

## Fiche 19 : Équations différentielles.

### Exercice 1

Soit l'équation différentielle

$$(E) \quad y' + 2xy = x.$$

1. Résoudre l'équation homogène associée.
2. Calculer la solution de  $(E)$  vérifiant  $y(0) = 1$ .

### Exercice 2

On s'intéresse à l'équation différentielle inconnue  $y$ , variable  $x$  :

$$(E) : \quad xy' + y = x$$

1. Résoudre l'équation homogène associée (attention à l'ensemble de définition) et représenter l'allure de ses solutions.
2. Chercher une solution particulière polynomiale.
3. En déduire "la" solution générale de  $(E)$  et donner sommairement l'allure de ses solutions.

### Exercice 3

On s'intéresse à l'équation différentielle :

$$(E) : \quad xy' - y = x^2$$

1. Résoudre l'équation homogène associée (attention à l'ensemble de définition) et représenter l'allure de ses solutions.
2. Résoudre l'équation  $(E)$  et représenter sommairement l'allure de ses solutions.

### Exercice 4

Avec la méthode de la variation de la constante, donner la solution générale de l'équation suivante :

$$(1 + x^2)y' + 2xy = 1$$

### Exercice 5

Soit  $a$  et  $b$  des réels strictement positifs, on pose  $\alpha = a + ib$ . Donner une primitive (complexe) de la fonction complexe :  $t \mapsto \frac{1}{t-\alpha}$ .

### Exercice 6

Soit  $x$  et  $y$  des fonctions dérivables de la variable  $t$ . Résoudre le système :

$$\begin{cases} x' = y + t^2 \\ y' = x - t^2 \end{cases}$$