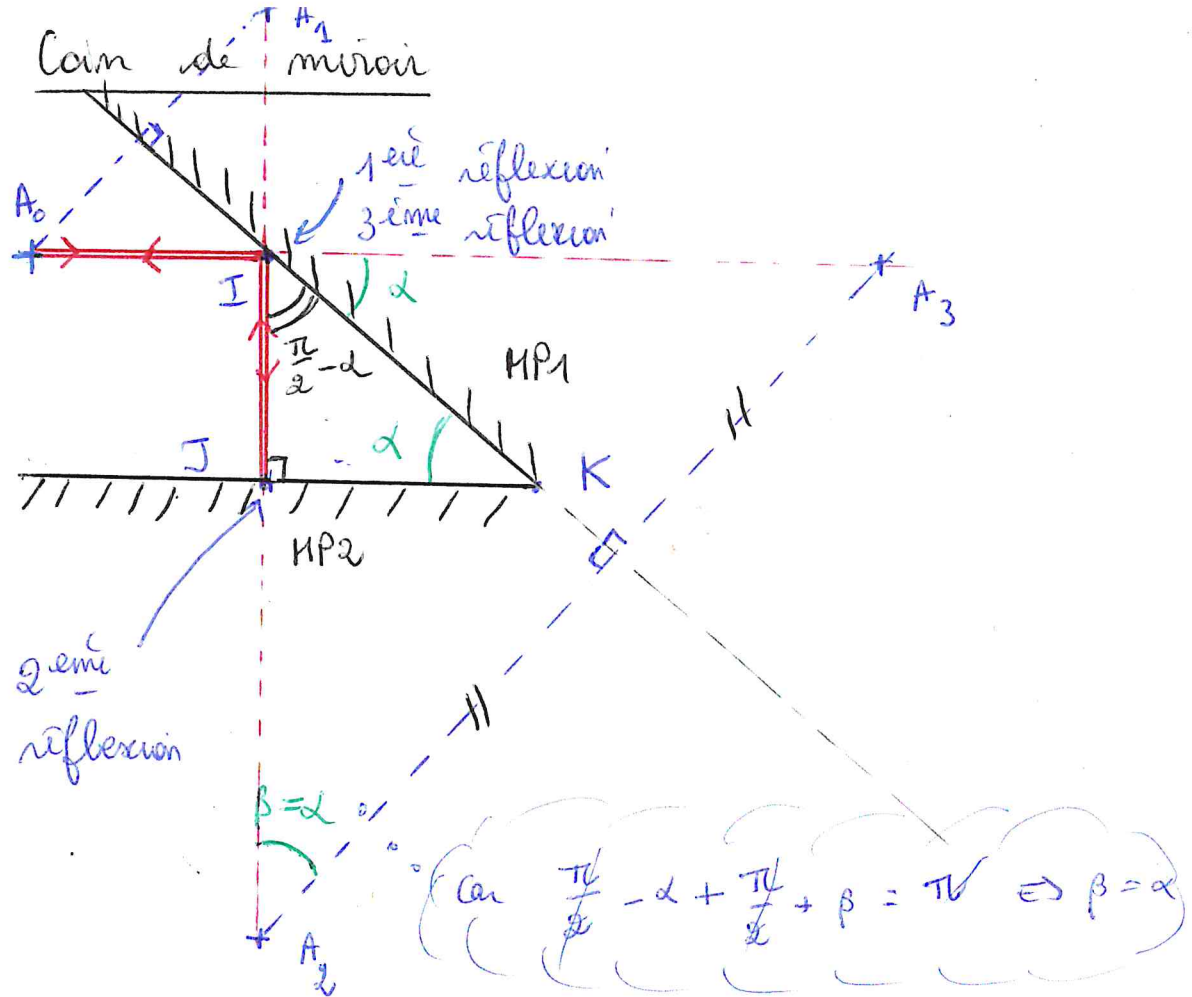


Schéma synoptique: $A_0 \xrightarrow{MP1} A_1 \xrightarrow{MP2} A_2 \xrightarrow{MP1} A_3$
 de telle sorte à ce que $(A_0A_3) \parallel$ à l'axe de $MP2$.

Dans le triangle rectangle IKA_3 : $\tan(\alpha) = \frac{KA_3}{IK}$

Dans le triangle rectangle IKA_2 : $\tan(\alpha) = \frac{IK}{KA_2}$

Or $KA_3 = KA_2$ (relation de conjugaison de miroir plan en valeur absolue)

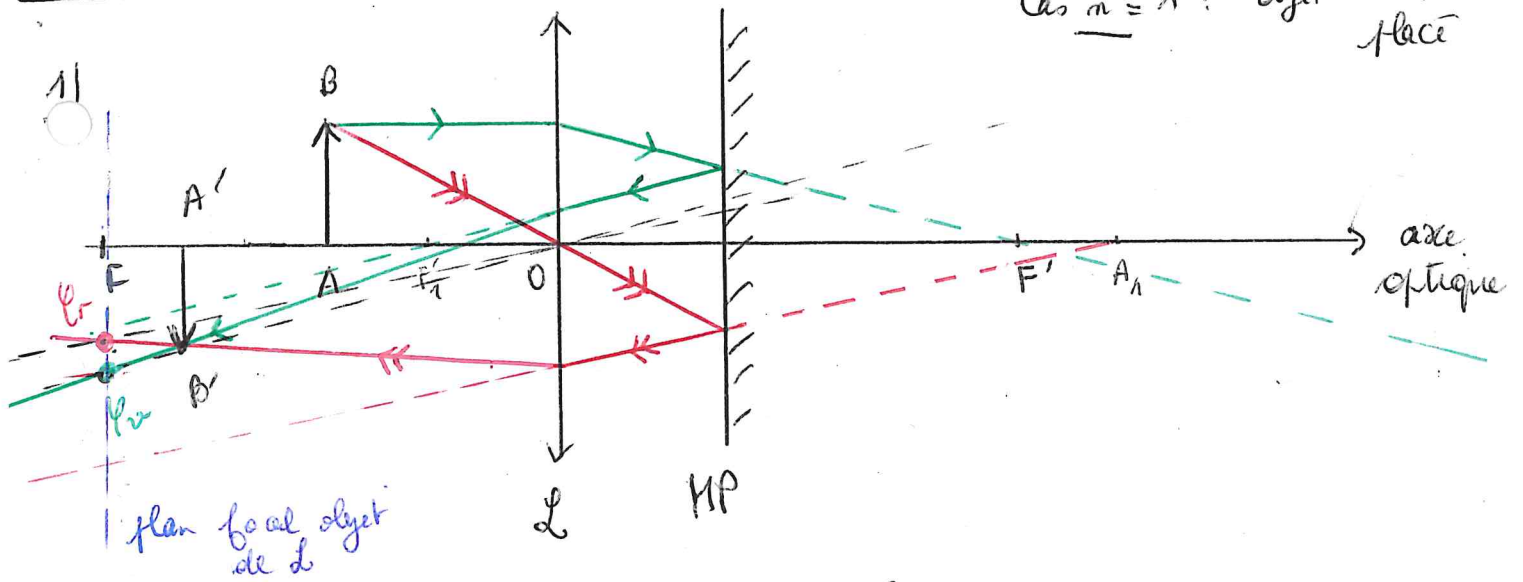
D'où $\tan^2(\alpha) = \frac{KA_3}{IK} \times \frac{IK}{KA_2} \Rightarrow \tan^2(\alpha) = 1$

Donc $\tan(\alpha) = \pm 1$

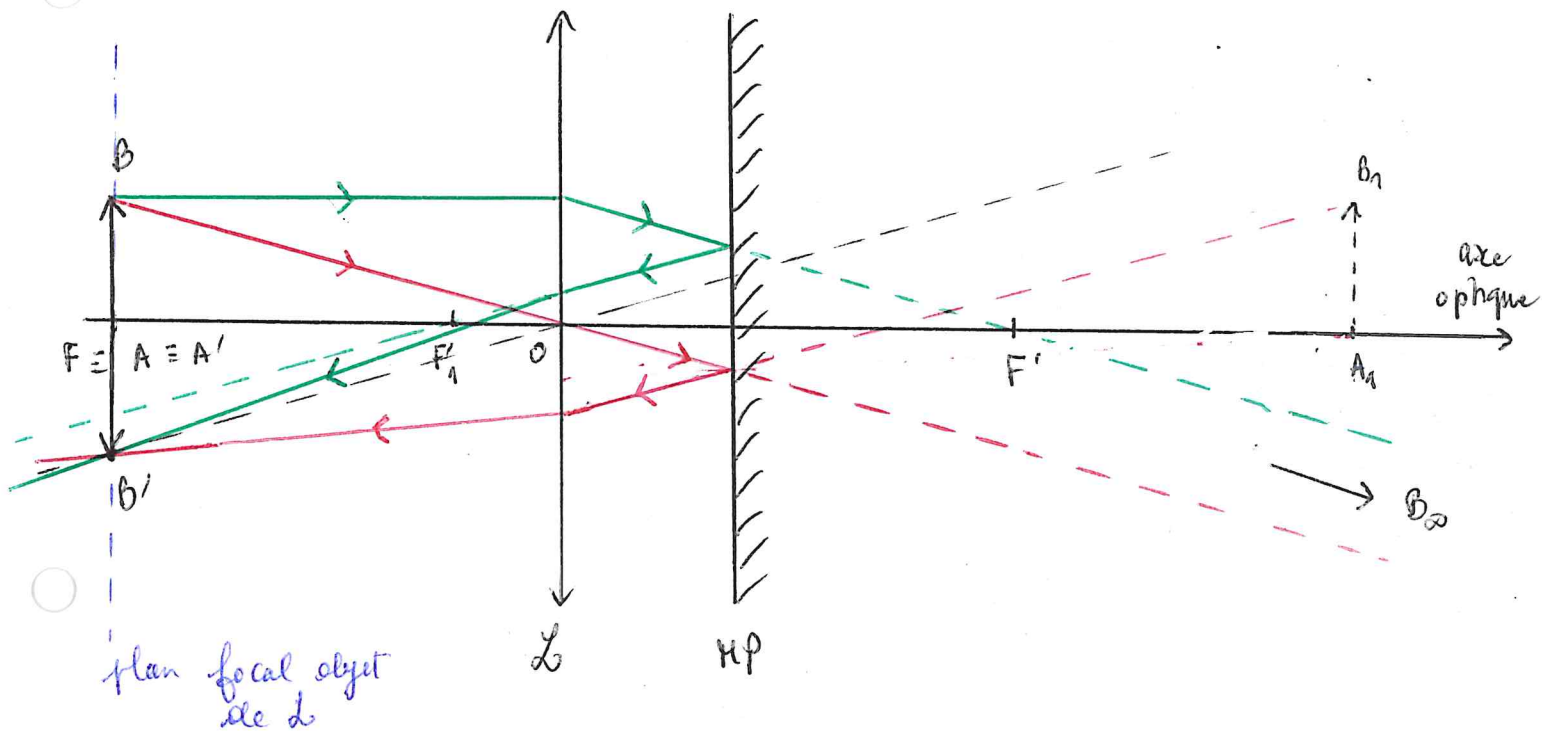
$\Rightarrow \alpha = \pm \frac{\pi}{4}$ rad (cela dépend de l'orientation de l'angle orienté α)

EX3 - Méthode d'autocollimation

Cas $n = 1$: objet AB mal placé



On se rend compte que AB et A'B' ne sont pas confondus.
Essayer un autre cas avec cette fois-ci $A \equiv F$



2) A'B' est de même taille que AB, mais retourné.

On en déduit que $\gamma = \frac{A'B'}{AB} \Leftrightarrow \boxed{\gamma = -1}$

3) $\boxed{OA_{\text{mag}} = -20,0 \text{ cm}}$

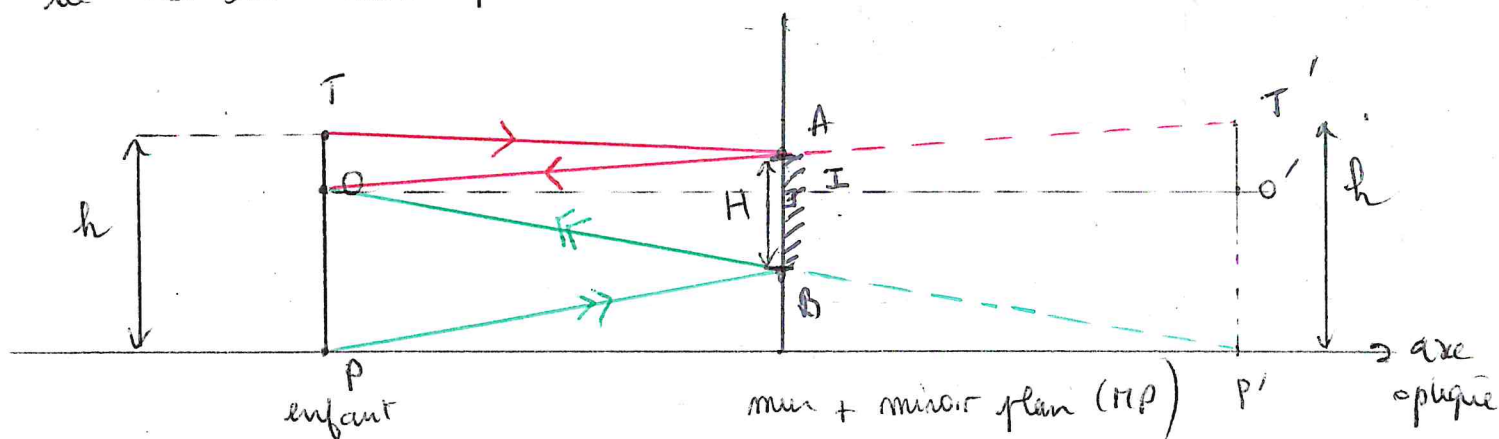
D'où $f' = -OA_{\text{mag}} \Rightarrow \boxed{f' = 20,0 \text{ cm}}$ et $\boxed{V = 5,0 \delta}$

4) $\frac{n(f')}{f'} = \frac{\sigma}{\sqrt{5}} = \frac{0,14}{\sqrt{5}} = 0,06 \Rightarrow \boxed{n(f') = 1,3 \text{ cm}}$
d'où $\boxed{f' = (20,0 \pm 1,3) \text{ cm}}$

EX4 - Un enfant et un miroir

(4)

Pour que l'enfant se voie en entier, il faut qu'il se voie de la tête aux pieds.



Soit T le point désignant le sommet de son crâne et P le point désignant la base de ses pieds, le point O un de ses yeux. Pour que l'enfant puisse se voir de la tête aux pieds (donc en entier) il faut que les rayons lumineux provenant de P' et de T' atteignent O : l'enfant doit voir son image à travers le miroir. On en déduit ainsi les pts A et B pour pouvoir trouver la condition de la valeur minimale de H .

Soit I le projeté orthogonal de O sur le MP .

$(AI) \parallel (T'O')$

OAT' et OIO' sont alignés, donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{OI}{OO'} = \frac{OA}{OT'} = \frac{AI}{O'T'} \quad \Rightarrow \quad OI = \frac{1}{2} OO' \quad (MP)$$

$$\Rightarrow \frac{AI}{O'T'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{AI = \frac{1}{2} O'T'} \quad (1)$$

$(IB) \parallel (O'P')$

OBP' et OIO' sont alignés, donc d'après le théorème de Thalès :

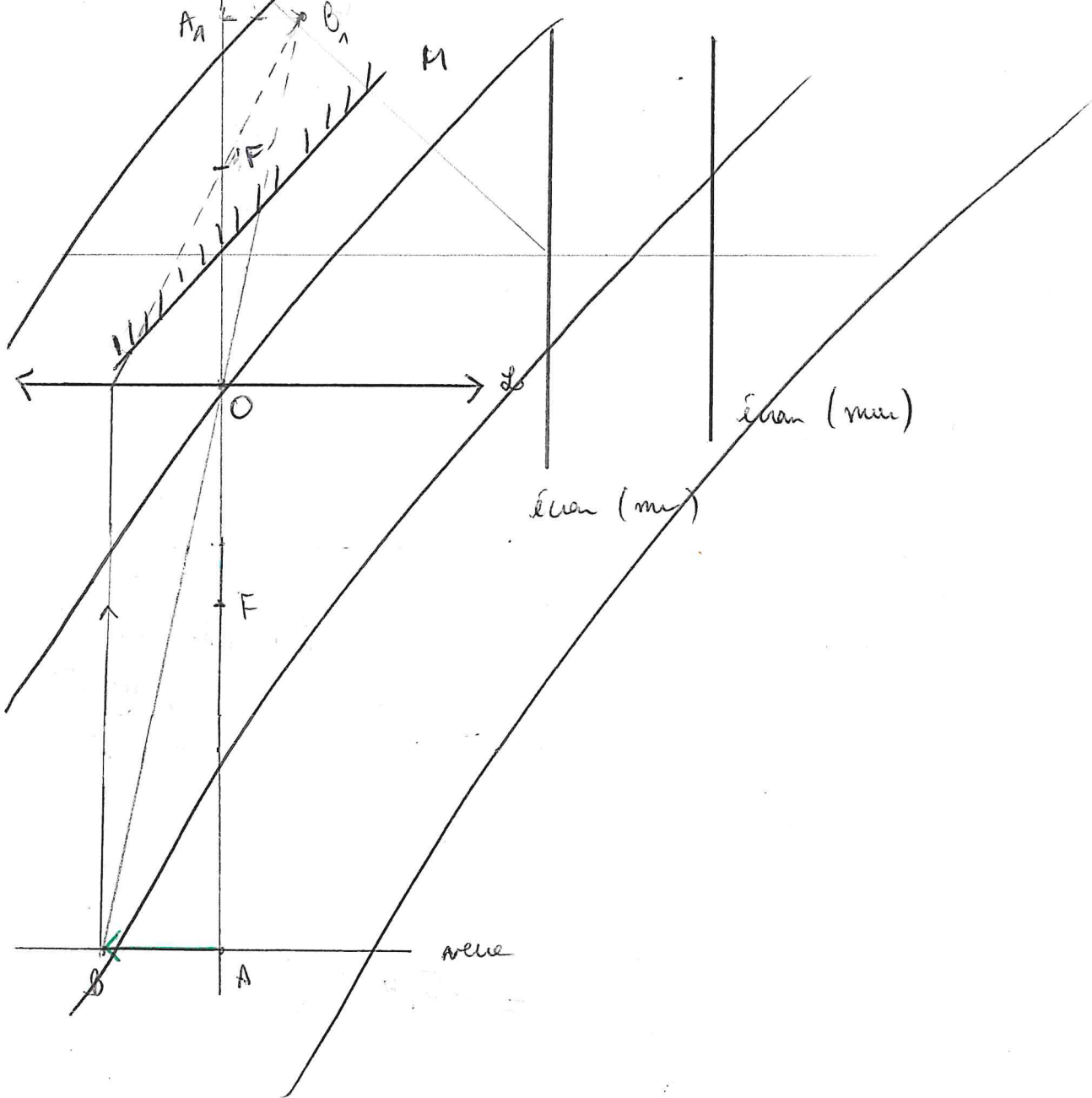
$$\frac{OI}{OO'} = \frac{OB}{OP'} = \frac{IB}{O'P'}$$

$$\Rightarrow \frac{IB}{O'P'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{IB = \frac{1}{2} O'P'} \quad (2)$$

$$\begin{cases} H = AB = AI + IB \\ h = T'P' = T'O' + O'P' = OT' + O'P' \end{cases}$$

Donc (1)+(2) $\Rightarrow AI + IB = \frac{1}{2} (OT' + O'P')$
 $\Rightarrow H = \frac{h}{2}$

EX5 Fonctionnement d'un rétroprojecteur



$$2) \quad A_2 \xrightarrow{L} A_1 \xrightarrow{MP} A'$$

6

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

$$\Rightarrow \overline{OA_1} = \overline{OC} + \overline{CA_1}$$

$$= d + D$$

$$\Rightarrow \overline{OA} = -h$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{d+D} + \frac{1}{h} &= \frac{1}{f'} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{d+D}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h} = \frac{d+D-f'}{f'(d+D)}$$

$$\Rightarrow h = \frac{f'(d+D)}{D+d-f'}$$

$$\Rightarrow h = \frac{d+D}{\sqrt{(D+d)-1}}$$

$$3) \quad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \times \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}$$

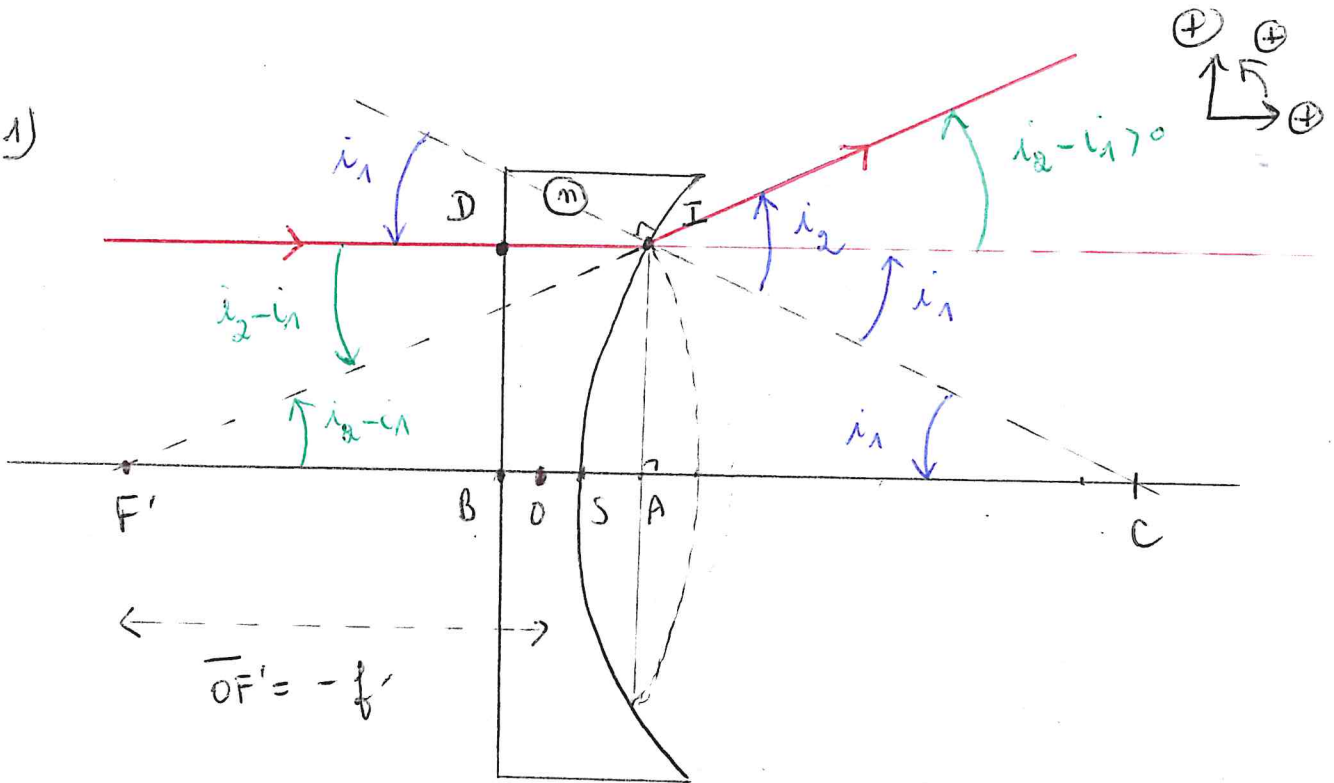
Produit de
sommation

$$= \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}$$

$$= \frac{-d+D}{h} = -5,2$$

EX6 - Étude du modèle d'une lentille mince DV (7)

1)



2) Dans le triangle rectangle AIC, $\sin(i_1) = \frac{\overline{AI}}{\overline{CI}} \Rightarrow \sin(i_1) = \frac{h}{R}$
 Or d'après les CG, $\sin(i_1) \approx i_1$ d'où $i_1 = \frac{h}{R}$

D'après la loi de Sn de la réfraction, $n \sin(i_1) = \sin(i_2)$

$$\Rightarrow n i_1 \approx i_2$$

$$\Rightarrow i_2 = \frac{nh}{R}$$

3) Dans le triangle rectangle F'AI, on a : $\tan(i_2 - i_1) = \frac{\overline{AI}}{\overline{F'A}}$

$$\bullet \overline{AI} = h$$

$$\bullet \overline{F'A} = \overline{F'O} + \overline{OS} + \overline{SA} \\ = -f' + \frac{e}{2} + \overline{SA}$$

$$\text{Or, } \overline{SA} = \overline{SC} + \overline{CA} = R + \overline{CA}.$$

Pour ailleurs, d'après le th de Pythagore (triangle rectangle CIA)

$$\overline{CI}^2 = \overline{AI}^2 + \overline{CA}^2 \Rightarrow R^2 = h^2 + \overline{CA}^2 \\ \Rightarrow \overline{CA} = -\sqrt{R^2 - h^2}.$$

$$\text{D'où } \overline{SA} = R - \sqrt{R^2 - h^2} = R \left(1 - \sqrt{1 - \frac{h^2}{R^2}} \right)$$

$$\text{D'au} \quad \tan(i_2 - i_1) = \frac{h}{-f' + \frac{e}{2} + R\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h^2}{R^2}}\right)}$$

(8)

$$\Rightarrow i_2 - i_1 \approx \frac{h}{-f' + \frac{e}{2} + R\left(1 - \sqrt{1 - \frac{h^2}{R^2}}\right)} \approx 1 - \frac{h^2}{2R^2}$$

$h \ll R$

$$\Rightarrow \boxed{i_2 - i_1 \approx \frac{h}{-f' + \frac{e}{2} + \frac{h^2}{2R}}}$$

CG
 $\tan(i_2 - i_1) \approx i_2 - i_1$

$$4) \text{ Or } i_2 - i_1 = \frac{nh}{R} - \frac{h}{R} = \frac{(n-1)h}{R}$$

$$\text{D'au} \quad \frac{(n-1)h}{R} = \frac{h}{-f' + \frac{e}{2} + \frac{h^2}{2R}}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{n-1} = -f' + \frac{e}{2} + \frac{h^2}{2R}$$

$$\Rightarrow \boxed{f' = \frac{e}{2} + \frac{h^2}{2R} - \frac{R}{n-1}}$$

$$5) \left. \begin{array}{l} e \ll R \\ h \ll R \end{array} \right\} \boxed{f' \approx -\frac{R}{n-1}} < 0$$

TD O2 : Propagation de la lumière à travers des systèmes optiques

élémentaires, formation d'images

EX 1 – Relation de conjugaison du dioptré plan

▷ On considère un dioptré plan séparant deux milieux d'indice n_1 et n_2 . Soit A un point objet réel dans le milieu d'indice n_1 , et A' son image par le dioptré.

Q 1. Schématiser le dispositif.

Q 2. Exprimer le rapport $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ en fonction de n_1 et n_2 , où O est le projeté orthogonal de A sur le dioptré.

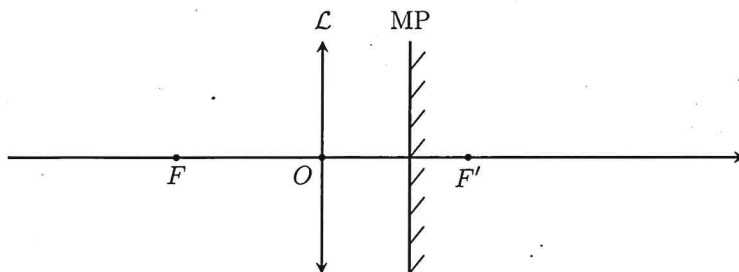
EX 2 – Coin de miroir

▷ Un rayon lumineux pénètre dans un système optique composé de deux miroirs plans faisant un angle α entre eux. Il rentre parallèlement à un miroir et ressort du système en revenant sur lui-même par le même chemin optique après trois réflexions.

Question : Quelle est la valeur de α ?

EX 3 – Méthode d'auto-collimation pour déterminer une distance focale de lentille convergente

▷ L'auto-collimation est une méthode simple permettant de mesurer la distance focale image f' d'une lentille mince convergente $\mathcal{L}$ et de centre optique O et d'axe optique (Oz) . On accole à la lentille, du côté opposé à l'objet, un miroir plan MP perpendiculaire à l'axe optique. La lentille et le miroir resteront fixes pendant la durée de l'expérience. On place devant la lentille un objet réel AB , perpendiculaire à l'axe, A étant sur l'axe optique, et on cherche la position de AB pour laquelle l'image finale $A'B'$ – obtenue après réflexion sur le miroir plan puis un second passage à travers la lentille – se forme dans le même plan que AB . Par souci de lisibilité, nous ne placerons pas MP directement après $\mathcal{L}$ sur le schéma, mais c'est ce qui est fait en principe en TP pour éviter les problèmes de parallaxe (=miroir plan qui serait un peu incliné par rapport à la lentille, en le tenant mal par exemple). La position de MP par rapport à $\mathcal{L}$ ne change rien au résultat final tant que le miroir n'est pas incliné.



- Q 1. Reproduire le schéma d'auto-collimation sur votre feuille et placer un objet AB de telle manière à ce qu'il respecte les conditions de l'expérience d'auto-collimation décrites dans l'énoncé ci-dessus. Faire figurer les constructions géométriques..
- Q 2. Comparer la taille et l'orientation de $A'B'$ par rapport à AB . Déterminer la valeur numérique du grandissement transversal γ .
- Q 3. Pour repérer précisément la position de netteté, un expérimentateur répète cinq fois la mesure de $\overline{OA}$:

Essai n°	1	2	3	4	5
$\overline{OA}$ (cm)	-19,8	-20,1	-19,9	-20,0	-20,2

Calculer la valeur moyenne $\overline{OA}_{\text{moy}}$, en déduire f' ainsi que la vergence V de la lentille (en dioptries).

- Q 4. Estimer l'incertitude-type $u(f')$ à partir de l'écart-type expérimental de la moyenne des cinq mesures.

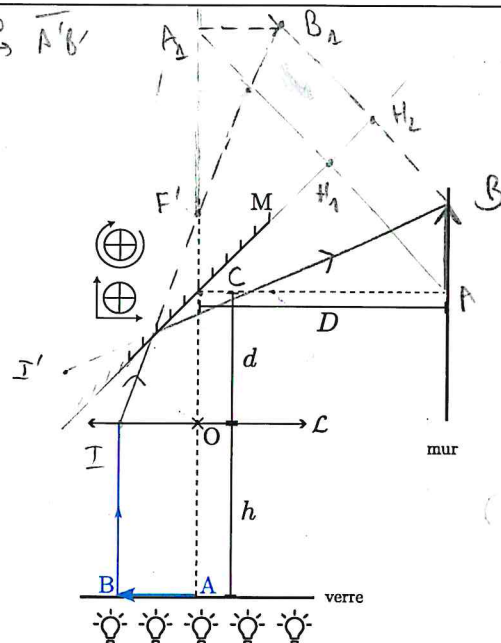
EX 4 – Un enfant et un miroir plan

▷ Un enfant de taille h se place debout devant un miroir plan rectangulaire, de hauteur H fixé sur un mur vertical.
 Question : Déterminer la valeur minimale de la hauteur H du miroir pour que l'enfant puisse se voir en entier.

EX 5 – Fonctionnement d'un rétroprojecteur

$$AB \xrightarrow{\mathcal{L}} A_1 B_1 \xrightarrow{MP} A' B'$$

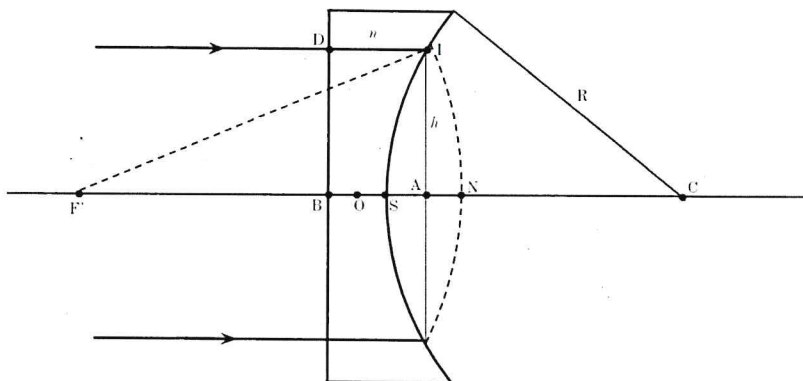
▷ Un rétroprojecteur est un ensemble lentille-miroir, avec un miroir plan M incliné à 45° par rapport à la lentille $\mathcal{L}$. Il permettait à l'enseignant des classes de collège/lycée de projeter sur un mur un document qu'il voulait partager à ses élèves. L'emploi de cet objet a diminué au fur et à mesure du déploiement massif des vidéo-projecteurs. L'ensemble lentille-miroir est réglable en hauteur (h). On étudie un rétroprojecteur dont la lentille a une vergence de $2,0 \delta$, avec une distance lentille-miroir $d = 10$ cm. On désire projeter un objet transparent AB sur un écran placé à $D = 3,0$ m de l'axe optique de la lentille.



- Q 1. Tracer l'image $A'B'$ de l'objet AB par le système optique.
 Q 2. Déterminer l'expression littérale de la distance h permettant d'obtenir une image nette sur l'écran. Faire l'application numérique.
Indication : Utiliser la relation de conjugaison de DESCARTES.
 Q 3. Déterminer l'expression littérale du grandissement γ de ce rétroprojecteur. Faire l'application numérique.

EX 6 – Étude du modèle d'une lentille mince divergente

▷ On considère la lentille mince divergente suivante qui résulte de la taille d'un morceau de verre d'indice n sur laquelle on envoie un faisceau lumineux :



On note $R = \overline{SC}$ le rayon de courbure de la face de sortie de la lentille divergente, $h = \overline{AI}$ le diamètre du faisceau lumineux entrant, $e = 2\overline{OS}$ l'épaisseur minimale de la lentille divergente. On se placera dans les conditions de GAUSS pour l'étude du problème.

- Q 1. Par construction graphique, déterminer la marche du rayon lumineux incident du haut, après le point D . Il conviendra de faire apparaître l'angle d'incidence i_1 de ce rayon lumineux, ainsi qu'un angle de réfraction i_2 .
 Q 2. Montrer que $i_1 = \frac{h}{R}$. En déduire l'expression de i_2 .
 Q 3. Montrer que $i_2 - i_1 = \frac{h}{-f' + \frac{e}{2} + \frac{h^2}{2R}}$, en supposant $h \ll R$. *Indication : Appliquer le théorème de PYTHAGORE.*
 Q 4. En déduire l'expression de f' en fonction de e , h , R et n .
 Q 5. Simplifier l'expression de f' en supposant de plus e très petit devant R . Commenter le signe de f' .