

# CONCOURS COMMUN 2007

## DES ECOLES DES MINES D'ALBI, ALES, DOUAI, NANTES

Epreuve spécifique de physique et chimie (filière PCSI option PC)

### A- Première partie : Aspect cinétique de la température

Q1. La température cinétique est définie à partir de l'énergie cinétique moyenne de translation d'une molécule gazeuse :  $\langle e_{ct} \rangle = \frac{3}{2} k_B T$ .

Q2. Pour le dioxygène :  $u_{O_2}^* = 15 \text{ m.s}^{-1}$  ; pour le diazote :  $u_{N_2}^* = 16 \text{ m.s}^{-1}$ .

Q3. Masse réduite du mobile fictif associé au système (Terre, molécule) :  $\mu = \frac{mM}{m+M} \approx m$  car  $M \gg m$ .

Le barycentre G du système est tel que  $\vec{GP} = \frac{M}{m+M} \vec{OP} \approx \vec{OP}$  car  $M \gg m$  : le barycentre G est donc quasiment confondu avec le centre O de la Terre.

Q4.  $\oiint_{S_{\text{Gauss}}} \vec{G} \cdot \vec{dS} = -4\pi k_G M_{\text{int}}$  avec  $\vec{G} = G(r) \vec{u}_r$  car la Terre possède une distribution sphérique de masse.

D'où :  $\vec{G} = \frac{-k_G M}{r^2} \vec{u}_r$  pour  $r > R_T$ .

Q5. Force exercée par la Terre sur la particule de masse m :  $\vec{F} = m\vec{G} = \frac{-k_G mM}{r^2} \vec{u}_r = -\text{grad} E_p = -\frac{dE_p}{dr} \vec{u}_r$

d'où  $E_p(r) = -\frac{k_G mM}{r} + A$  avec A constante d'intégration. Si on choisit  $E_p(r \rightarrow \infty) = 0$  alors  $A = 0$ .

Q6. La particule peut échapper à l'attraction terrestre si son énergie mécanique est positive ou nulle. On a donc

$E_M(r = R_T) = \frac{1}{2} m v(r = R_T)^2 - \frac{k_G mM}{R_T} \geq 0$  soit  $v(r = R_T) \geq \sqrt{\frac{2k_G M}{R_T}}$  d'où :  $v_1 = \sqrt{\frac{2k_G M}{R_T}}$ .

Q7.  $v_1 = 11,2 \text{ km.s}^{-1} \gg u_{O_2}^*$  et  $u_{N_2}^*$ . Le dioxygène et le diazote ne possèdent pas une énergie cinétique suffisante pour pouvoir échapper à l'attraction terrestre. On les retrouve donc dans la composition de l'atmosphère terrestre.

### B- Deuxième partie : Température et pression dans la troposphère

Q8.  $T(z) = az + b$  avec  $a = -6,5 \text{ K.km}^{-1}$  et  $b = 288 \text{ K}$ .

Q9.  $\mu(z) = \frac{P(z) M_{\text{air}}}{RT(z)}$  soit :  $\mu(z) = \frac{P(z) M_{\text{air}}}{R(az + b)}$

Q10. Principe fondamental de la statique des fluides :  $\frac{dP}{dz} = -\mu(z)g$ ,

ce qui donne après intégration :  $P(z) = P(0) \left( \frac{az + b}{b} \right)^{\frac{-M_{\text{air}} g}{aR}}$ .

Si on confond le champ de pesanteur terrestre et le champ gravitationnel terrestre on a :  $g = \frac{k_G M}{r^2} = \frac{k_G M}{(R_T + z)^2} \approx \frac{k_G M}{R_T^2}$  car  $z_{\text{max}} = 11 \text{ km} \ll R_T = 6400 \text{ km}$ . On peut donc considérer g constant dans la troposphère.

## C- Troisième partie : Chaîne électronique de mesure de la température

**Q11.** Amplificateur opérationnel en régime linéaire :  $v_s = \mu \varepsilon = \mu(V_{E+} - V_{E-})$

Amplificateur opérationnel parfait :

- les courants d'entrée sont nuls
- le gain  $\mu$  est infini donc  $\varepsilon = 0$  ou  $V_{E+} = V_{E-}$  en régime linéaire.

**Q12.** L'A.O.1 est monté en suiveur donc  $u_1 = v(\theta)$ . Ce premier étage permet d'obtenir un générateur délivrant la même tension  $v(\theta)$  que le capteur de température tout en délivrant un courant non nul ???

**Q13.** En appliquant le théorème de Millman à l'entrée E- de l'A.O.2, on trouve :  $V_{E-} = \frac{u_2}{2} + \frac{v_0}{2}$ .

Avec le diviseur de tension, on trouve à l'entrée E+ de l'A.O.2 :  $V_{E+} = \frac{u_1}{2}$ .

On a donc en régime linéaire :  $u_2 = u_1 - v_0$  soit  $u_2 = -a\theta$ .

**Q14.** L'entrée E+ de l'A.O.3 est reliée à la masse donc  $V_{E+} = 0$

En appliquant le théorème de Millman à l'entrée E- de l'A.O.3 en régime linéaire, on a :  $0 = \frac{\frac{u_2}{R_1} + \frac{u_3}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$

D'où :  $u_3 = -\frac{R_2}{R_1}u_2$  soit  $u_3 = \frac{R_2}{R_1}a\theta$ .

**Q15.** Pour  $\theta = 20^\circ\text{C}$  on a  $u_3 = 20\text{mV}$ . L'usage d'un millivoltmètre est donc justifié.

## D- Quatrième partie : Température et résistance de platine

**Q16.** Le platine peut être obtenu avec une très grande pureté (99,999 %) ce qui permet de fixer avec une bonne précision ses propriétés électriques. Sa faible réactivité chimique (peu oxydable) et l'absence de modifications cristallines assurent la stabilité de ses caractéristiques électriques d'où une excellente reproductibilité des mesures.

**Q17. Erreur d'énoncé :** Les températures données dans le tableau étaient en Kelvin en non pas en degré Celsius, d'où le tableau rectifié :

R( $\Omega$ )	101	103	110	122	129
$\theta(^{\circ}\text{C})$	0	10	30	50	70

**Q18.** Graphiquement on trouve une droite, ce qui permet de déterminer :  $R_0 = 101\Omega$  et  $\alpha = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

**Q19.** 1<sup>er</sup> principe appliqué à la masse  $m$  de platine pour une variation infinitésimale  $dT$  de sa température :

$$dU_{\text{Pt}} = mcdT = \delta Q_r$$

**Q20.** Les pertes thermiques du capteur correspondent en valeur absolue au transfert thermique  $\delta Q_r$  reçu par le platine de la part du liquide :  $\delta Q_r = -\delta Q_p$

**Problème dans l'énoncé :** soit il manque la masse  $m$  de platine, soit  $\delta Q_p$  est un transfert thermique massique.

On obtient :  $mcdT = -m\beta(T - T_1)dt$  soit :  $c \frac{dT}{T - T_1} = -\beta dt$ .

Ce qui donne après intégration :  $T = T_1 + (T_0 - T_1) e^{-\frac{\beta t}{c}}$ .

On pose  $\tau = \frac{c}{\beta}$  durée caractéristique des transferts thermiques.

**Q21.** Pour  $t = 0$  :  $T = T_0 = 350\text{K}$  et pour  $t \gg \tau$  :  $T = T_1 = 275\text{K}$ .

La tangente à la courbe  $T(t)$  pour  $t = 0$  coupe l'asymptote  $T = T_1$  pour  $t = \tau = 7\text{s}$  d'où  $\beta = \frac{c}{\tau} = 19 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ .

## E- Cinquième partie : Température et un peu d'optique

**Q22.** Plus R est petit, plus le rayon issu de H arrive sur l'interface verre/air avec un angle d'incidence important. Il existe donc une valeur limite de R (représentée sur la figure de l'énoncé) pour laquelle l'angle entre le rayon réfracté et le dioptre est égal à  $\frac{\pi}{2}$ . Dans ce cas le mercure semble remplir le tube extérieur car un rayon tangent au mercure à l'intérieur sort tangent au tube à l'extérieur.

On a alors, en notant  $i$  l'angle d'incidence à l'interface verre/air :  $\sin i = \frac{r}{R} = \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{verre}}}$  donc  $\left(\frac{r}{R}\right)_{\text{lim}} = \frac{2}{3}$ .

**Q23.** Excitance en  $\text{W.m}^{-2}$ .

**Q24.** Pour que l'œil voie simultanément nets l'image de la source et celle du filament à travers l'oculaire, il faut que l'image de la source par l'objectif se trouve dans le plan du filament. Si  $S \xrightarrow{L} S'$ , on a donc  $OS' = d$ .

En utilisant la relation de conjugaison :  $\frac{1}{OS'} - \frac{1}{OS} = \frac{1}{f}$ , on trouve  $\underline{D = SO = 30 \text{ cm}}$ .

**Q25.** Pour une observation confortable, il faut que l'image finale par l'oculaire se trouve à l'infini. L'image intermédiaire  $S'$  se trouve donc dans le plan focal objet de  $L'$ , d'où  $OO' = OS' + f'_{\text{oc}} = OS' + \frac{1}{v}$  :  $\underline{OO' = 35 \text{ cm}}$ .

## F- Sixième partie : Températures et machine thermique

**Q26.** Entre A et B,  $n$  moles de gaz parfait sont comprimées de façon adiabatique réversible ; on peut donc appliquer la loi de Laplace :  $P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$  d'où :  $\boxed{P_B = P_A \alpha^\gamma}$  ou  $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$  d'où :  $\boxed{T_B = T_A \alpha^{\gamma-1}}$

**Q27.** Les transformations AB et DE sont adiabatiques donc  $\boxed{Q_{AB} = 0}$  et  $\boxed{Q_{DE} = 0}$ .

Si on applique le premier principe aux  $n$  moles de gaz parfait au cours de la transformation isochore BC on trouve  $\Delta U_{BC} = \boxed{n C_{v,m}(T_C - T_B) = Q_{BC}}$ . De même  $\boxed{Q_{EA} = n C_{v,m}(T_A - T_E)}$

Enfin, la transformation CD étant isobare :  $Q_{CD} = \Delta H_{CD}$  soit  $\boxed{Q_{CD} = n C_{p,m}(T_D - T_C)}$ .

**Q28.** Dans un moteur, l'énergie est récupérée sous forme de travail et l'énergie nécessaire au fonctionnement est fournie par la chaleur dégagée par la réaction de combustion lors des étapes BC et CD.

D'où le rendement thermodynamique :  $\eta = \frac{|W_{\text{tot}}|}{Q_{BC} + Q_{CD}}$  avec  $|W_{\text{tot}}|$  travail fourni par les  $n$  moles de gaz au cours d'un cycle.

En appliquant le premier principe de la thermodynamique aux  $n$  moles de gaz au cours d'un cycle, on peut donc écrire :  $|W_{\text{tot}}| = Q_{\text{tot}} = Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{EA}$ .

On obtient :  $\eta = 1 + \frac{Q_{EA}}{Q_{BC} + Q_{CD}} = 1 + \frac{C_{v,m}(T_A - T_E)}{C_{v,m}(T_C - T_B) + C_{p,m}(T_D - T_C)} = 1 + \frac{(T_A - T_E)}{(T_C - T_B) + \gamma(T_D - T_C)}$

Or :

- BC isochore donc  $T_C = T_B \frac{P_C}{P_B} = T_B \delta$  soit :  $\boxed{T_C = \delta \alpha^{\gamma-1} T_A}$

- CD isobare donc  $T_D = T_C \frac{V_D}{V_C} = T_C \beta$  soit  $\boxed{T_D = \beta \delta \alpha^{\gamma-1} T_A}$

- DE adiabatique réversible donc  $T_E = T_D \left(\frac{V_D}{V_E}\right)^{\gamma-1} = T_D \left(\frac{V_D}{V_C}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{V_C}{V_E}\right)^{\gamma-1} = T_D \left(\frac{V_D}{V_C}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = T_D \beta^{\gamma-1} \alpha^{1-\gamma}$

soit  $\boxed{T_E = \beta^\gamma \delta T_A}$

D'où  $\eta = 1 - \frac{\delta \beta^\gamma - 1}{[\delta - 1 + \delta \gamma (\beta - 1)] \alpha^{\gamma-1}}$