

# **CONCOURS COMMUN 1997**

## **DES ÉCOLES DES MINES D'ALBI, ALÈS, DOUAI, NANTES**

### **Épreuve spécifique de Physique et Chimie**

**Classements :**

**SUP (MPSI, PCSI, PTSI)**

**SPE (MP, PC, PSI, PT)**

**Jeudi 22 mai 1997 de 8 h 00 à 12 h 00**

#### **Instructions générales :**

Les candidats doivent vérifier que le sujet comprend 11 pages numérotées de 1/11 à 11/11.

**Les parties Physique et Chimie seront rédigées sur des feuilles de composition séparées, et rendues également séparées à la fin de l'épreuve.**

Les candidats colleront sur la première feuille de composition de chaque partie l'étiquette correspondante : « Epreuve spécifique : Physique » ou « Epreuve spécifique : Chimie » figurant sur leur convocation. En haut des autres feuilles, ils préciseront « Physique » ou « Chimie ».

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

***Toute application numérique qui ne comportera pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.***

## PHYSIQUE

### Remarque préliminaire :

Pour ne pas avantager les possesseurs de calculatrices performantes, tout résultat qui ne sera pas précédé d'une démonstration cohérente ne donnera pas lieu à une attribution de points.

L'objet de ce problème est de comparer le comportement d'un gaz réel par rapport à celui d'un gaz parfait. L'exercice A propose d'adapter une sonde thermique de façon à mesurer un éventuel écart de température au cours d'une détente irréversible dans le vide, étudiée dans l'exercice B. Enfin, l'exercice C propose une interprétation des résultats expérimentaux.

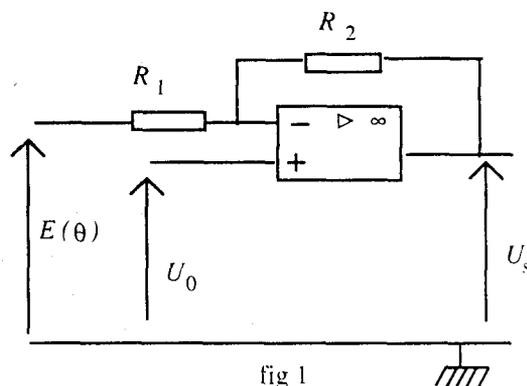
### EXERCICE A : SONDE THERMIQUE

#### I- Mesure d'une différence de température.

On dispose d'une sonde thermique (constituée d'un capteur de température et d'une amplification interne) qui se comporte comme une source idéale de tension délivrant entre ses bornes une tension  $E(\theta)$  proportionnelle à la valeur  $\theta$  de la température exprimée en  $^{\circ}\text{C}$  du milieu dans lequel elle se trouve :  $E(\theta) = \lambda \theta$ , avec  $\lambda = 100 \text{ mV} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

On désire utiliser cette sonde pour mesurer directement l'écart entre la température du milieu dans lequel elle se trouve et une température de référence  $\theta_0 = 20,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$ .

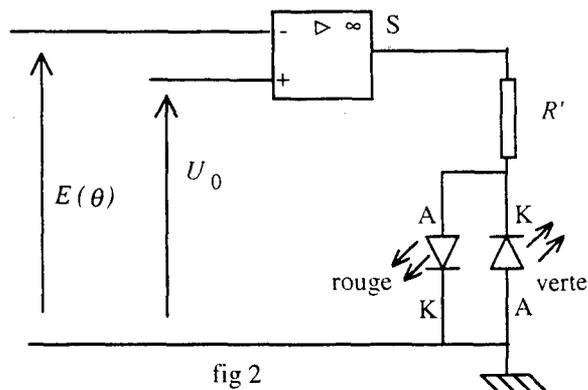
On réalise, à cet effet, le montage de la figure 1 utilisant un amplificateur opérationnel supposé parfait, auquel sont connectées à la fois la sonde délivrant une tension  $E(\theta)$  et une tension  $U_0$  dont la valeur peut être réglée à l'aide d'un montage étudié ultérieurement.



1- Déterminer l'expression littérale de la tension de sortie  $U_s$  en fonction de  $E(\theta)$ ,  $U_0$  et des résistances  $R_1$  et  $R_2$ .

2- On souhaite obtenir une tension de sortie de valeur  $U_s = K(\theta_0 - \theta)$ , avec  $K = 10 \lambda$ , lorsque la sonde se trouve placée dans un milieu dont la température vaut  $\theta$ . La résistance  $R_1$  vaut  $10 \text{ k}\Omega$  et  $R_2$  est une résistance variable dont la valeur peut être ajustée à toute valeur comprise entre 0 et  $150 \text{ k}\Omega$ . Déterminer la valeur de  $R_2$  et la valeur de  $U_0$  permettant d'obtenir ce résultat.

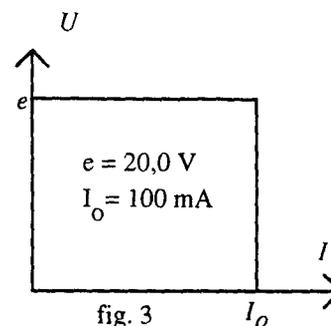
3- Le montage de la figure 2 est réalisé avec deux diodes électroluminescentes (l'une rouge, l'autre verte) qui s'allument dès qu'elles sont soumises à une tension  $U_{AK} > 2 \text{ V}$ . A ce montage sont connectées, d'une part la sonde et d'autre part la tension  $U_0$  ajustée maintenant à la valeur  $2,00 \text{ V}$ . L'amplificateur opérationnel (supposé parfait) ne fonctionne pas en régime linéaire et sa tension de saturation vaut  $\pm 12 \text{ V}$ .



Expliquer le fonctionnement de ce montage.

## II- Montage potentiométrique.

On utilise, dans toute la suite de l'exercice, un générateur G, dont la caractéristique est représentée sur la figure 3.



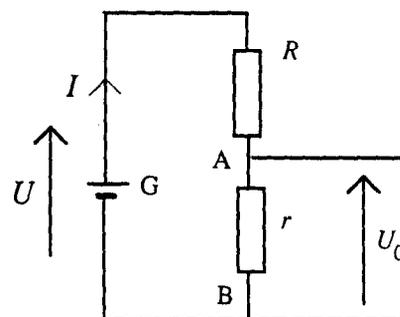
1- Une résistance  $R$  est branchée directement entre les deux bornes de ce générateur. Indiquer quel est le mode de fonctionnement du générateur G (source de courant ou source de tension) selon la valeur  $R$  de la résistance.

2- Soit  $P$  la puissance fournie par le générateur G lorsqu'une résistance  $R$  est branchée directement à ses bornes. Tracer la courbe  $P = f(R)$ .

3- En utilisant le générateur G, on réalise le montage de la figure 4 avec deux résistances  $R$  et  $r$ .

Sachant que  $R = 1 \text{ k}\Omega$  et que  $r$  est une résistance variable dont la valeur peut être ajustée à toute valeur comprise entre 0 et  $150 \Omega$ , déterminer pour quelle valeur  $r_0$  de la résistance  $r$  la tension  $U_0$  sera égale à 2,00 V.

Déterminer alors la valeur des éléments du générateur de Thévenin équivalent à ce circuit vu des bornes A et B.



4- On utilise ce montage pour obtenir la tension  $U_0$  calculée à la question I-2 et nécessaire au bon fonctionnement du montage de la figure 1, c'est-à-dire pour que ce montage délivre une tension de sortie  $U_s = K(\theta_0 - \theta)$ , avec  $K = 10 \lambda$ .

a- A quelle valeur doit-on alors ajuster la résistance  $r$  ?

b- Peut-on considérer que le montage potentiométrique de la figure 4, inséré dans le montage décrit sur la figure 1, fonctionne comme une source de tension ou doit-on tenir compte de la résistance interne du générateur de Thévenin équivalent ?

c- On dispose de deux bains, l'un à  $20,0 \text{ }^\circ\text{C}$ , l'autre à  $-18,0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Indiquer les différents réglages à effectuer pour obtenir une tension  $U_s$  vérifiant convenablement la relation précédente, étant donné que les valeurs réelles des résistances peuvent légèrement différer des valeurs annoncées par le constructeur.

EXERCICE B : DETENTE IRREVERSIBLE DANS LE VIDE

**Données :**

Constante de Boltzmann :  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$

Nombre d'Avogadro :  $\mathcal{N} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Constante des gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Masse molaire de l'argon :  $M = 40 \text{ g.mol}^{-1}$

**I- Théorie cinétique des gaz.**

La théorie cinétique considère que le gaz est constitué de molécules assimilées à des points matériels en mouvement incessant et qu'aucune interaction ne s'exerce sur ces molécules, en dehors des chocs.

Dans le cadre de cette théorie, on démontre que la pression  $p$  dans un gaz s'exprime par la relation :

$p = \frac{1}{3} n^* m u^2$  que l'on notera, par la suite, relation (1). On admettra, dans cet exercice, que cette théorie décrit correctement le comportement de l'argon.

Dans cette relation,  $n^*$  représente le nombre de molécules de gaz par unité de volume,  $m$  la masse d'une molécule et  $u$  la vitesse quadratique moyenne.

1- Rappeler l'équation d'état des gaz parfaits et en déduire, à partir de la relation (1), l'expression de la vitesse quadratique moyenne  $u$  des molécules en fonction de la température  $T$ , de la masse  $m$  d'une molécule et de la constante de Boltzmann.

2- En déduire la valeur numérique de la vitesse quadratique moyenne des molécules d'argon à 20 °C.

3- On rappelle que l'argon est un gaz monoatomique.

a- Exprimer  $U_{\text{mol}}$  (énergie interne molaire de l'argon) en fonction de la température.

b- Calculer numériquement  $\frac{d U_{\text{mol}}}{d T}$ . Indiquer comment est appelée habituellement cette grandeur et expliquer ce qu'elle représente.

4- Pour justifier la relation (1) entre  $p$  et  $u$ , on élabore le raisonnement simplifié ci-dessous :  
 « Supposons qu'une augmentation de la température entraîne le doublement de la vitesse de chaque molécule (et donc le doublement de la valeur de  $u$ ), la variation de la quantité de mouvement d'une molécule lors d'un choc sur la paroi serait deux fois plus grande et donc la force exercée par chaque molécule heurtant la paroi serait multipliée par deux. La pression du gaz serait donc également multipliée par deux. »

Après avoir montré que ce raisonnement n'est pas compatible avec la relation (1), expliquer qualitativement quelle erreur il contient. [ Il n'est pas demandé de démontrer la relation (1) ].

## II- Etude de la détente dans le vide.

Le modèle du gaz parfait implique que l'énergie interne du gaz ne dépend que de la température. On procède à une vérification expérimentale à l'aide de l'expérience schématisée par la figure 5 :

Le récipient R de volume  $V_0 = 40$  L contient de l'argon à la température  $\theta_0 = 20$  °C et sous la pression  $P_0 = 10$  bar.

L'ouverture du robinet K permet au gaz d'occuper également l'autre récipient R', initialement vide, de même volume  $V_0$ .

La détente est suffisamment rapide pour que tout transfert thermique avec l'extérieur puisse être négligé.

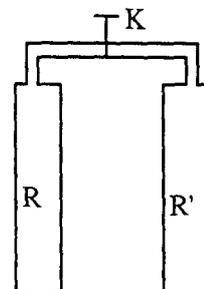


fig.5

- 1- Quels noms de physiciens porte habituellement une telle détente irréversible dans le vide ?
- 2- Quel critère expérimental permet de vérifier que le gaz a bien un comportement de gaz parfait ? Pourquoi ?
- 3- En supposant que l'argon se comporte bien comme un gaz parfait, calculer sa variation d'entropie au cours de la détente.
- 4- Expliquer (sans aucun calcul) en quoi ce résultat est en accord avec la règle générale selon laquelle l'augmentation de l'entropie d'un système est liée à une perte d'information sur ce système.
- 5- Le récipient R' est à présent divisé en deux compartiments de même volume  $V' = 20$  L initialement vides. L'ouverture du robinet K permet au gaz (supposé parfait) d'occuper le premier compartiment (première détente), puis la rupture de la cloison de séparation entre les deux compartiments lui permet d'occuper la totalité de R' (deuxième détente) ; calculer la variation d'entropie accompagnant chacune de ces deux détentes, puis la variation totale d'entropie. Commenter le résultat.

**EXERCICE C : DIPÔLES ELECTRIQUES**

**Données :**

En coordonnées cartésiennes,  $\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j}$

En coordonnées polaires,  $\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta$

**Interprétation des résultats.**

Les résultats expérimentaux montrent que l'argon ne se comporte pas exactement comme un gaz parfait lors de la détente. Pour expliquer l'écart entre les prévisions théoriques et les résultats expérimentaux, on décide de modéliser les molécules de gaz par des dipôles électriques : un dipôle électrique est constitué d'un ensemble de deux charges ponctuelles  $-q$  et  $+q$  séparées par une distance  $a$ . Cette dissymétrie électrique résulte de la déformation des nuages électroniques de chaque molécule de gaz sous l'action du champ électrique créé par les molécules voisines.

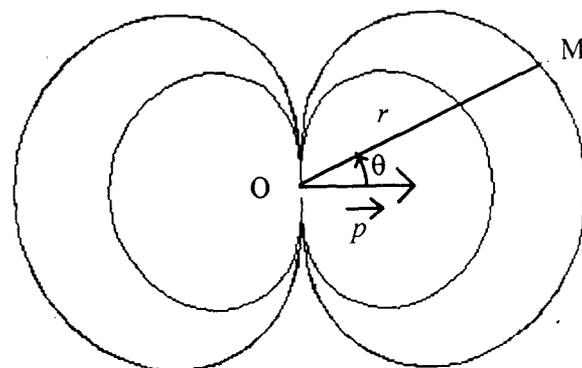


fig.6

1- Qu'appelle-t-on moment dipolaire  $\vec{p}$ ? En quelle unité exprime-t-on sa valeur dans le système international d'unités ?

2- Le potentiel électrostatique en un point M, repéré par ses coordonnées polaires  $r$  et  $\theta$ , est donné, lorsque la distance  $r$  est très grande par rapport à la distance  $a$ , par la relation :

$$V = \frac{p \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0 r^2}.$$

La figure 6 représente, dans le plan contenant M et le dipôle, plusieurs équipotentielles tracées à partir de cette relation. Reproduire (approximativement) ces courbes en indiquant sur votre schéma :  $V_A, V_B, V_C, V_D$  avec la convention suivante :  $V_A > V_B > V_C > V_D$ . On désignera donc la courbe correspondant au potentiel le plus élevé en portant l'indication «  $V_A$  » sur cette courbe et ainsi de suite jusqu'à  $V_D$ . Indiquer également l'allure de l'équipotentielle  $V = 0$ .

3- Est-il exact de dire que toutes les équipotentielles se coupent au point O ? Pourquoi ?

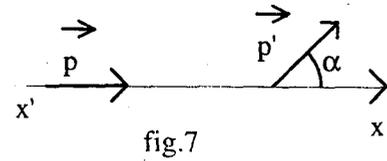
4- Démontrer que les lignes de champ sont orthogonales aux équipotentielles. Indiquer sur votre schéma l'allure approximative des lignes de champ. Indiquer l'orientation des lignes de champ.

5- Déterminer les valeurs des composantes radiale  $E_r$  et orthoradiale  $E_\theta$  du champ électrique en M. En déduire l'équation polaire des lignes de champ.

6- On considère deux dipôles électriques  $\vec{p}$  et  $\vec{p}'$ , placés à grande distance  $r$  l'un de l'autre, dans la position représentée sur la figure 7 ci-contre. On rappelle que l'énergie potentielle électrique d'un dipôle  $\vec{p}$  dans un champ électrique uniforme  $\vec{E}$  est donnée par la relation :

$$W = - \vec{p} \cdot \vec{E}.$$

En déduire quelle valeur de  $\alpha$ ,  $r$  étant supposé constant, correspond à un équilibre stable.



7- Dans cette position correspondant à l'équilibre stable, l'énergie du système augmente-t-elle ou diminue-t-elle lorsque la distance  $r$  augmente ? Ce dernier résultat peut être généralisé à un gaz, quoique les orientations relatives des dipôles modélisant les molécules varient sans cesse. Proposer une explication simple. A partir de ce résultat, doit-on prévoir un réchauffement ou un refroidissement de l'argon dans une détente irréversible dans le vide ?

N.B. : Les résultats expérimentaux ne peuvent pas être expliqués en totalité à partir du modèle précédent.