Électricité

Devoir Surveillé 4 : 29 novembre 2025

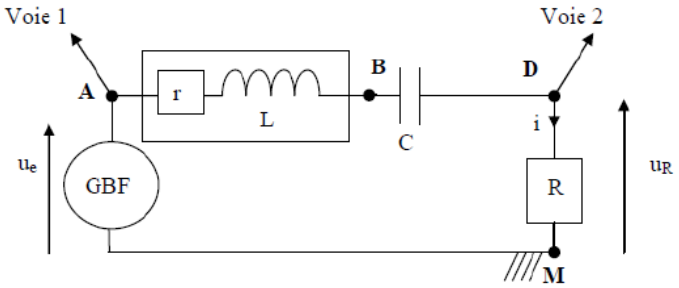
Une grande importance sera attribuée à la rédaction la présentation et au soin de la copie.

- **Tous les calculs devront être effectués de manière littérale.**
- **Les résultats seront encadrés.**
- **Une copie par exercice.**
- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Les calculatrices sont autorisées.
- Pas de correcteur.

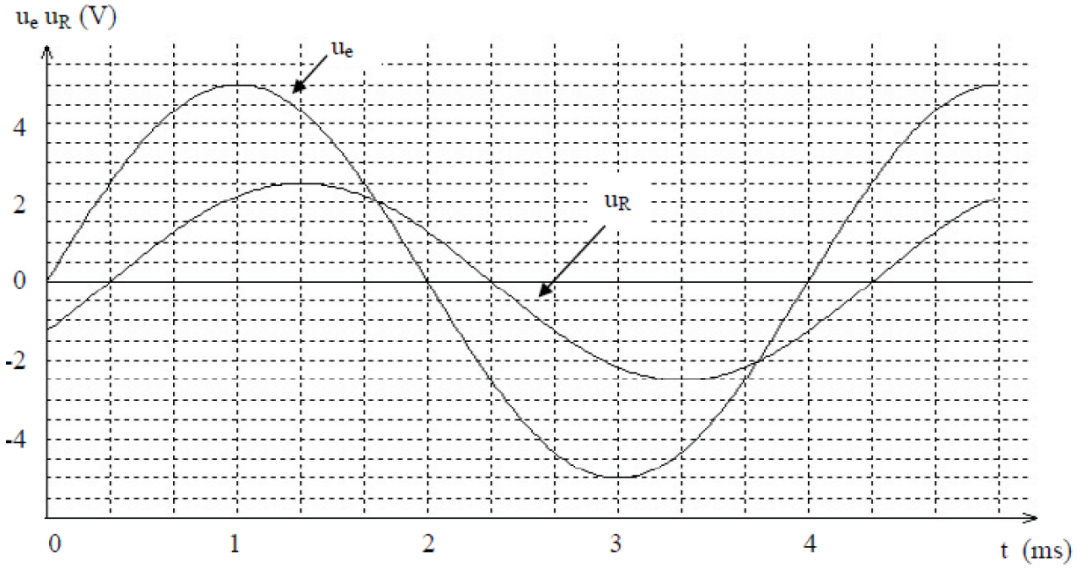
1 - Zoom sur les impédances

On place, en série avec une bobine réelle d'inductance L et de résistance r, un résistor de résistance R = 40Ω et un condensateur de capacité C = $10\mu F$.

Le GBF (générateur basses fréquences) est réglé pour délivrer une tension sinusoïdale de fréquences f = 250 Hz (la pulsation sera notée ω) et de valeur crête à crête de 10 V.



Deux tensions sont visualisées sur un oscilloscope numérique. On obtient l'oscillogramme suivant.

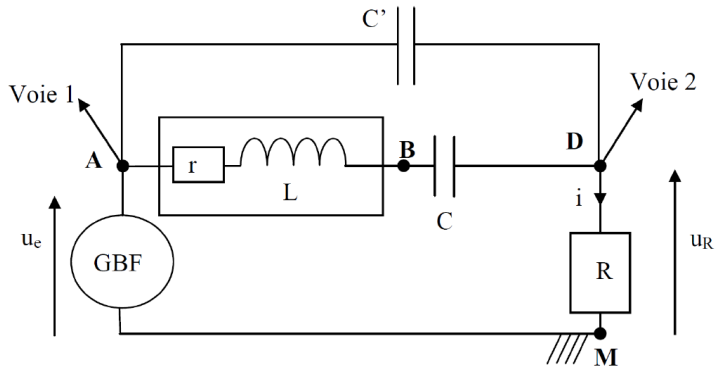


1. Déterminer l'amplitude u_{em} de la tension u_e et l'amplitude u_{Rm} de la tension u_R.
2. Déterminer l'amplitude i_m de l'intensité du courant i.
3. Calculer alors l'impédance Z_{AM} du dipôle AM.
4. Des deux tensions, $u_R(t)$ et $u_e(t)$, laquelle est en avance sur l'autre ?

5. Déterminer précisément, à partir de l'oscillogramme, le déphasage $\varphi_{u_e/i}$ entre u_e et i. Expliquer votre raisonnement.
6. Ecrire l'expression générale de l'impédance complexe $\underline{Z}_{AM}$ en fonction de r, R, L, C, ω.
7. Écrire l'expression de l'impédance complexe $\underline{Z}_{AM}$ en fonction de son module Z_{AM} et du déphasage $\varphi_{u_e/i}$.
8. Exprimer r en fonction de R, Z_{AM} et $\varphi_{u_e/i}$. Calculer sa valeur.
9. Exprimer L en fonction de C, ω, Z_{AM} et $\varphi_{u_e/i}$. Calculer sa valeur.

Afin de limiter les pertes en ligne, les fournisseurs d'électricité imposent parfois l'ajout de condensateurs à l'entrée d'une installation domestique. On reprend le montage précédent avec toujours f = 250 Hz.

On place alors en parallèle sur AD une boîte de condensateurs à décades, et on fait varier cette capacité C' jusqu'à ce que, en observant l'oscilloscope, u_R et u_e soient en phase.

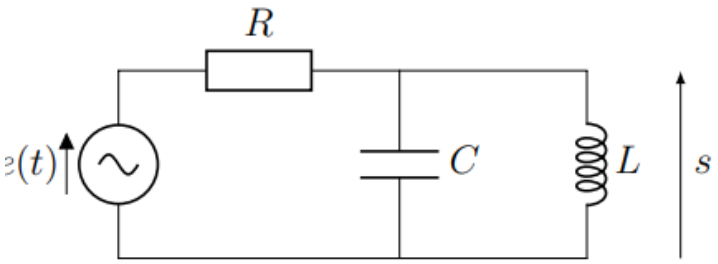


10. Quelle particularité présente alors l'impédance complexe $\underline{Z}_{AD}$ du dipôle AD ?
11. Exprimer l'admittance complexe $\underline{Y}_{AD}$ du dipôle AD en fonction de r, L, C, C' et de la pulsation ω.
12. Déduire des deux questions précédentes l'expression de C' en fonction de r, L, C et ω. Faire l'application numérique avec les valeurs de r et L calculées précédemment.

2 - Circuit en Régime sinusoïdal forcé

On étudie le circuit ci-dessous alimenté par une source idéale de tension de fem $e(t) = E\cos(\omega t)$.

En régime sinusoïdal forcé, la tension s s'écrit sous la forme $s(t) = S\cos(\omega t + \varphi)$.



1. Définir le régime sinusoïdal forcé.
2. Donner l'expression complexe de la tension $\underline{e}$ et de la tension $\underline{s}$.
3. Démontrer les expressions des impédances complexes de la bobine, de la résistance et du condensateur et donner leurs comportements asymptotiques.
4. À l'aide des comportements asymptotiques des dipôles, déterminer les valeurs de s à basses et hautes fréquences.
5. Exprimer l'impédance équivalente de l'association parallèle, et représenter le circuit électrique équivalent.
6. Établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{S}$ de la tension $s(t)$ et la mettre sous la forme :

$$\underline{S} = \frac{A}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

en exprimant A et x en fonction des données.

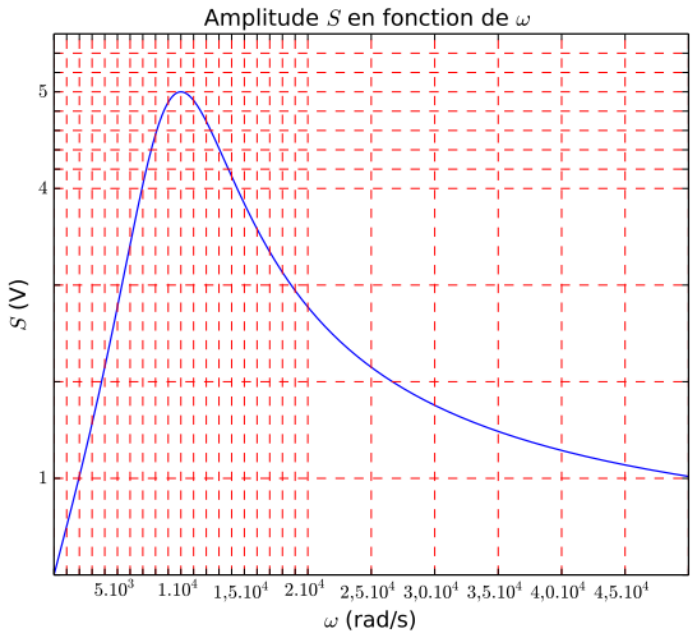
7. En déduire l'expression de l'amplitude S.

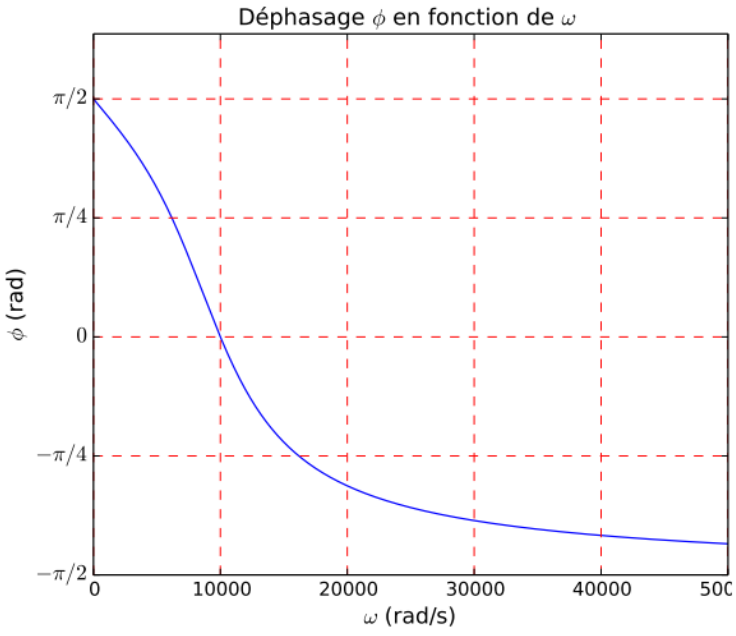
8. Pour quelle valeur de la pulsation ω l'amplitude S est-elle maximale ? Comment s'appelle ce phénomène ?

9. Déterminer la relation entre la largeur de la bande passante et ω_0, Q.

10. Expliquer comment ont été obtenus les graphes ci-dessous.

11. Déterminer les valeurs du facteur de qualité et de la pulsation propre avec les graphes ci-dessous.

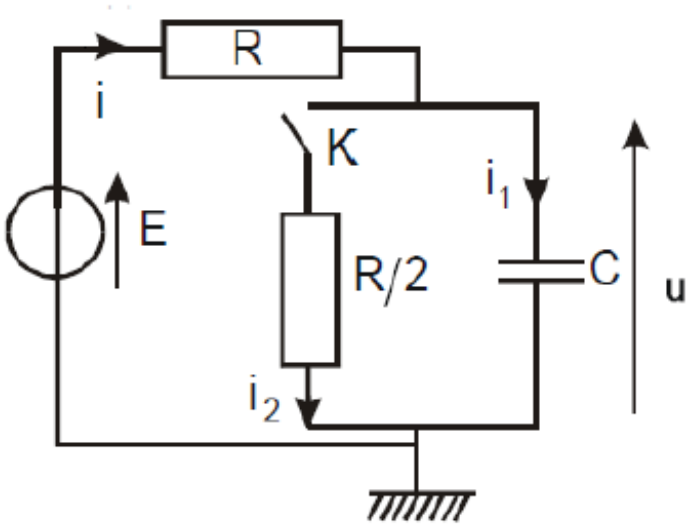




3 - Étude d'un circuit sous plusieurs angles

3.1 Régime transitoire

Nous considérons le circuit ci-dessous. Nous noterons i, l'intensité dans le résistor de résistance R, i_1 l'intensité dans le condensateur de capacité C, i_2 l'intensité dans le résistor de résistance R_2 et $u(t)$ la tension aux bornes du condensateur.



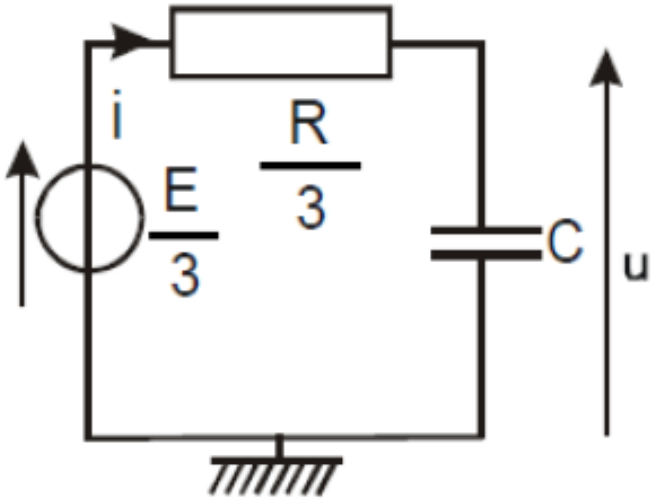
L'interrupteur est ouvert depuis très longtemps. A l'instant $t = 0$, pris pour origine des temps, nous fermons l'interrupteur K.

1. Déterminer i_1, i_2, i et u à l'instant $t = 0^-$, juste avant la fermeture de l'interrupteur.

2. Déterminer i, i_1, i_2 et u à l'instant $t = 0^+$.

3. Même question quand t tend vers l'infini.

4. On pourrait montrer que le circuit précédent est équivalent au circuit suivant :

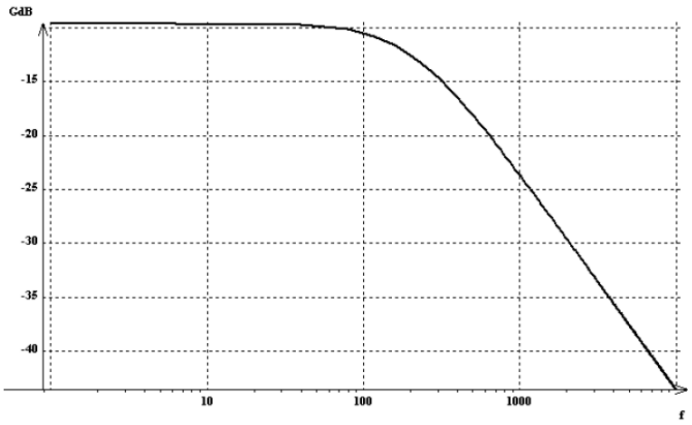


a. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.
b. Déterminer $u(t)$.
c. Tracer l'allure de u.

3.2 Régime sinusoïdal forcé

On considère à nouveau le circuit du début de la partie 1. L'interrupteur est fermé et on remplace le générateur de f.e.m constante par une source idéale de tension de f.e.m. $e(t) = E\cos(\omega t)$ où ω représente la pulsation du générateur et E l'amplitude de la tension.

5. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{u}}{\underline{e}}$, que l'on écrira sous forme canonique.
6. Exprimer le gain et le déphasage à partir de la fonction de transfert.
7. Réaliser l'étude asymptotique du filtre, puis tracer le diagramme de Bode asymptotique.
8. Ce filtre présente-t-il un caractère intégrateur ou dérivateur ? Pour quelle gamme de fréquences ?
9. Démontrer l'expression littérale de la fréquence de coupure f_c en fonction de R et C.
10. Le diagramme de Bode en gain a été tracé en fonction de la fréquence f en échelle semi-log.
a. Déterminer graphiquement la valeur de f_c en précisant la méthode utilisée.
b. En déduire la valeur de la capacité C si $R = 1,0$ kΩ.



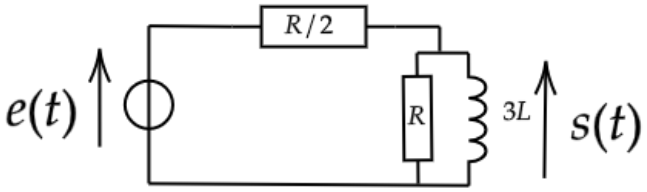
11. La tension $e(t)$ est désormais (tensions en volts, angles en radians) :

$$e(t) = 5 + 2\cos(0,5\omega_c t) + 2\cos(5\omega_c t + \pi/3)$$

Déterminer entièrement la tension de sortie $u(t)$. On s'aidera du diagramme de Bode en Gain et du calcul.
12. On prend désormais un signal périodique quelconque de période $T = 20$ ms. Donner un circuit possible avec les valeurs données pour construire un filtre moyenneur.

4 - Un dernier circuit

Soit le circuit ci-dessous, alimenté par une source idéale de tension sinusoïdale $e(t) = E\cos(\omega t)$.



1. Quelle est la nature du filtre que constitue ce circuit ? Justifier.
2. Etablir la fonction de transfert en notation complexe : $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$, la mettre sous la forme canonique suivante :

$$\underline{H} = \frac{H_0 jx}{1 + jx}$$

3. Que vaut le gain maximum ?
4. Donner la définition de la pulsation de coupure et établir son expression.
5. Réaliser l'étude asymptotique du filtre, puis tracer le diagramme de Bode asymptotique, et le diagramme de Bode réel.

La tension $e(t)$ est désormais (tensions en volts, angles en radians) :

$$e(t) = 5 + 2\cos(0,3\omega_c t) + 5\cos\left(5\omega_c t + \frac{\pi}{2}\right)$$

6. Tracer le spectre en amplitude de $e(t)$.
7. Déterminer complètement la tension $s(t)$.
8. La tension $e'(t)$ est maintenant une tension triangulaire, de fréquence $f = \frac{1}{T} = \frac{f_c}{1000}$ avec f_c fréquence de coupure, représentée sur la figure ci-dessous.
   a. Démontrer que le signal $s(t)$ est pratiquement proportionnel à la dérivée de $e'(t)$ par rapport au temps.
   b. Tracer l'allure des variations de $s(t)$.

