

Fiche 31 : Polynômes.

Exercice 1

Soient a, b, c des complexes, x_1, x_2, x_3 les racines de $X^3 + aX^2 + bX + c$.
Calculer le polynôme unitaire de $\mathbb{R}_3[X]$ dont x_1^2, x_2^2, x_3^2 sont les racines.

Exercice 2

Soit P un polynôme unitaire à coefficients complexes de degré 4.
Montrer que les images dans le plan complexe des racines de P forment un parallélogramme si et seulement si P' et $P^{(3)}$ ont une racine commune.

Exercice 3

Soit $n \in \mathbb{N}$ fixé. Montrer qu'il n'y a un nombre fini de polynômes réels unitaires de degré n à coefficients entiers (relatifs) ayant toutes leurs racines éventuellement complexes de module inférieur ou égal à 1.

Faire la liste de ces polynômes pour $n = 2$.

Exercice 4

Déterminer les polynômes P réels tels que :

$$P(X^2) = P(X)P(X - 1)$$

On pourra s'intéresser aux racines de P ...