PROBLÈME I.

Optique d'un appareil photo jetable

I.1) D'après la relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} > 0$ car l'image réelle est située après la lentille $\overline{OA'} > 0$ et l'objet réel est situé avant la lentille $\overline{OA} < 0$. La distance focale est donc positive, la lentille est convergente.

I.2) L'image est dans le plan focale image, donc $\boxed{d = f'}$.

I.3) $\boxed{X = 2d\tan(\alpha/2) \approx d\alpha}$. Pour la Lune, $\underline{X = 2{,}6 \times 10^{-2}\,\text{cm} = 0{,}26\,\text{mm}}$.

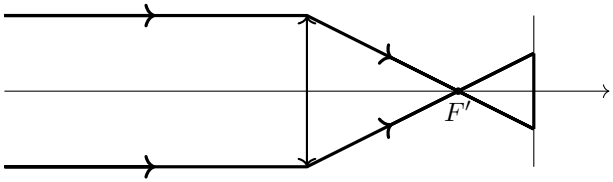
I.4) Avec Descartes on obtient $\overline{OA'} = \frac{f' \times \overline{OA}}{f' \times \overline{OA}}$. $\overline{OA} = -d_A$ et $\overline{OA'} = OA'$ donc $\boxed{OA' = \frac{d_A f'}{d_A - f'}}$.

I.5) On utilise le théorème de Thalès.

La pellicule étant en F' on a $\frac{D_{A'}}{D_L} = \frac{F'A'}{OA'} = \frac{OA' - OF'}{OA'} = 1 - \frac{f'}{OA'} = 1 - \frac{d_A - f'}{d_A} = \frac{f'}{d_A}$.

I.6) $\boxed{d_A = \frac{D_L f'}{\varepsilon}} = \underline{3{,}0\,\text{m}}$.

I.7) Schéma : F' est avant la pellicule



I.8) Avec Thalés : $\frac{\varepsilon}{D_L} = \frac{d - f'}{f'}$. Il vient $\boxed{d = f'(1 + \varepsilon/D_L)} = \underline{3{,}03\,\text{cm}}$. C'est une augmentation infime de la distance précédente.

I.9) En notant C la position de la pellicule : $\frac{D_{A'}}{D_L} = \frac{CA'}{OA'} = \frac{OA' - OC}{OA'} = 1 - \frac{d}{OA'} = 1 - \frac{d(d_A - f')}{d_A f'}$.

Inversement, $d_A = \frac{df'}{d + f'\left(\frac{D_{A'}}{D_L} - 1\right)} = \frac{f'\left(1 + \frac{\varepsilon}{D_L}\right)}{\left(1 + \frac{\varepsilon}{D_L}\right) + \left(\frac{D_{A'}}{D_L} - 1\right)} = \frac{f'(D_L + \varepsilon)}{D_{A'} + \varepsilon}$.

À la limite de résolution $D_{A'} = \varepsilon$ d'où $\boxed{d_A = \frac{f'}{2}(1 + D_L/\varepsilon)} = \underline{1{,}5\,\text{m}}$ ce qui est une nette amélioration.

PROBLÈME II.

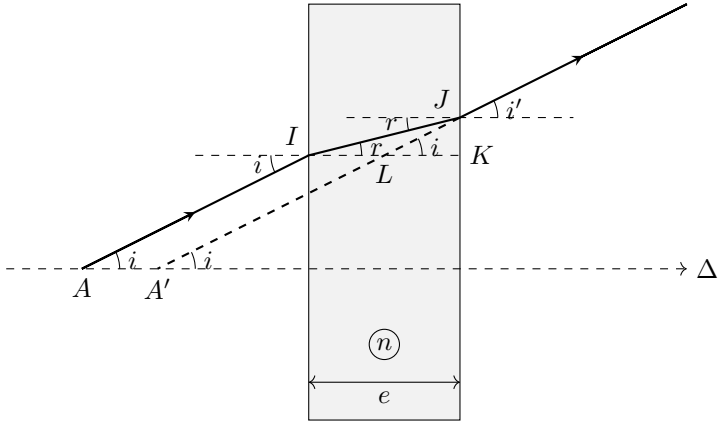
Mesure de l'indice d'une lame de verre

Partie A. Lame transparente

II.1) Les normales sont parallèles à l'axe Δ donc les angles d'inclinaison sont les angles des rayons par rapport à la normale.

Le verre étant plus réfringent que l'air, le rayon se rapproche de la normale à son entrée dans le verre soit $r < i$. Inversement on $i' > r$ à la sortie.

A' est sur l'axe Δ dans le prolongement du rayon émergent.



II.2) Par le théorème des angles alternes-internes, i est l'angle d'incidence sur le dioptre air-verre. D'après la deuxième loi de Descartes pour la réfraction, $\boxed{n_{\text{air}}\sin(i) = n\sin(r)}$ où $n_{\text{air}} = 1$.

De même, r est l'angle d'incidence sur le dioptre verre-air donc $n\sin(r) = n_{\text{air}}\sin(i')$ d'où $\boxed{i' = i}$.

II.3) Les conditions de Gauss consistent à se limiter à des rayons faiblement inclinés sur l'axe et peu éloignés de l'axe par rapport aux longueurs caractéristiques du système. Lorsqu'elles sont satisfaites, il y a aplanétisme et stigmatisme approché.

II.4) $AILA'$ est un parallélogramme donc $\overline{AA'} = \overline{IL}$.

Or $JK = KL\tan(i) = (e - \overline{IL})\tan(i)$ et $JK = e\tan(r)$ On a donc $\overline{IL} = e\left(1 - \dfrac{\tan(r)}{\tan(i)}\right)$.

Dans les conditions de Gauss, $i \ll 1$ et $r \ll 1$ donc $\dfrac{\tan(r)}{\tan(i)} \approx \dfrac{\sin(r)}{\sin(i)} = \dfrac{1}{n}$.

On a donc $\boxed{\overline{AA'} = \overline{IL} \approx e\left(1 - \dfrac{1}{n}\right)}$.

Partie B. Viseur

II.5) Pour que l'image soit à l'infini, il faut que l'objet soit dans le plan focal objet. On a donc $\boxed{d = f_2' = 5{,}0\,\text{cm}}$.

II.6) Pour cet œil myope il faut que l'image R' du réticule R soit à la distance D_m soit $\overline{OR'} = -D_m$.

D'après la relation de conjugaison de Descartes, $\dfrac{1}{\overline{O_2R'}} - \dfrac{1}{\overline{O_2R}} = \dfrac{1}{f_2'}$ d'où $\overline{O_2R} = \dfrac{f_2' \times \overline{O_2R'}}{f_2' - \overline{O_2R'}}$ donc $\boxed{d = -\overline{O_2R} = \dfrac{f_2' D_m}{f_2' + D_m} = 4{,}8\,\text{cm}}$.

II.7) Soit A' l'image par l'objectif de l'objet A visé. Pour que l'objet visé soit vu simuktanément avec le réticule il faut que son image par l'objectif soit en R soit $\overline{O_1A'} = D$ d'où $\overline{F_1'A'} = \overline{OA'} - \overline{OF_1'} = D - f_1'$.

D'après la formule du grandissement de Newton, $\gamma_{ob} = \dfrac{\overline{F_1'A'}}{\overline{F_1'O_1}} = -\dfrac{D - f_1'}{f_1'}$. Inversement, $\boxed{D = f_1'(1 - \gamma_{ob}) = 15{,}0\,\text{cm}}$.

II.8) Puisque $\gamma_{ob} = \dfrac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}}$ il vient $\boxed{\overline{O_1A} = \dfrac{D}{\gamma_{ob}} = -7{,}5\,\text{cm}}$.

L'objet visé se trouve à 7,5 cm de l'objectif. Seuls les objets à cette distance sont vus simultanément avec le réticule à travers l'oculaire, d'où le nom de « viseur à frontale fixe ».

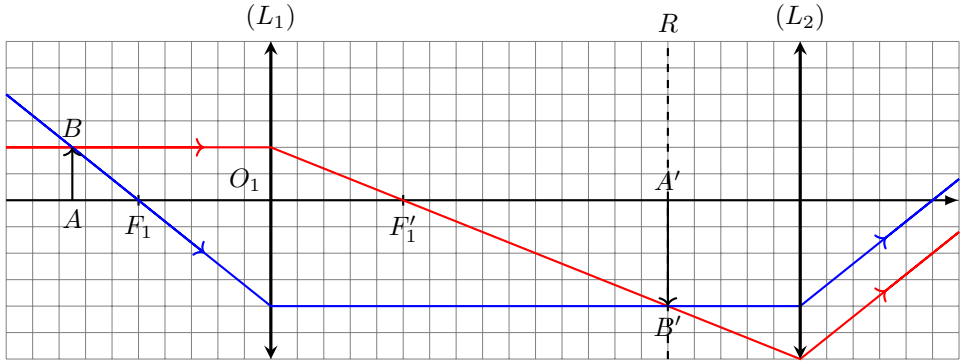
Cette valeur ne dépend de la position de l'objectif. L'image intermédiaire est toujours sur le réticule, la nature de l'œil ne modifie que la position de l'oculaire permettant de l'observer.

II.9) On considère le rayon arrivant parallèlement à l'axe optique, séparé d'une distance 2 cm. Il passe par F_1'.

On considère le rayon qui émerge de l'objectif parallèlement à l'axe optique, à une distance 2 fois plus grande et de l'autre côté de l'axe optique afin que la grandissement soit de -2. Ce rayon est incident en passant par F_1.

Les intersection de ces rayons donnent le point B en amont et le point B' en aval. On déduit l'objet et l'image par aplanétisme. Les positions obtenues sont compatibles avec les calculs.

On prolonge les rayons qui ressortent parallèlement entre eux après l'oculaire.

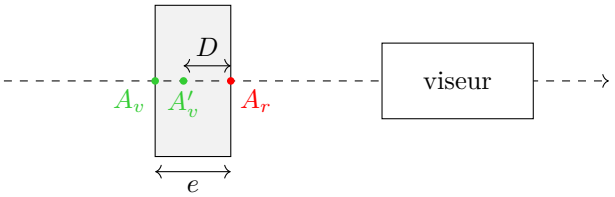


Partie C. Utilisation du viseur

II.10) La lumière issue de la marque verte A_v traverse la lame, donc ce qu'on observe dans le viseur est son image A_v' par la lame, qui est décalée de $\overline{A_vA_V'} = e(1 - 1/n)$ dans la direction de propagation de la lumière d'après la première partie.

En revanche, on observe directement la marque rouge A_r.

Étant à frontale fixe, le déplacement D du viseur est égal à la distance qui sépare les objets visés. On a donc $\overline{A'_vA_r} = D$. Or $\overline{A_vA_r} = e$ donc $\overline{A_vA'_v} = \overline{A_vA_r} - \overline{A'_vA_r} = e - D$. En identifiant, il vient $D = e/n$ donc $\boxed{n = \dfrac{e}{D} = 1{,}6}$ ce qui est une valeur normale pour du verre.



PROBLÈME III.

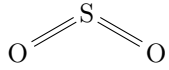
Trioxyde de soufre

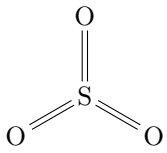
Partie A. Oxydes de soufre

III.1) Sur la dernière colonne, les atomes ont 8 électrons sur leur couche de valence (ils respectent la règle de l'octet). Par conséquent, O et S en ont 6.

III.2) SO_2 possède 18 électrons de valence qui se répartissent en 9 doublets. Afin que l'oxygène respecte la règle de l'octet, on a le schéma de Lewis ci-dessous à gauche. SO_3 possède 24 électrons de valence qui se répartissent en 12 doublets. Afin que l'oxygène respecte la règle de l'octet, on a le schéma de Lewis à doite.

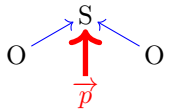
III.3) La répulsion des doublets présents dans les doubles liaisons donne au trioxyde de soufre SO_3 une géométrie trigonale plane (à droite). Pour le dioxyde de soufre SO_2, le doublet non-liant sur S a le même effet qu'un doublet liant ; de ce fait la molécule a une géométrie coudée (à gauche).

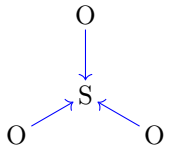




III.4) L'électronégativité diminue en descendant dans une colonne de la classification périodique donc O est plus électronégatif que S. Les liaisons O-S sont donc polarisées avec un moment dipolaire dirigé de O vers S.

III.5) SO_2 est polaire car les 2 moments dipolaires forment un angle dans la géométrie coudée, leur somme est non-nulle. En revanche, les moments dipolaires se compensent dans la géométrie trigonale plane de SO_3, elle n'est donc pas polaire.





Partie B. Production du trioxyde de soufre

III.6) Si ξ_{eq} est l'avancement à l'équilibre $n(SO_3) = 2\xi_{eq}$. Ainsi $r = \dfrac{2\xi_{eq}}{2n}$ soit $\xi_{eq} = nr$. À l'équilibre on a donc :

$$\boxed{n(SO_3) = 2nr \quad n(SO_2) = 2n - 2\xi_{eq} = 2n(1-r) \quad n(O_2) = n - \xi_{eq} = n(1-r)}$$

III.7) Pour un mélange de gaz parfaits, la pression partielle est donnée par $p_i = x_i p = n_i p / n_{\text{tot}}$.
Ici la quantité totale de gaz à l'équilibre est $n_{\text{tot}} = 2nr + 3n(1-r) = n(3-r)$. On en déduit : $p(SO_3) = \dfrac{2r}{3-r}p$, $p(SO_2) = \dfrac{2(1-r)}{3-r}p$ et $p(O_2) = \dfrac{1-r}{3-r}p$.
Le quotient réactionnel est défini comme $Q = \dfrac{a^2(SO_3)}{a^2(SO_2) \times a(O_2)} = \dfrac{p^2(SO_3)p^\circ}{p^2(SO_2) \times p(O_2)}$. À l'équilibre, son expression est $\boxed{Q_{eq} = \dfrac{r^2(3-r)}{(1-r)^3}\dfrac{p^\circ}{p}}$.

III.8) À l'équilibre $Q_{eq} = K^\circ$ (loi d'action de masse) donc $\boxed{K^\circ = 9{,}88 \times 10^3}$.

III.9) $\boxed{p = \dfrac{r^2(3-r)}{(1-r)^3 K^\circ} p^\circ = 199\,\text{bar}}$.
C'est une pression énorme et coûteuse à obtenir pour un gain de rendement somme toute assez faible.

III.10) Suppose qu'on ajoute du diazote à partir de l'équilibre. Cela fait augmenter la quantité totale de gaz présent, sans changer la pression qui est fixe. Ainsi cela affecte les fraction molaires des gaz. En pratique cela fait augmenter le facteur $(3-\rho)$, ce qui revient à augmenter le quotient de réaction qui devient alors supérieur à la constante d'équilibre : la réaction se déroule spontanément dans le sens inverse, l'équilibre se déplace du côté des réactifs ce qui fait diminuer le rendement.

PROBLÈME IV.

Pêcheur

Tout est plus simple dans le référentiel de la rivière : le chapeau est immobile, et le pêcheur fait un aller-retour toujours à la même vitesse. L'aller durant une demi-heure, le retour aussi, soit un total de 1 h.

Dans le référentiel terrestre, le chapeau a parcouru 5 km pendant cette heure, donc sa vitesse est de 5 km/h, de même que la rivière.