

PHYSIQUE

I – Genèse d'un atome atomique

Un modèle globuleux pour l'hydrogène atomique (1902)

I-1 Calcul du champ électrique en M :

I-1- La charge diffuse vaut e donc $\rho = \frac{e}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3e}{4\pi R^3}$

I-1-b On travaille en coordonnées sphériques. Tout plan passant par le centre et le point d'observation est un plan de symétrie donc $\vec{E} = E\vec{u}_r$.

I-1-c Toute rotation d'angle θ et ϕ ne modifie pas la distribution donc $E=E(r)$.

I-1-d On choisit une sphère de rayon $r < R$: D'après le théorème de Gauss, $\oiint_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r)4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{\epsilon_0}$

Alors $E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$ donc $\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{OM}$

I-2 Etude du mouvement d'oscillation de l'électron :

I-2-a Dans R supposé galiléen, la relation fondamentale s'écrit : $m \frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} = -\frac{e^2}{4\pi R^3 \epsilon_0} \vec{OM}$

Alors $\frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} + \frac{e^2}{4\pi R^3 m_e \epsilon_0} \vec{OM} = \vec{0}$. Alors $\omega_o^2 = \frac{e^2}{4\pi R^3 m_e \epsilon_0} = \frac{e\rho}{3m_e \epsilon_0}$ et $f_o = \frac{e}{4\pi} \sqrt{\frac{1}{\pi R^3 m_e \epsilon_0}}$

I-2-b Alors $R_{\text{max}} = \sqrt[3]{\frac{e^3}{(2\pi f_{\text{min}})^2 4\pi m_e \epsilon_0}} = 312 \text{ pm}$

I-3 Critique du modèle :

I-3 L'ordre de grandeur du rayon du noyau est de 10^{-15} m

Un modèle planétaire pour l'hydrogène atomique (1913) :

I-4 Eléments cinétiques du mouvement circulaire de l'électron :

I-4-a Le mouvement est circulaire donc uniforme à cause de la conservation du moment cinétique :

Dans la base de Frenet, $m_e \frac{V^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$ alors $V = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 m_e r}}$

I-4-b $\vec{L} = \vec{OM} \wedge m_e \vec{V}$ alors $L = m_e r V = \frac{m_e e r}{\sqrt{4\pi \epsilon_0 m_e r}} = \sqrt{\frac{m_e r e^2}{4\pi \epsilon_0}}$

I-4-c $\vec{f} = -\vec{\text{grad}} E_p$ avec $E_p = \frac{-e^2}{4\pi \epsilon_0 r}$ avec $E_p(\infty) = 0$

I-4-d $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m V^2 - \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi \epsilon_0 r}$

I-5 Equations aux dimensions :

I-5-a Comme $E_p = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ on en déduit $\frac{1}{\epsilon_0} = \left[\frac{L.P.T}{q^2} \right]$ donc

$$[q]^x \left[\frac{L}{T^2} \right]^y \left[\frac{L}{T} \right]^z = \left[\frac{q^2}{LT} \right] \text{ alors } x=2 ; y+z=-1 \text{ et } -2y-z=1 \text{ alors}$$

I-5-b Un mouvement circulaire rayonne car son accélération est non nulle donc son énergie devrait diminuer.

I-6 Quantification des éléments cinétiques :

I-6-a Comme $L = \frac{nh}{2\pi}$ alors $\frac{n^2 h^2}{4\pi^2} = \frac{m_e e^2 r_n}{4\pi\epsilon_0}$ soit $r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2} = n^2 r_1$ avec $r_1 = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2} = r_1$

$$\text{I-6-b } E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} = -\frac{\pi m_e e^4}{8\pi\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{E_0}{n^2}$$

I-6-c La transition correspond à $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{\pi e^4}{8\pi\epsilon_0^2 h^2} m_e \left(\frac{1}{q^2} - \frac{1}{p^2} \right)$ alors $\frac{1}{\lambda} = \frac{\pi e^4}{c 8\pi\epsilon_0^2 h^3} m_e \left(\frac{1}{q^2} - \frac{1}{p^2} \right)$

$$\text{Soit } \alpha = \frac{\pi e^4}{c 8\pi\epsilon_0^2 h^3} ;$$

I-7-a Comme α ne dépend pas des masses, il suffit de remplacer la masse m_e par la masse réduite $\mu = \frac{m m_e}{m + m_e}$

I-7-b $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_H} = \frac{\sigma_D}{\sigma_H} - 1 = \frac{m_e (m_D - m_H)}{m_H (m_D - m_e)}$ Application numérique : $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_H} = \frac{\sigma_D}{\sigma_H} - 1 = 2.72 \cdot 10^{-4}$

I-8 Le magnéton de Bohr :

I-8-a $I = \frac{e}{T} = \frac{e\theta}{2\pi}$ et $S = \pi r^2$ alors $\vec{M} = \frac{e}{2\pi} \frac{\theta}{dt} \pi r^2 (-\vec{u}_z) : \vec{M} = \frac{er^2}{2} \frac{d\theta}{dt} (-\vec{u}_z)$

I-8-b $\vec{L} = m r^2 \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_z$ donc $\gamma = \frac{e}{2m_e}$

I-8-c Comme $\vec{M} = \gamma(\vec{L})$ et $L = \frac{nh}{2\pi}$ alors $\mu_B = \gamma \frac{h}{2\pi} = \frac{eh}{4\pi m_e}$

Un hommage à Teisserenc de Bort

Etude de la troposphère :

II-1-Question préliminaire :

II-1-a Si $k=1$, la transformation est **isotherme**

II-1-b Le milieu est **homogène** si les propriétés du système ne dépendent pas du lieu et **isotrope** si toutes les directions sont équivalentes. Pour la troposphère, cette hypothèse est fautive.

II-1-c On utilise l'équation des gaz parfait soit $PV = nRT$ soit $p(z)v(z) = \frac{R}{M_{air}} T(z)$

II-1-d L'équation de la statique des fluides donne : $\frac{dp}{dz} = -\frac{g}{v(z)}$

II-2 Détermination du gradient thermique :

II-2-a Si on différencie la relation polytropique, il vient : $-k \frac{dp}{p} + \frac{dT}{T} = 0$

A partir de la statique des fluides, $\frac{dp}{dz} = -\frac{g}{v(z)}$, il vient $\frac{dp}{p} = -\frac{M_{air} g dz}{RT}$ d'où $dT = -\frac{kM_{air} g}{R} dz$

Alors $\delta = \frac{kM_{air} g}{R} = 5.1.10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C.m}^{-1}$

II-2-b La loi T(z) est donc $T(z) = T_o - \delta z$

II-3 Evolution du volume d'une quantité de gaz constante :

II-3-a Comme $pV=nRT$ et $n=cte$ alors si $p^{-k}T = p_o^{-k}T_o$ donc $VT^{\left(\frac{1-k}{k}\right)} = V_o T_o^{\left(\frac{1-k}{k}\right)}$

On en déduit $\frac{V}{V_o} = \left(1 - \frac{\delta z}{T_o}\right)^{\left(\frac{k-1}{k}\right)}$

Ascension du ballon sonde :

II-4-a L'inconvénient est qu'il y a risque d'explosion et que de très petites molécules puisse passer à travers l'enveloppe.

L'avantage : le gaz qui a la plus faible masse molaire.

II-5 Phase ascensionnelle à enveloppe hermétiquement fermée :

II-5-a La résultant des forces est la différence de la poussée d'Archimède et du poids : $F = n_o g (M_{air} - M_{H_2})$

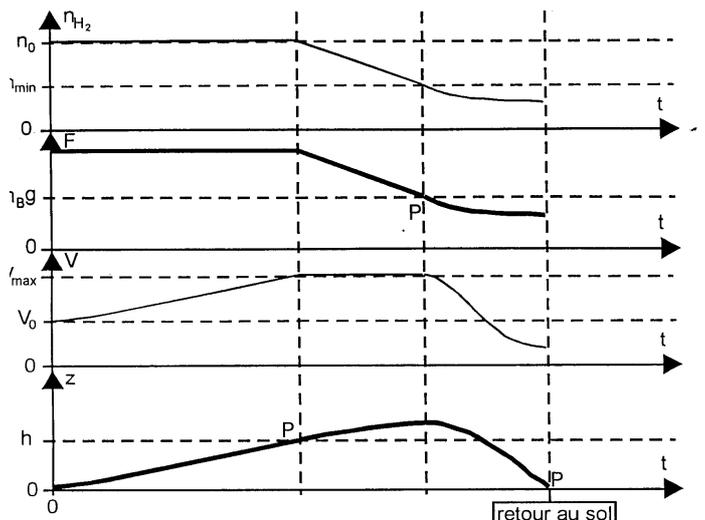
II-5-b $n_{min} g (M_{air} - M_{H_2}) = m_B g$ d'où $n_{min} = 44,5 mol$

II-5-c On en déduit que $V=V_{max}$ lorsque $h = \frac{T_o}{\delta} \left[1 - \left(\frac{V_{max}}{V_o}\right)^{\left(\frac{k}{k-1}\right)}\right] = 19.2 km$

On est dans la stratosphère. La loi sur V(z) n'est plus valable . Le ballon peut atteindre 30 km

II-6- Etude qualitative dans le cas d'une déchirure.

- La courbe F reproduit la courbe de n_{H_2}
- La courbe z doit croître jusqu'à $F=m_B g$ puis décroître.
- Si $n=n_{min}$, alors $F=m_B g$; $z_{final} = 0$; $z=h$ si $V=v_{max}$



Question II-6

III- Une simulation d'un élément de radiotélescope

III-1 $m(t) = AE_o [\cos(2\pi(f_o - f_a)t + \varphi_o) + \cos(2\pi(f_o + f_a)t + \varphi_o)]$ alors $f = f_o - f_a = 30\text{Hz}$ et

$$f = f_o + f_a = 2870\text{Hz}$$

III-2-a

- En basse fréquence, le condensateur se comporte comme un circuit ouvert : On a un diviseur de tension ,
 $s = \frac{1}{2}$;
- En haute fréquence, le condensateur se comporte comme un fil, on a $s=0$: c'est **un passe bas**.

III-2-b On a un diviseur de tension : $\underline{H} = \frac{\underline{Z}}{R + \underline{Z}}$ avec $\underline{Z} = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$

Alors, $\underline{H} = \frac{\underline{Z}}{R + \underline{Z}} = \frac{\frac{R}{1 + jRC\omega}}{R + \frac{R}{1 + jRC\omega}} = \frac{R}{2R + jR^2C\omega} = \frac{1}{2 + jRC\omega} = \frac{1}{2 + jx} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + j\frac{x}{2}}$

La fonction de transfert est : $\underline{H}(x) = \frac{1}{2 + jx}$

III-2-c $G^2 = \frac{1}{4 + x^2}$; $G_{\max} = \frac{1}{2}$ et à la fréquence de coupure $G = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}}$ donc $4 + x^2 = 8$ soit $x=2$ soit $\omega_c = \frac{2}{RC}$

Ou on reconnaît la forme canonique : $H = \frac{H_{\max}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$

III-2-d On détermine f_c soit par la fréquence de coupure soit par intersection des asymptotes : $f_c = 150\text{ Hz}$
 $RC = 2.1\text{ ms}$.

III-2-e A haute fréquence, $\underline{H}(x) \approx \frac{1}{jx}$. On reconnaît l'opérateur intégration caractérisé par une pente de -20

dB/dc et un déphasage qui tend vers -90°

III-3-a Il y a 26.25 dB entre 30 Hz et $f'=287\text{ Hz}$; Les deux fréquences ont la même amplitude M . On a donc

$$\frac{S}{S'} = 10^{\frac{26.5}{20}} = 20.5$$

III-3-b C'est la différence entre 1450 et 1420 MHz soit 30 MHz.

CHIMIE

IV -Etude de l'hydrogène atomique

IV-1-a La formule de Ritz $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{q^2} - \frac{1}{p^2} \right)$

IV-1-b Par régression linéaire, on trouve $R_D = 109770\text{ cm}^{-1}$

IV-2 On a 2 n^2 électrons.

IV-3-a L'affinité électronique correspond à la réaction $H_g^- \rightarrow H_g + e$

IV-3-b Pour H^- , la configuration est $(1s)^2$ $\sigma = 0.3$ $Z^* = 0.7$; $E_1 = 2 \left(-13.6 \frac{(0.7)^2}{1^2} \right)$

Pour H, la configuration est $(1s)^2 \quad Z^* = 1; \quad E_2 = -13.6eV$

$$A = E_2 - E_1 = -0.27eV$$

IV-3-c Si $A=70kJ/mol$, cela fait $0.73 eV$: L'écart est de $1 eV$. Le modèle de Slater n'est qu'une approximation.

IV-3-d C'est la première colonne de la classification : ce sont les **alcalins**

V - Synthèse de l'eau :

V-1-a L'étape d'initiation est l'étape (4), les étapes de propagation sont les étapes (1),(2) et (5)

L'étape de rupture ou de terminaison est la 3.

Dans tous les cas, les radicaux sont de charge nulle. Ils correspondent à des ruptures homolytiques des liaisons

V-1-a

Les vitesses des intermédiaires de réaction sont nulles à savoir,

$$\frac{d[O^\circ]}{dt} = 0 = v_1 - v_5; \quad \frac{d[OH^\circ]}{dt} = 0 = v_1 - v_2 + v_5; \quad \frac{d[H^\circ]}{dt} = 0 = -v_1 + v_2 - v_3 + 2v_4 + v_5$$

b- les expressions des vitesses sont :

$$v_1 = k_1[H^\circ][O_2]; \quad v_2 = k_2[H_2][OH^\circ]; \quad v_3 = k_3[H^\circ]; \quad v_4 = k_4[H_2]; \quad v_5 = k_5[H_2][O_2]$$

c- Comme $v_1=v_5; 2v_1=v_2$ alors $v_2 - v_3 + 2v_4 = 0$

On en déduit que $[H^\circ] = \frac{2k_4[H_2]}{k_3 - 2k_1[O_2]}$ et $[OH^\circ] = \frac{4k_1k_4[O_2]}{k_2(k_3 - 2k_1[O_2])}$

Alors $v = k_2[H_2][OH^\circ] = \frac{4k_1k_4[H_2][O_2]}{k_3 - 2k_1[O_2]}$

d- Le modèle est imparfait, mais on sait que la réaction peut être **explosive** (V tend vers l'infini)

VI- L'étage principal cryotechnique

VI-1-a On a une masse de 25 tonnes de dihydrogène donc $n_{H_2} = 12.5 \cdot 10^6$ moles et de 130 tonnes de dioxygène donc $n_{O_2} = 4.06 \cdot 10^6$ moles donc $x_o = 24.53\%$

VI-1-b La réaction est $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$: on voit qu'il faut deux fois plus de H_2 que de O_2 . H_2 est donc en excès.

VI-1-c Les enthalpies standard des corps simples sont rigoureusement nulles.

VI-2-a La réaction est :



CI $(1-x_o)n \quad x_o n \quad 0$

Equilibre $(1-x_o)n - 2\xi \quad \xi \quad 2\xi$

Comme le réactif limitant est O_2 alors $\xi = nx_o$

L'état final est donc $(1-3x_o)n$ de H_2 et $(2x_o)n$ de H_2O

VI-1-b Pour une transformation adiabatique isobare, $\Delta H = Q = 0$.

VI-1-c

$$(1-x_o)H_2 + x_o n O_2 \xrightarrow{\Delta H = Q = 0} 2x_o n H_2O + (1-3x_o)H_2$$

$\int_{T_{298}}^T 2nx_o \Delta_r H$

$\int_{298}^T (2nx_o C_{p2} + (1-3x_o)n C_{p1}) dT$

$2x_o n H_2O + (1-3x_o)H_2$

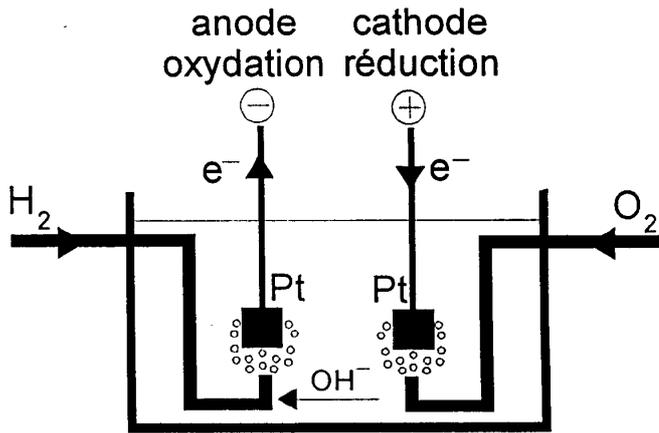
alors $o = 2nx_o \Delta_r H + \int_{298}^T (2nx_o C_{p2} + (1-3x_o)n C_{p1}) dT$

d'où $-125493 + 22.187 \cdot T_f + 0.2954 \cdot 10^{-2} T_f^2 = 0$ d'où $T_f = 3767 \text{ K}$

VI-3 La puissance est
$$P \approx \frac{2\Delta_r H \left(\frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} \right)}{\Delta t} = \frac{2(241.8) \frac{130 \cdot 10^3}{32 \cdot 10^{-3}}}{570} = 3.4 \text{ GW}$$

VII La pile à combustible :

VII-1 Compréhension de la pile :



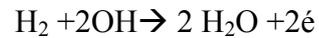
Question VII-1-a

VII-1-b la réduction a lieu à l'anode, l'oxydation à la cathode.

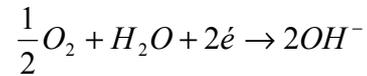
VII-1-c La conduction a lieu grâce aux ions dans la solution. On a une **conduction ionique**.

VII-2-a

A l'anode, la réaction est :



A la cathode, la réaction est :



2-b La formule de Nernst donne :

$$E_{anode} = E^\circ(H_2 / H_2O) + \frac{0.06}{2} \log \left(\frac{p_{H_2} [OH^-]^2}{P_o C_o^2} \right)$$

$$E_{cathode} = E^\circ(O_2 / H_2O) + \frac{0.06}{2} \log \left(\sqrt{\frac{P_o}{p_{O_2}}} \frac{[OH^-]^2}{C_o^2} \right)$$

Alors
$$E = E^\circ(O_2 / H_2O) - E^\circ(H_2 / H_2O) + \frac{0.06}{2} \log \left(\frac{p_{H_2} \sqrt{p_{O_2}}}{(p_o)^{\frac{3}{2}}} \right) = 1.23 \text{ V}$$

c- La charge débitée en une heure est
$$q = \frac{P \cdot t}{E} = 29.3 \cdot 10^6 \text{ C} \cdot \text{h}^{-1}$$

On consomme donc 304 g/h de H_2 et 2431 g/h de O_2 .