# Fiche 20 : TD du 7-11.

**Exercice 1**

Déterminer "les" primitives suivantes :

$$\int \frac{x^2\,\mathrm{d}x}{x^2+x+5} \quad ; \quad \int \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x \quad \int \frac{1}{\cosh(x)}\,\mathrm{d}x$$

Pour les 2 dernières, on pourra procéder par changement de variable.

**Exercice 2**

Donner la solution générale sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle :

$$y'(x)+y(x)=\frac{e^x}{1+2e^x}$$

**Exercice 3**

On considère les équations différentielles (variable $x \in \mathbb{R}$) :

$$(E) : (1-x^2)y'+xy=1, \quad (E_0) : (1-x^2)y'+xy=0$$

1. Montrer que $f : x \to y(x) = x$ est une solution particulière de $(E)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2. Résoudre $(E_0)$ pour $-1 < x < 1$ en donnant sa solution générale.
   On considère $f_0$ la solution définie pour $-1 < x < 1$ vérifiant $f_0(0) = 1$.
3. Étudier la fonction $f_0$, tracer son graphique ainsi que celui d'autres solutions de $(E_0)$ sur l'intervalle $]-1,1[$.
4. Résoudre $(E_0)$ pour $x > 1$ en donnant sa solution générale.
5. En étudiant une des solutions précédentes, tracer le graphique d'un certain nombre de solutions de $(E_0)$ sur l'intervalle $]1,\infty[$.
6. Résoudre $(E_0)$ pour $x < -1$ en donnant sa solution générale.
7. Tracer le graphique d'un certain nombre de solutions de $(E_0)$ sur l'intervalle $]-\infty,-1[$.
8. Donner la solution générale de $(E)$ sur chacun des intervalles $]-\infty,-1[$, $]-1,1[$ et $]-1,1[$. Donner sur un même graphique l'allure de quelques solutions.

**Exercice 4**

Montrer que l'équation différentielle $(x_i n\mathbb{R})$ :

$$y'+2xy=1$$

admet une unique solution impaire..