DL n°3 de physique-chimie (à rendre le lundi 02 novembre 2026 - facultatif)

Attention !

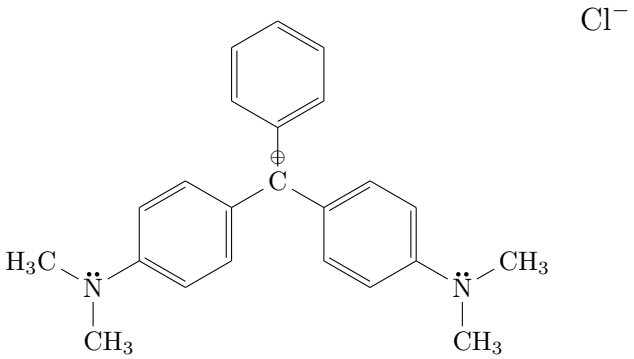
▷ Il faut **TOUJOURS** écrire l'**expression littérale** avant de faire l'application numérique et **NE PAS OUBLIER** les **unités**.

▷ Il faut **ENCADRER** les expressions littérales et **SOULIGNER** les applications numériques en prenant garde à ce qu'elles contiennent le **bon nombre de chiffres significatifs**.

I. Décoloration du vert de malachite

I. 1 - Le vert de malachite

▷ Le vert de malachite (M^+, Cl^-) est utilisé comme indicateur coloré de pH en solution. Sa formule est donnée ci-dessous :



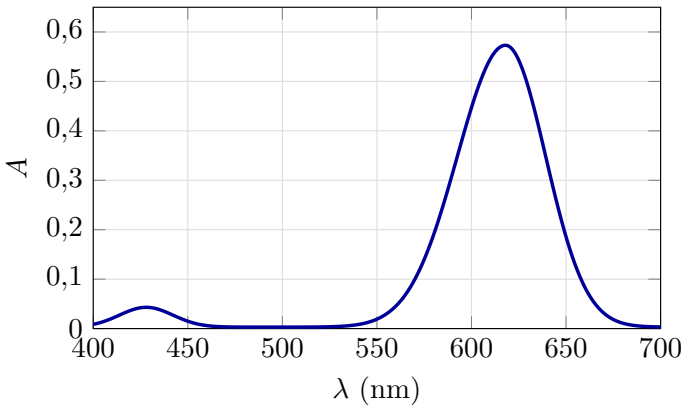
En milieu basique, les ions hydroxyde HO^- peuvent se fixer sur le carbocation M^+, entraînant la décoloration de la solution suivant une réaction supposée totale :

$$M^+ + HO^- \longrightarrow MOH$$

I. 2 - Détermination du coefficient d'absorption molaire du vert de malachite (révisions de Terminale Spé)

▷ On trace l'évolution de l'absorbance A en fonction de la longueur d'onde λ de la radiation qui traverse une solution de vert de malachite (figure 1). On donne également le cercle chromatique (figure 2).

Figure 1 – Spectre d'absorption du vert de malachite



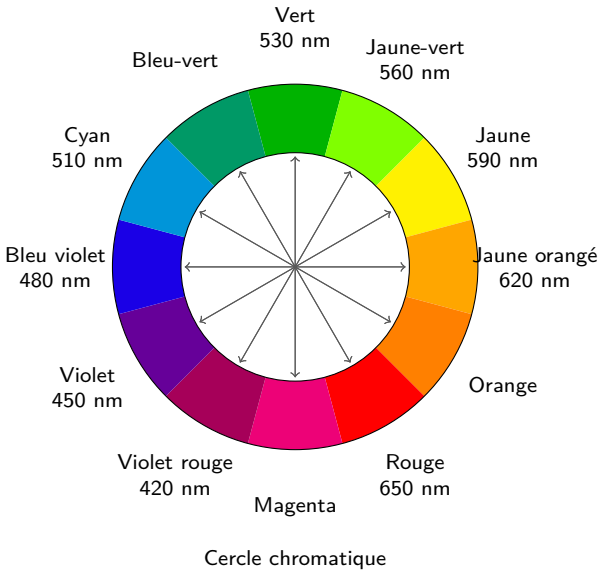


Figure 2

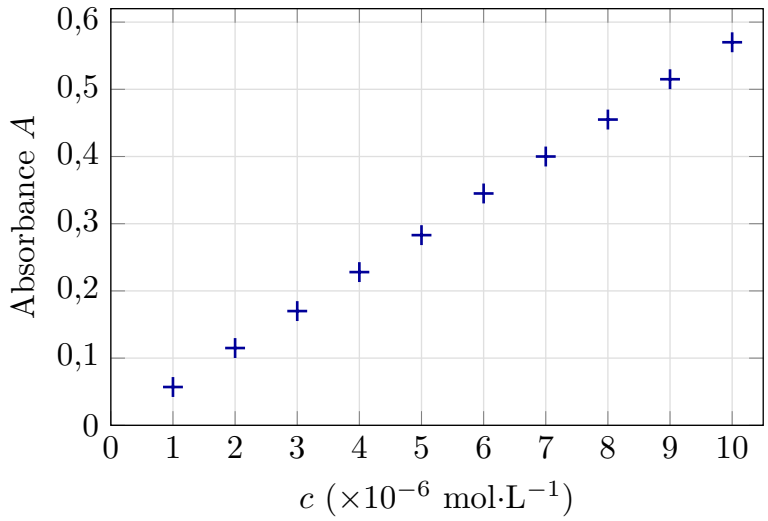
Q 1. Justifier la couleur de la solution.

À partir d'une solution mère de concentration en quantité de matière $c = 1{,}00 \times 10^{-5}$ mol · L^{-1}, on prépare plusieurs solutions filles pour lesquelles on mesure l'absorbance à $\lambda = 620$ nm dans des cuves de largeur $\ell = 1{,}00$ cm, après avoir fait le blanc avec le solvant.

Q 2. Expliquer le choix de la longueur d'onde de travail.

Q 3. Indiquer la verrerie à utiliser pour préparer 100 mL d'une solution fille de concentration $c_{\text{fille}} = 1{,}00 \times 10^{-6}$ mol · L^{-1}.

On trace l'absorbance mesurée à 620 nm en fonction de la concentration c des solutions :



Q 4. Indiquer si la loi de Beer-Lambert est vérifiée et, le cas échéant, déterminer la valeur du coefficient d'absorption molaire ε du vert de malachite à 620 nm.

I. 3 - Étude cinétique

▷ On étudie la cinétique de la réaction entre les ions M^+ du vert de malachite et les ions HO^- d'une solution aqueuse de soude :

$$M^+ + HO^- \longrightarrow MOH$$

On prépare initialement un mélange, de volume supposé constant, en introduisant :

- 20,0 mL d'une solution de vert de malachite de concentration $c_1 = 7{,}50 \times 10^{-5}$ mol · L^{-1} ;
- 75,0 mL d'eau ;
- puis 5,0 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium (Na^+, HO^-) de concentration $c_2 = 1{,}00 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1}. On déclenche simultanément le chronomètre.

On mesure l'évolution temporelle de l'absorbance A à $\lambda = 620$ nm :

t (min)	0	2	4	6	8	10	12	14	16
A	0,858	0,801	0,749	0,698	0,652	0,612	0,571	0,532	0,498

On considèrera dans la suite que seul le vert de malachite absorbe de façon notable en solution. On suppose que la réaction admet un ordre α par rapport à l'ion hydroxyde HO^- et un ordre β par rapport à l'ion M^+, α et β étant des entiers.

Q 5. Proposer une expression de la loi de vitesse, en notant k la constante de vitesse.

Q 6. Calculer les concentrations initiales après dilution en vert de malachite et en ions hydroxyde, notées respectivement $[M^+]_0$ et $[HO^-]_0$.

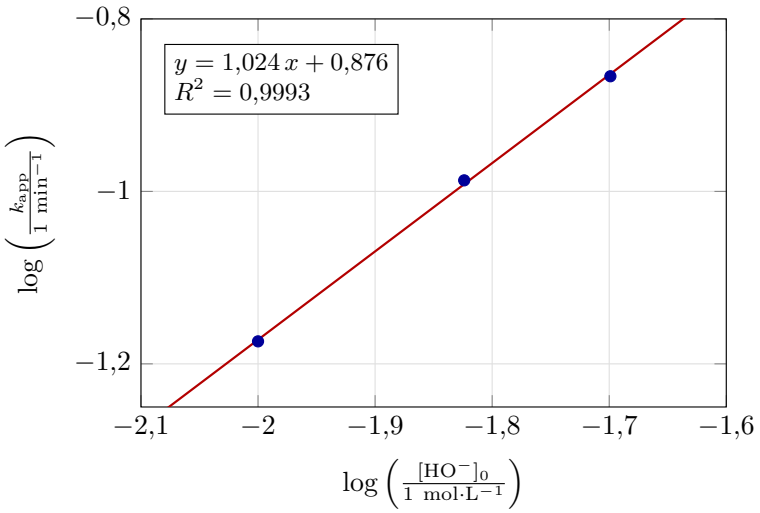
Q 7. En déduire une expression simplifiée de la loi de vitesse, en notant k_{app} la constante de vitesse apparente. Comment s'appelle cette méthode ?

Q 8. Vérifier que les résultats expérimentaux sont compatibles avec $\beta = 1$ et déterminer la valeur de k_{app}.

On renouvelle l'expérience en utilisant des concentrations initiales différentes en ions hydroxyde. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

$[HO^-]_0$ $(mol \cdot L^{-1})$	$1{,}00 \times 10^{-2}$	$1{,}50 \times 10^{-2}$	$2{,}00 \times 10^{-2}$
k_{app} (min^{-1})	$6{,}70 \times 10^{-2}$	$10{,}3 \times 10^{-2}$	$13{,}6 \times 10^{-2}$

On trace $\log\left(\frac{k_{app}}{1\ min^{-1}}\right)$ en fonction de $\log\left(\frac{[HO^-]_0}{1\ mol \cdot L^{-1}}\right)$ et on réalise une régression linéaire :



Remarque : le coefficient de détermination R^2 est un nombre compris entre 0 et 1 ; plus il est proche de 1, meilleure est la qualité de la régression linéaire. On considère qu'une régression linéaire est satisfaisante si $R^2 > 0,99$.

Q 9. Montrer que cette représentation graphique permet de trouver les valeurs de α et de k. Indiquer les résultats obtenus en précisant les unités.

II. Recharge d'un condensateur

▷ Lorsqu'un condensateur est utilisé comme une batterie, la question de sa recharge se pose. L'énergie est prélevée sur le réseau électrique et on souhaiterait que l'intégralité de cette énergie soit transférée au condensateur. Nous allons montrer que ceci dépend de la stratégie de charge retenue.
On appelle « rendement de la charge du condensateur » le rapport entre l'énergie stockée par le condensateur à l'issue de la charge et l'énergie fournie par le générateur au cours de cette charge :

$$\eta = \frac{\mathcal{E}_{\text{stockée}}}{\mathcal{E}_{\text{fournie}}}$$

Q 10. De manière générale, la charge se fait à travers la résistance totale du circuit R. On note C la capacité du condensateur et E la tension finale à atteindre aux bornes du condensateur. Montrer par analyse dimensionnelle que l'expression du rendement η ne peut pas dépendre des valeurs de R, C ou E.

Dans les parties II. 1 - et II. 2 - , on raisonne sur le circuit de la figure 3 pour envisager deux méthodes de recharge qui vont mener à deux valeurs différentes de rendement.

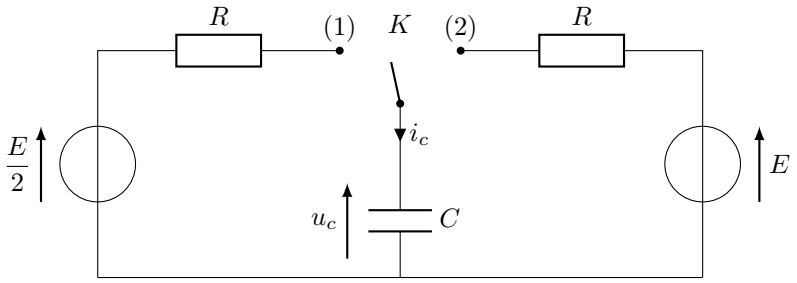


Figure 3 – Montage de recharge

II. 1 - Premier procédé de charge

▷ L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Le condensateur étant initialement déchargé, on bascule l'interrupteur K dans la position (2) à $t = 0$.

Q 11. Déterminer, en justifiant, la valeur de $u_c(0^+)$ (juste après le basculement de l'interrupteur).

Q 12. Établir l'équation différentielle portant sur $u_c(t)$. On la mettra sous la forme $\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_c}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}$ avec τ un paramètre dont on précisera l'expression et le sens physique.

Q 13. Résoudre l'équation différentielle et tracer l'allure de la solution $u_c(t)$.

Q 14. Donner, en fonction de C et de E, l'expression de l'énergie stockée par le condensateur à la fin de sa charge.

Q 15. Démontrer que le courant i_c s'écrit, pour tout $t > 0$:

$$i_c(t) = \frac{E}{R} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Q 16. Calculer alors l'énergie électrique fournie par le générateur sur l'ensemble de la charge.

Q 17. Quelle est la valeur du rendement de la charge avec la méthode envisagée ? Peut-il être amélioré en changeant la résistance R ?

II. 2 - Second procédé de charge

▷ On souhaite utiliser une méthode qui permette d'améliorer le rendement de la charge. On réalise une charge en deux temps. Le condensateur est initialement déchargé. L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Puis il est fermé en position (1) à $t = 0$. Lorsque le régime transitoire qui s'ensuit est achevé, l'interrupteur est basculé en position (2).

Q 18. Déterminer l'expression de $u_c(t)$ pendant la première phase de la charge.

Q 19. Déterminer, en fonction de R et de C, l'expression de l'instant t_1 auquel la tension u_c aux bornes du condensateur atteint 99 % de sa valeur finale au cours de cette première étape.

Dans la suite, on considérera que la charge est totalement achevée à cet instant t_1 (donc $u_c(t_1) \simeq \dfrac{E}{2}$) et qu'on passe à la phase suivante (basculement de l'interrupteur en position (2)).

Q 20. Exprimer la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur au cours de la deuxième phase de charge, qui commence à l'instant t_1.

Q 21. Tracer l'allure de $u_c(t)$ en fonction du temps au cours de l'ensemble des deux phases de charge.

Q 22. Exprimer l'intensité i_c qui traverse le condensateur pendant les deux phases de charge. On distinguera les cas en fonction de t.

Q 23. Déterminer l'énergie électrique fournie par les deux générateurs pendant la charge. On pourra utiliser l'approximation suivante : $\mathrm{e}^{-5} \simeq 0$.

Q 24. En déduire le rendement pour cette nouvelle façon de procéder. Conclure quant aux avantages et inconvénients par rapport à la première méthode.

II. 3 - Généralisation à une charge en N étapes

▷ La partie II. 2 - montre que la charge fractionnée en deux étapes permet un meilleur rendement. Nous établissons ici l'expression du rendement pour un fractionnement en N étapes.
Notons $t_0 = 0$ l'instant initial où le condensateur est déchargé. La première étape a lieu de t_0 à $t_1 = 5\tau$, par un générateur de tension $\dfrac{E}{N}$, à travers une résistance R.

De manière générale, l'étape numéro k de la charge ($k \in \{1, \ldots, N\}$) a lieu de t_{k-1} à t_k, par un générateur de tension $k\dfrac{E}{N}$, à travers une résistance R, avec $t_k = k \times 5\tau$. Au début de l'étape k, $u_c(t_{k-1}) = (k-1)\dfrac{E}{N}$; à la fin de l'étape k, $u_c(t_k) = k\dfrac{E}{N}$.

Q 25. Lors de l'étape k de la charge, déterminer (notamment en fonction de k et de N) :

- **a.** l'équation différentielle suivie par la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur, puis l'expression de sa solution $u_c(t)$;
- **b.** l'expression de l'intensité $i_c(t)$ traversant le condensateur ;
- **c.** l'expression de l'énergie fournie par le générateur (on utilisera l'approximation $\mathrm{e}^{-5} \simeq 0$) ;
- **d.** en déduire l'expression de l'énergie fournie par les générateurs lors de l'ensemble de la charge. On rappelle que :

$$\sum_{k=1}^{N} k = \frac{N(N+1)}{2}$$

- **e.** Montrer enfin que le rendement de la charge en N étapes s'écrit :

$$\eta = \frac{N}{N+1}$$