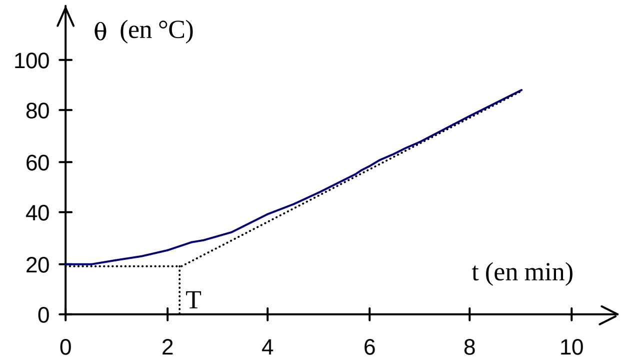
CORRIGE DU PROBLEME DE PHYSIQUE

EXERCICE A : DU CAFE CHAUD, MAIS NON BOUILLI



1- Tracé de la courbe.
2- T = 2,25 min environ, soit 2 min 15s
a = 10 °C.min^{-1}
3- a) Lors du fonctionnement linéaire,
$Q_1 = M\, c_p\, Dq = M\, c_p\, a\, Dt$ et $W = P\, Dt$.

$r_1 = \dfrac{M\, c_p\, a}{P}$ = 0,46 soit 46%.

Pour les neuf premières minutes de chauffe, $r_2 = \dfrac{M\, c_p\, Dq}{P\, Dt}$ = 0,35 soit 35%.

b) La valeur de r_2 peut être améliorée en coupant l'alimentation électrique avant la fin des neuf minutes (la plaque très chaude continue à élever la température de l'eau) ; on peut aussi mettre un couvercle à la casserole, mais le gain est moins important.

4- a) On assimile la masse volumique et la capacité thermique du café à celle de l'eau.
On suppose que la valeur de T (temps nécessaire à la montée en température de la plaque) ne change pas et que le coefficient a est inversement proportionnel à la masse de liquide.
On obtient alors, si t est exprimé en min, q (en °C) = 20 + 13,3.(t-2,25).
La durée de l'opération vaut alors 6 min environ.

b) Le résultat obtenu est compatible avec le résultat expérimental, une durée de 15 secondes ne modifie la température que de quelques degrés et la température de 70°C était une valeur maximale.
N.B.1-En fait, on ne tient pas compte de la capacité thermique de la casserole, ce qui conduit à une majoration du coefficient directeur calculé et donc à une minoration de la durée calculée.
N.B.2- Considérer un rendement global de 35% pour la durée totale de l'opération n'est pas acceptable, le rendement est inférieur puisque le chauffage dure moins longtemps que précédemment et que les deux premières minutes, de rendement quasi-nul, ont donc une importance relative plus grande.

EXERCICE B : EVITER DE DETERIORER DES COMPOSANTS ELECTRIQUES

1- $\underline{H} = \dfrac{z_c}{R + z_c + z_L} = \dfrac{1}{y_c(z_c + z_L) + Ry_c} = \dfrac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega} = \dfrac{1}{1 - x^2 + jx/Q}$

$H = \dfrac{1}{\sqrt{\left(1 - x^2\right)^2 + x^2/Q^2}}$

2- a) $w_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ = 1000 rad.s^{-1}, $Q = \dfrac{1}{RCw_0}$ = 25.

b) Le signe de la dérivée $\dfrac{dH}{dx}$ est celui du polynôme **:** - $2x.\left[-2\left(1 - x^2\right) + 1/Q^2\right]$ qui s'annule pour x = 0 ou $x_0 = \sqrt{1 - \dfrac{1}{2Q^2}}$. Elle est positive entre ces deux valeurs, négative sinon.

H atteint sa valeur maximale pour $x_0 = \sqrt{1 - \dfrac{1}{2Q^2}} = 1 - 4.10^{-4} \cong 1$

c) $H_{max} = \sqrt{\dfrac{Q^2}{1 - 1/(4Q^2)}} \cong 25$

3- Pour $x_1 = x_0 + 1{,}94.10^{-2}$ et $x_2 = x_0 - 2{,}06.10^{-2}$, on obtient $H = 17{,}68$ soit $H_{max}/\sqrt{2}$ .Ces deux valeurs de x représentent donc les limites de la bande passante à -3 dB.

4- La courbe a correspond au graphe simplifié de la courbe $G_{dB} = f(\log x)$.
L'étude des asymptotes suffit à le montrer : en effet, H est constant à basse fréquence et égal à 1 (soit $G_{dB} = 0$) alors qu'à haute fréquence, H tend vers 0 et donc G_{dB} tend vers $-\infty$ (pente de - 40 dB/décade).

5- Pour une tension efficace de valeur U donnée, l'intensité est maximale pour $w = w_0$ et vaut $I = \sqrt{\;}$.

Sachant que la bobine et le conducteur ohmique ne peuvent supporter sans risque de destruction un courant d'intensité efficace 500 mA, U doit être limitée à 40 x 0,5 = 20 V.
La tension efficace aux bornes du condensateur est maximale pour x = $1 - 4.10^{-4}$ et vaut alors $U_c = H_{max}\,U = 25\,U$. Sachant que le condensateur est détruit lorsque la tension efficace à ses bornes atteint 200 V, U doit être limitée à 200/25 = 8 V.
Pour qu'aucun composant ne soit endommagé lorsqu'on fait varier la fréquence de 0 à 1 kHz, U doit donc rester toujours inférieure à 8 V.

EXERCICE C : MISE SUR ORBITE D'UN SATELLITE

1- $F = -\dfrac{dE_p}{dr} = -\dfrac{k}{r^2}$; D'où $E_p = -\dfrac{k}{r}$, l' énergie potentielle étant nulle "à l'infini".

2- Le satellite décrit, autour du centre de la Terre, une orbite circulaire à l'altitude h telle que $h = a.R$.

a) Dans le référentiel géocentrique supposé galiléen , $\vec{F} = m\,\vec{a}$ ce qui donne en projection radiale :
$\dfrac{k}{r^2} = m\dfrac{V_0^2}{r}$. Donc $V_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m\,r}}$.

Pour $r = R\,(1 + \alpha)$, on trouve $V_0 = \sqrt{\dfrac{G\,M}{R(1 + a\,)}} = 7{,}72$ km.s^{-1} pour $\alpha = 0{,}05$.

b) $E_m = E_c + E_p = \dfrac{1}{2}\,m\,V_0^2 - \dfrac{k}{r} = -\dfrac{k}{2\,r} = -\dfrac{k}{2\,R(1 + a\,)} = -1{,}19.10^{10}$ J.

3- a) Théorème du moment cinétique appliqué au satellite dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\dfrac{d\,\vec{s}}{dt} = \vec{OM} \wedge \vec{F} = \vec{0}$. Le moment cinétique est donc constant, le vecteur vitesse et le vecteur position restant constamment perpendiculaires au vecteur $\vec{s}$, la trajectoire se déroule dans le plan perpendiculaire à ce vecteur passant par la position initiale et est donc plane.

b) $\vec{OM} = r\,\vec{u}_r$; $\vec{v} = \dot{r}\,\vec{u}_r + r\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$; $\vec{\sigma} = m\,r^2\,\dot{\theta}\,\vec{k}$; $\sigma = m\,r^2\,\dot{\theta}$.

4- a) $r_{min} = p / (1 + e)$ et $r_{max} = p / (1 - e)$; $2a = r_{min} + r_{max} = 2\,p / (1 - e^2)$; $a = p / (1 - e^2)$

b) $u = (1 + e\cos\theta)/p$, donc $u' = \dfrac{du}{d\theta} = -e\sin\theta/p$.

$E_m = E_c + E_p = \dfrac{1}{2} m C^2 (u^2 + u'^2) - ku = \dfrac{1}{2}\dfrac{mC^2}{p^2}(1 + e^2 + 2e\cos\theta) - \dfrac{k}{p}(1 + e\cos\theta)$.

En remplaçant $m\,C^2$ par $k\,p$, on obtient $E_m = \dfrac{k}{2\,p}.(e^2 - 1) = -\dfrac{k}{2a}$.

5- Pour éviter que le satellite ne s'écrase au sol, il faut que r_{min} soit supérieur à R, donc que 2a soit supérieur à R $(2 + \alpha)$ puisque la position initiale correspondra à l'apogée.(vitesse initiale perpendiculaire au rayon-vecteur)

Donc $\dfrac{1}{2} m V^2 - \dfrac{k}{R(1+\alpha)} > -\dfrac{k}{R(2+\alpha)}$

$V > \sqrt{\dfrac{2GM}{R}\left(\dfrac{1}{(1+\alpha)(2+\alpha)}\right)}$. D'où $b > \sqrt{\dfrac{2}{2+\alpha}}$, soit numériquement $b > 0{,}988$.

- Pour éviter que le satellite n'échappe définitivement à l'attraction de la Terre, il faut $E_m < 0$

Donc, $\dfrac{1}{2} m V^2 - \dfrac{k}{R(1+\alpha)} < 0$.

$V < \sqrt{\dfrac{2GM}{R(1+\alpha)}}$. D'où $b < \sqrt{2}$.

En conclusion, β doit être compris entre 0,988 et 1,414.

EXERCICE D : DIFFUSION DE NEUTRONS

1- En régime permanent et en l'absence d'absorption, j_n est constant, donc $\dfrac{\partial n}{\partial x}$ est constante.

$\dfrac{\partial n}{\partial x} = \dfrac{n_L - n_0}{L}$. On en déduit : $j_n = D\,\dfrac{n_0 - n_L}{L}$.

2- a)

Bilan, pendant l'intervalle de temps dt, pour une tranche d'épaisseur dx, située à l'abscisse x :

- augmentation du nombre de neutrons : $\dfrac{\partial n}{\partial t} S\,dx\,dt$
- différence entre le nombre de neutrons ayant pénétré à l'abscisse x et le nombre de neutrons sortis à l'abscisse $x + dx$: $j_n(x,t)\,S\,dt - j_n(x+dx,t)\,S\,dt = -\dfrac{\partial j_n}{\partial t} S\,dx\,dt$
- nombre de neutrons absorbés : $K\,S\,dx\,dt$.

Bilan après simplification : $\dfrac{\partial n}{\partial t} = -\dfrac{\partial J_n}{\partial x} - K$

Ce qui donne en utilisant la loi de Fick : $\dfrac{\partial n}{\partial t} = D\dfrac{\partial^2 n}{\partial x^2} - K$

b) En régime permanent, $0 = D\dfrac{\partial^2 n}{\partial x^2} - K$. En intégrant, on obtient : $\dfrac{\partial n}{\partial x} = \dfrac{K}{D}x + C^{te}$.

Les conditions aux limites imposent : $C^{te} = -\dfrac{J_0}{D}$, et donc $j_n = -K\,x + J_0$.

c) Le courant de neutrons s'annule pour $L' = \frac{K}{D}$.

Ce dernier résultat pouvait être obtenu en écrivant simplement que les neutrons pénétrant par unité de temps à l'abscisse $x = 0$ sont absorbés en totalité dans le volume SL'.

D'où : $J_0\, S = K\, S\, L'$.

d) Il est irréaliste de supposer que le nombre de neutrons absorbés par unité de volume est indépendant de la concentration en neutrons, il est plus naturel de le supposer proportionnel à cette concentration.

3- $\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + k\, n$. En posant $n(x,t) = f(x).g(t)$, on obtient $\frac{g'}{g} = D \frac{f''}{f} + k$.

g' est la dérivée de g par rapport à t, f'' la dérivée seconde de f par rapport à x.

Le premier terme de cette égalité ne dépend que de t, le second ne dépend que de x, ils sont donc égaux à une constante que nous appellerons λ.

$D \frac{f''}{f} = -(k - \lambda)$ s'intègre en f = A cos ωx + B sin ωx si l'on pose $\omega^2 = \frac{k - \lambda}{D}$.

Pour la résolution de cette équation différentielle, on impose $k - \lambda > 0$, sans quoi les conditions aux limites ne pourraient être satisfaites.

Ces conditions aux limites ($n = 0$ en $x = 0$ et en $x = L$) imposent A = 0 et $\omega L = \pi$, étant entendu que n ne peut s'annuler qu'aux extrémités du barreau. Cette dernière condition conduit à la relation $\lambda = k - \frac{\pi^2 D}{L^2}$. Or si $\lambda > 0$, l'équation différentielle "g' = λ g " a pour solution une exponentielle qui croît indéfiniment : $n(x,t)$ diverge si la longueur L du barreau est supérieure $L_0 = \pi.\sqrt{\frac{D}{k}}$.

Si L est supérieure à L_0, il y a augmentation exponentielle du nombre de neutrons dans le barreau et donc du nombre de réactions de fission (qui libèrent de l'énergie) : il se produit alors une explosion nucléaire.