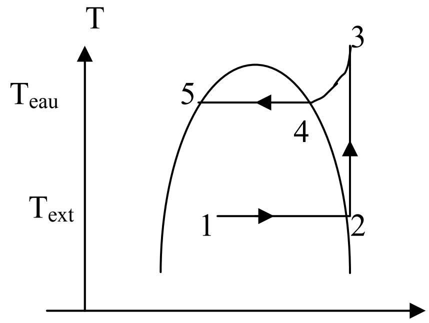
Correction épreuve spécifique Physique (Filière PCSI) Mines Albi, Alès, Douai, Nantes
Mai 2003,

Proposée par Christian Giraud (christian.giraud@ac-caen.fr) et Thierry Pré (thierry.pre@prepas.org)

I PISCINE A VAGUES

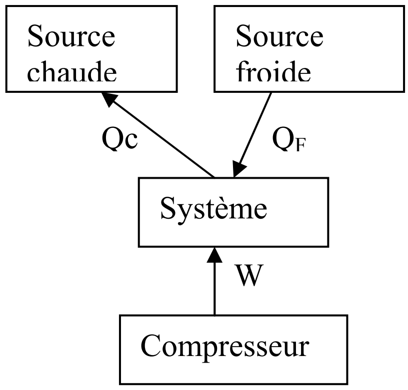
I1a) $\Delta S = \Delta S_{chemin\ réversible}$ car S est une fonction d'état.

Ici : $\Delta S = \int_{3\to 4} \frac{\delta Q_{chemin\ réversible}}{T} \overset{transformation}{\underset{isobare}{=}} \int \frac{C_P dT}{T} = C_p \ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right)$ où C_P est la capacité thermique à pression constante du gaz .



I1b)

- De 1 à 2 , il y a une vaporisation sur un palier de changement d'état c'est à dire à pression et température constantes (donc une horizontale sur ce graphe)
- De 4 à 5 c'est une condensation qui a les mêmes propriétés.
- De 2 à 3 la transformation est isentropique (s=cte).
- De 3 à 4 la transformation est isobare qui dans ce diagramme se représente par une exponentielle positive. En effet , d'après la question précédente, sur une isobare : $T = cte\ \exp(S)$.



I2)

- Le travail est reçu par le fluide dans le compresseur (de 2 à 3).
- Le transfert thermique Q_c (<0) est fourni par le fluide à la source chaude (piscine) dans le condenseur (de 3 à 5) .
- Le transfert thermique Q_f (>0) est reçu par le fluide de la source froide (air extérieur) dans l'évaporateur (de 1 à 2).

I3) Un changement d'état met en jeu des quantités d'énergie importantes. Ici la condensation « rapporte » beaucoup de transfert thermique à la source chaude.
La température d'ébullition basse du fluide lui assure la possibilité de subir une ébullition à T_{ext} basse et donc avec une source extérieure naturelle.

I4) $\eta = \frac{|Q_c|}{W} = \frac{-Q_c}{-Q_c - Q_f}$ car d'après le premier principe appliqué à un cycle $\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$.

D'autre part , d'après l'inégalité de Carnot $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$ d'où $\eta = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}} \leq \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \eta_c$

I5) Les pertes en masse pour une heure de la piscine sont : *m = α S* où *S* est la surface de la piscine.
Donc les pertes thermiques pour une heure sont : $E_{pertes} = mL_{vap} = 1{,}05\ 10^8$ *Joule* .

I6) Il faut compenser ces pertes précisément pour maintenir la température de la piscine constante. $|Q_c| = E_{pertes} \Rightarrow W = \frac{|Q_c|}{\eta} = \frac{\alpha S L_{vap}}{5} = 0{,}21\ 10^8\ Joule$.

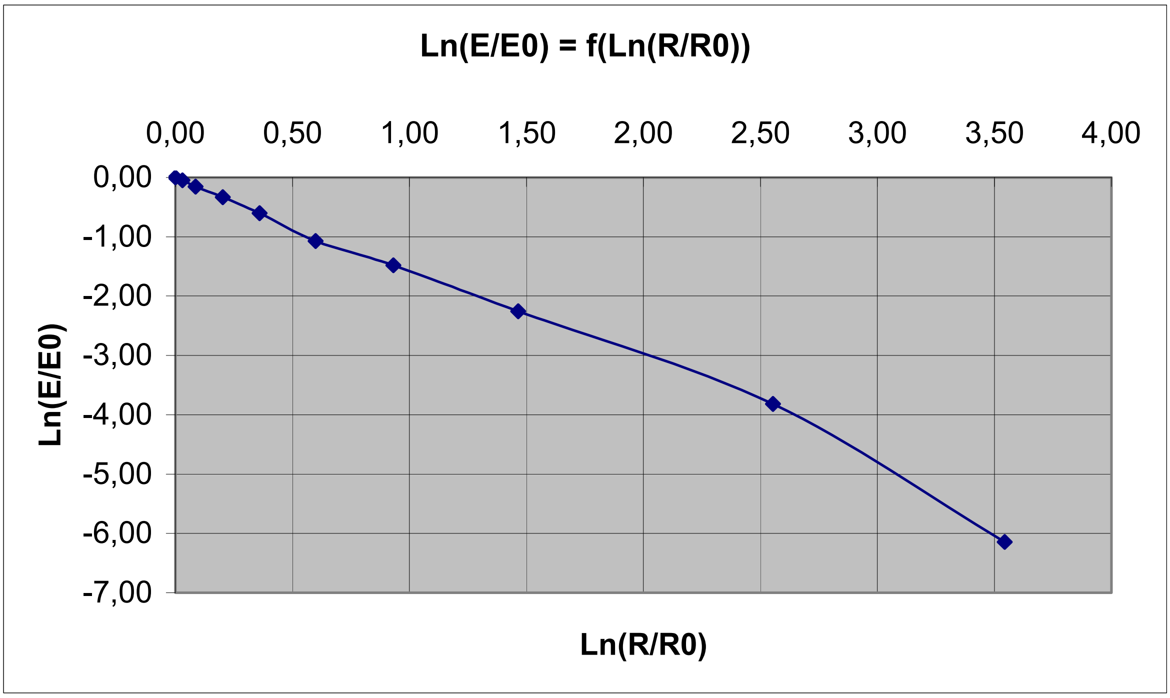
Avec une simple résistance (chauffage monotherme) le rendement du chauffage vaut 1 $\left(\eta = \frac{|Q|}{W}\ et\ W + Q = \Delta U = 0\right)$. Il faudrait donc apporter cinq fois plus de travail : *1,05 10^8 Joule*

II Chauffage de la piscine avec des panneaux solaires

II 1) $\mathcal{E} = \mathcal{P} \times S' \times \Delta t = 108.10^6\ J$ (pour 1 heure)

II 2 a)

Eclairement E en W/m²	0,66	6,73	32,20	70,00	105,00	168,00	220,00	263,00	293,00	307,00
ln(E/E0)	-6,14	-3,82	-2,25	-1,48	-1,07	-0,60	-0,33	-0,15	-0,05	0,00
Résistance R(E) en kΩ	23,20	8,61	2,90	1,70	1,22	0,96	0,82	0,73	0,69	0,67
ln(R/R0)	3,54	2,55	1,47	0,93	0,60	0,36	0,20	0,09	0,03	0,00



II 2 b)

On a quasiment une droite de pente $p = -1.65$, donc : $\ln\left(\frac{E}{E_0}\right) = p\ln\left(\frac{R}{R_0}\right) = \ln\left(\left(\frac{R}{R_0}\right)^p\right)$, d'où : $E = E_0\left(\frac{R}{R_0}\right)^p$ ou : $R = R_0\left(\frac{E}{E_0}\right)^{1/p}$

A.N : $R_m \simeq 0.8\,k\Omega$ et $R_a \simeq 1.2\,k\Omega$ (La valeur de p a été déterminée par régression linéaire).

II 2 c)

La contre-réaction étant sur la borne inverseuse, le régime est linéaire ; comme l'AOP est idéal : $\varepsilon = V_+ - V_- = 0$, et $i_{R1} = i_{R(E)}$, soit finalement : $V_1 = -\frac{R(E)}{R_1}e_1$

II 2 d)

AOP2 : montage sommateur : $V_{S2} = -(V_1 + e_2)$

AOP3 montage inverseur : $V_2 = -V_{S2} = (V_1 + e_2) = (-\frac{R(E)}{R_1} e_1 + e_2)$

A.N : $E = E_m \to R(E) = R_m \to V_2 = 2\,V$; $E = E_a \to R(E) = R_a \to V_2 = -2\,V$

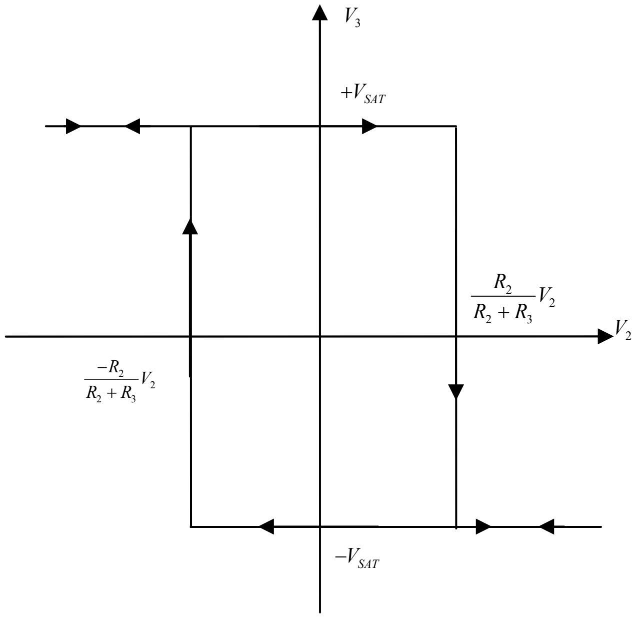
II 2 e)

Ce montage est un comparateur à hystérésis. Il fonctionne en régime saturé, donc $V_3 = \pm V_{SAT}$.

Si : $V_3 = +V_{SAT} \to V_+ > V_- \to \frac{R_2}{R_2 + R_3} V_{SAT} > V_2$. Il y aura basculement de la sortie pour : $V_2 > \frac{R_2}{R_2+R_3} V_{SAT}$ et alors : $V_3 = -V_{SAT}$

Si : $V_3 = -V_{SAT} \to V_+ < V_- \to \frac{R_2}{R_2 + R_3}(-V_{SAT}) < V_2$. Il y aura basculement de la sortie pour : $V_2 < \frac{R_2}{R_2+R_3}(-V_{SAT})$ et alors :

$V_3 = +V_{SAT}$



II 2 f)

Pour un bon fonctionnement , on peut prendre des basculements à $-V_{SAT}$ pour E_m et à $+V_{SAT}$ à E_a . Donc il faut :

$\left| \pm \frac{R_2}{R_2 + R_3} V_{SAT} \right| \simeq 2V$ et donc : $\frac{R_3}{R_2} \simeq \frac{V_{SAT}}{2} - 1$. A.N : $\frac{R_3}{R_2} \simeq 6.5$

II 2 g)

Il suffit de couper avant la photorésistance les fréquences supérieures à 50 Hz par un filtre passe-bas, type RC.

<u>III PRODUCTION DE VAGUES</u>

III 1) Appliquons le principe fondamental de la dynamique à M dans R terrestre galiléen :

A l'équilibre :

$$\vec{P} + \vec{F}_{ressort} + \vec{F}_{archimède} = \vec{0} \to \rho V\vec{g} - k(h - l_0)\vec{u}_z + \rho_{eau} V(-\vec{g}) = \vec{0}$$

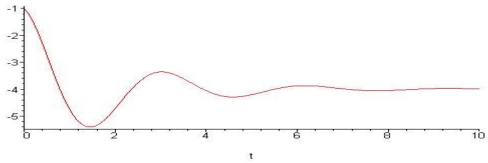
d'où $Vg(\rho - \rho_{eau}) = k(h - l_0)$

III 2) Hors équilibre :

$\vec{P} + \vec{F}_{ressort} + \vec{F}_{archimède} = M\vec{a} \to \rho V\vec{g} - k(z - l_0)\vec{u}_z + \rho_{eau} V(-\vec{g}) = M\,\frac{d^2 z}{dz^2}\vec{u}_z$ d'où , en utilisant la condition d'équilibre obtenue précédemment : $\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{k}{M} z = \frac{k}{M} h$ oscillateur de pulsation : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}$

III 3) La pulsation propre de cet oscillateur ne dépend que de ces caractéristiques intrinsèques : constante de raideur k et M . C'est h la position autour de laquelle la masse oscille qui dépend de la poussée d'Archimède.

III 4) En ajoutant au bilan du III2) la force de frottement $\vec{f} = -\alpha\vec{v} = -\alpha\frac{dz}{dt}\vec{u}_z$ on obtient après simplifications : $\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\alpha}{M}\frac{dz}{dt} + \omega_0^{\ 2} z = \omega_0^{\ 2} h$ dont la solution dans le cas d'un amortissement faible est pseudo-périodique . $z(t) = h + cte\exp(-\frac{M}{2\alpha}t)\cos(\omega t + \varphi)$



III 5) Dans R' référentiel non galiléen il faut comptabiliser les forces d'inerties :

$\vec{f}_{ie} = -M\vec{a}_e = -M\vec{a}_{A/R} = -M\frac{d^2 z_A}{dt^2}\vec{u}_z = Mz_{Am}\omega^2\cos(\omega t)\vec{u}_z$ et $\vec{f}_{ic} = \vec{0}$ car R' est en translation par rapport à R.

En ajoutant cette force dans le bilan du III2) , on obtient : $\frac{d^2z'}{dt^2} + \frac{\alpha}{M}\frac{dz'}{dt} + \omega_0^{\ 2} z' = z_{Am}\omega^2\cos(\omega t) + \omega_0^{\ 2} h$

III 6) Le terme constant correspond à la position d'équilibre. Il n'est pas utile pour calculer l'amplitude des oscillations.

Avec les notations de l'énoncé on doit étudier l'équation suivante : $\frac{d^2z'}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{dz'}{dt} + \omega_0^{\ 2} z' = z_{Am}x^2\omega_0^2\cos(\omega t) + \omega_0^{\ 2} h$

En notation complexe : $\underline{Z}(t) = \underline{Z}e^{i\omega t}$ et $\frac{d}{dt} \leftrightarrow \times(i\omega)$, on obtient : $-\omega^2\underline{Z} + \frac{i\omega}{\tau}\underline{Z} + \omega_0^{\ 2}\underline{Z} = z_{Am}x^2\omega_0^2$, soit :

$\underline{Z} = \frac{z_{Am}x^2\omega_0^2}{\omega_0^{\ 2} - \omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}} = \frac{z_{Am}x^2}{1 - x^2 + \frac{ix}{\omega_0\tau}}$. L'amplitude des oscillations est donnée par le module de $\underline{Z}$: $|\underline{Z}| = \frac{|z_{Am}|x^2}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{\omega_0^2\tau^2}}}$

III 7) On cherche : $|\underline{Z}| > |z_{Am}|$, c'est à dire : $x^2 > \sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{\omega_0^2\tau^2}}$. On trouve finalement : $x > \frac{1}{\sqrt{2 - \frac{1}{\omega_0^2\tau^2}}}$, ce qui est envisageable uniquement si : $\frac{1}{\omega_0^2\tau^2} < 2$, soit $M > \frac{\alpha}{\omega_0\sqrt{2}}$.

III 8) L'amplitude sera maximale si $\left(\frac{1}{x^2} - 1\right)^2 + \frac{1}{\omega_0^2\tau^2x^2}$ est minimal, c'est à dire si : $x = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2\omega_0^2\tau^2}}}$, et donc :

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2\omega_0^2\tau^2}}}$$