IC n°5

(11') → ×2 (22')

NOM : RONDIN-KHOUYA /20

PRÉNOM : Hugo

Q 1. Établir la caractéristique $i = f(u)$ d'un générateur réel de tension (=générateur de THÉVENIN).

Générateur de thévenin :



(1)

$u = E - ri$

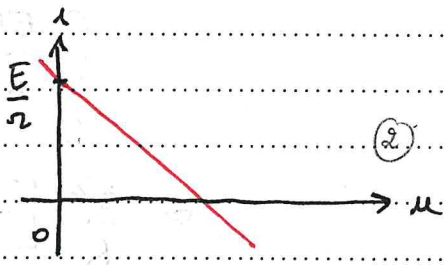
u

$\Leftrightarrow ri = E - u$

$\Leftrightarrow i = -\frac{1}{r} \cdot u + \frac{E}{r}$ (1)

4

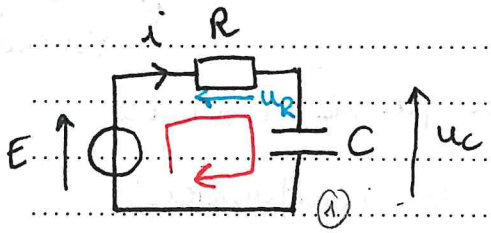
On en déduit la caractéristique :



(2)

Q 2. Étude de la charge d'un condensateur dans un circuit RC série initialement déchargé et soumis à partir de l'instant $t = 0$ à une tension E (ED, résolution, tracé $u_C = f(t)$, tracé de la constante de temps caractéristique τ à l'aide d'une méthode de votre choix)

Circuit RC série :



(1)

Loi des mailles : $E - u_R - u_C = 0$ (1)

$\Leftrightarrow E - Ri - u_C = 0$

Or $i = C\frac{du_C}{dt}$, d'où :

$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$

On pose $\tau = RC$ (1) d'où $\tau\frac{du_C}{dt} + u_C = E \Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E}{\tau}$ (1)

(EH) : $\frac{du_{C,h}}{dt} + \frac{1}{\tau}u_{C,h} = 0 \Leftrightarrow u_{C,h}(t) = Ae^{-t/\tau}$, $A \in \mathbb{R}$ (1)

9

Sol particulière : $u_{C,p}(t) = K \Rightarrow \frac{1}{\tau}K = \frac{E}{\tau} \Leftrightarrow u_{C,p}(t) = K = E$ (1)

D'où $u_C(t) = Ae^{-t/\tau} + E$

À $t = 0$, le condensateur est déchargé : $q(0) = 0$.

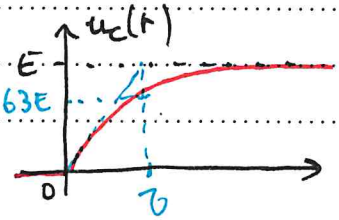
D'où $u_C(0) = \frac{q(0)}{C} = 0$

Ainsi $0 = A + E \Leftrightarrow A = -E$ (1)

Donc $u_C(t) = E - Ee^{-t/\tau}$

$\Leftrightarrow u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$, $\tau = RC$ (1)

Tracé :



(1) 0,5 tracé 0,5 → τ

Q 3. Établir le bilan énergétique de la charge du condensateur dans un circuit RC série, alimenté par un GBF de tensio E constante. Interpréter chaque terme obtenu à l'issue du bilan.

LDM $\times i\,dt$: $E i\,dt - Ri^2 dt - u_c i\,dt = 0$

(1) $\Leftrightarrow E i\,dt = Ri^2 dt + u_c C \frac{du_c}{dt} dt$

$\Leftrightarrow E i\,dt = Ri^2 dt + C u_c du_c$

On $i = C\frac{du_c}{dt}$ d'où $i(t) = C\frac{d}{dt}\left(E - Ee^{-t/\tau}\right) = \frac{CE}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$ (1)

En intégrant entre $t=0$ et $t \to +\infty$:

$$\int_0^{+\infty} \frac{E^2}{R} e^{-t/\tau}\,dt = \int_0^{+\infty} \frac{E^2}{R} e^{-2t/\tau}\,dt + \int_{u_c(0)}^{u_c(\infty)} C u_c\,du_c \quad (1)$$

$u_c(\infty) = E$, $u_c(0) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{E^2}{R}\underbrace{\left[-\tau e^{-t/\tau}\right]_0^{+\infty}}_{=\tau} = \frac{E^2}{R}\underbrace{\left[-\frac{\tau}{2} e^{-2t/\tau}\right]_0^{+\infty}}_{=\tau/2} + C\underbrace{\left[\frac{1}{2}u_c^2\right]_{u_c(0)}}_{=\frac{1}{2}E^2}$$

D'où $\boxed{\mathcal{E}_g = \mathcal{E}_R + \mathcal{E}_c}$ (1) avec $\mathcal{E}_g = \frac{\tau E^2}{R} = \underline{CE^2}$: énergie fournie par le générateur (1)

$\mathcal{E}_R = \frac{\tau E^2}{2R} = \frac{1}{2}CE^2$: énergie reçue par la résistance (1)

$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}CE^2$: énergie reçue par le condensateur (1)