

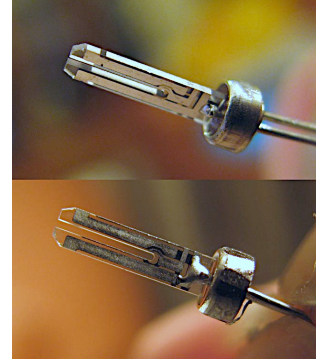
PROBLÈME I

Horloge à quartz

La première horloge à quartz est conçue en 1927 par les laboratoires Bell. La première montre-bracelet est commercialisée en 1969.

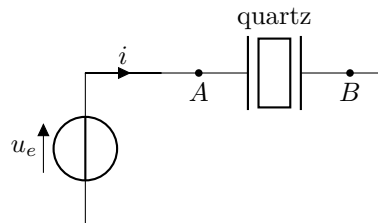
Le quartz est un cristal piézoélectrique : lorsqu'il est soumis à une différence de potentiel il se déforme, et inversement s'il est contraint mécaniquement alors une différence de potentiel apparaît entre ses faces.

Un cristal de quartz taillé en diapason – comme sur la figure ci-contre – vibre mécaniquement à une fréquence bien précise. Il est inséré dans un circuit électronique, avec une électrode métallisée sur chacune de ses faces. Cette précision dans la fréquence de vibration, associée au couplage électrique par l'effet piézoélectrique, permet d'obtenir des circuits électroniques résonants avec des facteurs de qualité très élevés, et donc des oscillateurs très précis.



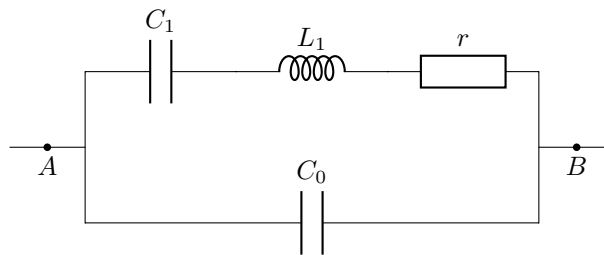
Partie A. Étude du quartz

Pour étudier la résonance très sélective du quartz, on le place dans le montage ci-dessous, où u_e est une tension sinusoïdale d'amplitude $u_e = 0,20 \text{ V}$.



On dispose également d'un dispositif, non représenté, qui délivre une tension U_s égale à l'amplitude du courant i multipliée par une résistance $R = 47 \text{ k}\Omega$: si $i(t) = i_0 \cos(\omega t + \varphi)$, alors $U_s = Ri_0$.

Électriquement, le comportement du quartz peut être modélisé par un condensateur C_0 (capacité des électrodes séparées par un diélectrique et des fils de liaisons) en parallèle avec un circuit série r , L_1 et C_1 qui correspond aux grandeurs motionnelles. Ce circuit série r , L_1 , C_1 représente le couplage électromécanique lié à l'effet piézoélectrique.



On étudie la résonance en intensité. L'étude se fait en régime sinusoïdal forcé, et on utilise le formalisme complexe. On note les grandeurs complexes en les soulignant. Par exemple $i(t) = i_0 \cos(\omega t + \varphi)$ est représenté par $\underline{i}(t) = i_0 \exp\{j(\omega t + \varphi)\}$.

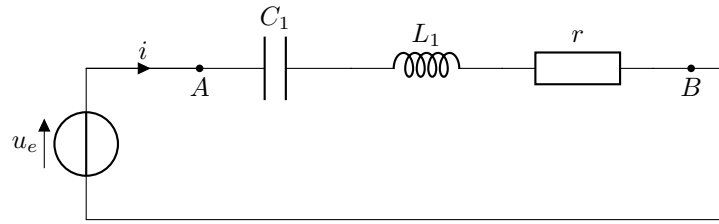
I.1) Justifier qu'à la résonance, $1/|\underline{Z}_q|$ est maximale.

Pour repérer la pulsation de résonance, on néglige d'abord tout effet dissipatif : dans les deux questions qui suivent, $r = 0$.

I.2) Montrer que l'impédance $\underline{Z}_q$ équivalente au dipôle AB vérifie $\frac{1}{\underline{Z}_q} = jC_{\text{eq}}\omega \frac{1 - \omega^2/\omega_2^2}{1 - \omega^2/\omega_1^2}$, avec $\omega_1 = 1/\sqrt{L_1 C_1}$ et ω_2 et C_{eq} dont on donnera les expressions en fonction de C_0 , C_1 et L_1 .

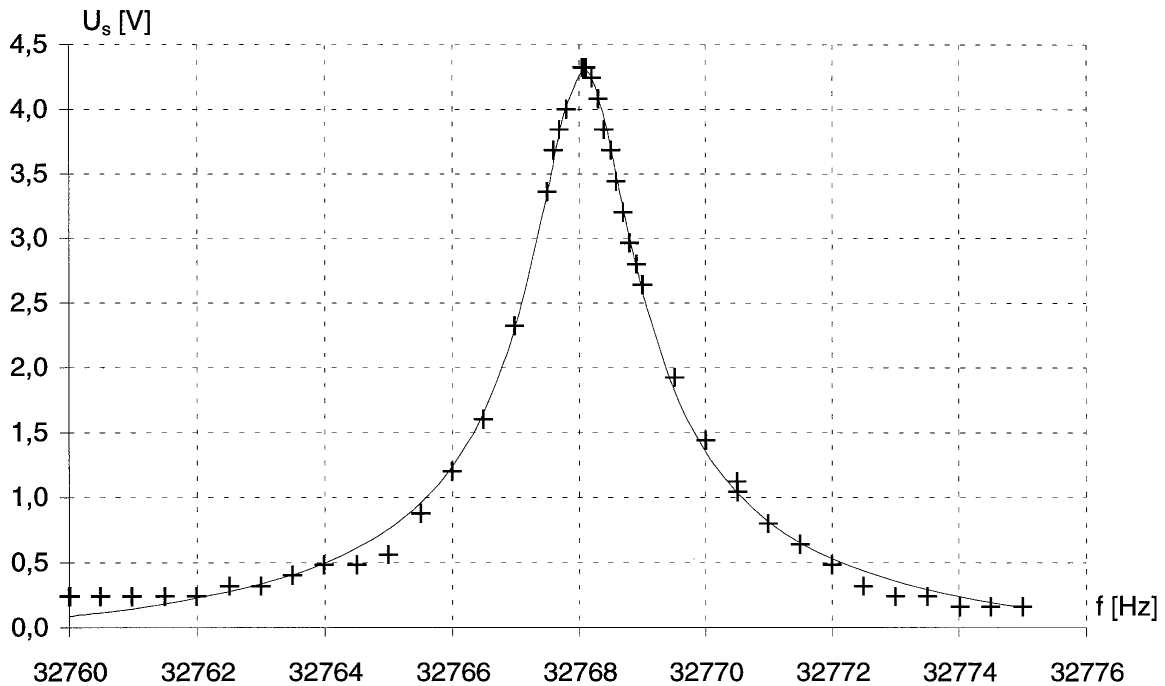
I.3) En déduire l'expression de la fréquence f_r de résonance en intensité du circuit d'étude du quartz.

Les questions qui précèdent montrent que c'est la branche L_1 , C_1 , r qui est responsable de la résonance. Pour simplifier, on étudie donc le quartz en enlevant dans le modèle la capacité C_0 . On obtient alors le circuit ci-après.



I.4) Montrer que $\underline{i} = \frac{u_e/r}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega} \right)}$ avec $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ et Q que l'on exprimera en fonction de r , L_1 et C_1 .

La courbe ci-dessous donne, pour chaque point, la valeur de U_s pour une fréquence f donnée du signal $u_e(t)$. On rappelle que $U_s = R \times i_0$.



source : Deiber et al., Bulletin de l'Union des Physiciens, 1997

On donne également l'expression de l'acuité d'une résonance dans le cas étudié ici : $Q = \frac{f_r}{\Delta f}$, où Q est le facteur de qualité, f_r est la fréquence de résonance et Δf la largeur de la bande passante.

I.5) En exploitant ce graphique, donner une valeur de la résistance r .

I.6) Donner également une valeur du facteur de qualité Q .

I.7) En déduire les valeurs de L_1 et C_1 . Commentaire ?

Partie B. Utilisation dans une montre

Le quartz permet ainsi de concevoir un circuit filtre passe-bande avec un facteur de qualité très élevé.

I.8) Si on laisse le circuit précédent osciller de façon libre, donner une estimation du temps pendant lequel les oscillations perdurent. Ceci est-il raisonnable pour fabriquer une horloge ?

Le quartz est en réalité inséré dans un circuit dit « oscillateur », qui entretient ses oscillations. Le facteur de qualité élevé permet d'avoir un signal quasi-harmonique dont la fréquence est précisément contrôlée et vaut, dans le cas présent, 32 768 Hz.

I.9) On peut remarquer que $32\,768 = 2^{15}$. Quelle peut-être la raison d'un tel choix pour la fabrication d'une montre ?

PROBLÈME II

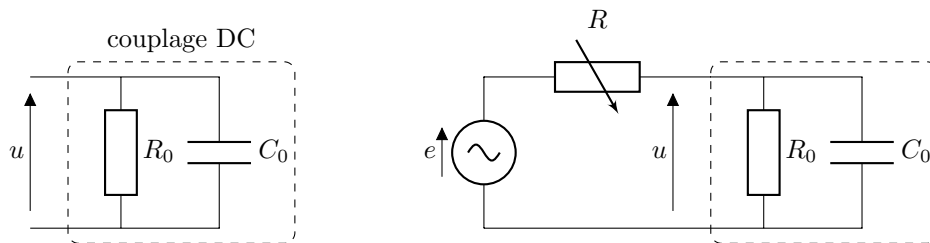
Couplages de l'oscilloscope

Un oscilloscope possède deux types de couplages : DC (*Direct Current*) ou AC (*Alternative Current*).

Partie A. Couplage DC

Lorsqu'on applique une tension $u(t)$ à l'entrée d'un oscilloscope analogique (avec écran cathodique) en mode DC, la tension est appliquée directement aux plaques qui dévient le faisceau cathodique. Ces dernières se comportent comme un condensateur de capacité très faible C_0 en dérivation avec une grande résistance R_0 (voir schéma de gauche ci-dessous).

Pour mesurer ces grandeurs, on utilise la méthode du diviseur de tension. On alimente par un générateur basses fréquences (GBF) produisant une tension sinusoïdale, l'entrée de l'oscilloscope en série avec une résistance R variable (voir schéma de droite). Pour une fréquence donnée, on fait varier la valeur de R jusqu'à ce que l'amplitude de la tension u mesurée par l'oscilloscope soit égale à la moitié de l'amplitude de la tension e du générateur.



II.1) Exprimer l'impédance équivalente Z_{DC} de l'oscilloscope en couplage DC, en régime sinusoïdal forcé à la pulsation ω . Quelle est son expression approchée en régime « basse fréquence », c'est-à-dire pour des pulsations très inférieures à une pulsation caractéristique ω_c que l'on exprimera en fonction de R_0 et C_0 ? Même question pour des pulsations très supérieures à ω_c (régime « haute fréquence »).

II.2) On se place en régime basse fréquence. Exprimer le rapport des amplitudes des tensions u et e . En déduire la valeur de R , notée $R_{1/2}$, qui conduit à un rapport d'amplitude de $\frac{1}{2}$, en fonction de ω et des caractéristiques de l'oscilloscope.

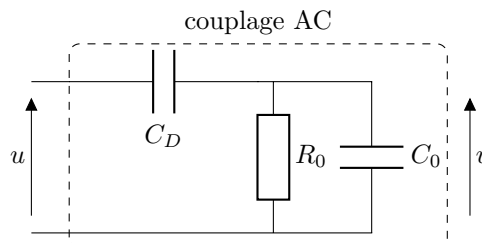
II.3) Même question dans le régime haute fréquence.

II.4) On effectue la mesure de $R_{1/2}$ pour plusieurs valeurs de la fréquence f du GBF, que l'on compile dans le tableau suivant. Les résultats sont-ils conformes à la théorie ? En déduire les valeurs de R_0 et C_0 .

f/Hz	$1,00 \times 10^1$	$1,00 \times 10^2$	$1,00 \times 10^3$	$1,00 \times 10^4$	$1,00 \times 10^5$	$1,00 \times 10^6$
$R_{1/2}/\Omega$	$1,00 \times 10^6$	$1,00 \times 10^6$	$9,63 \times 10^5$	$3,68 \times 10^5$	$4,31 \times 10^4$	$4,37 \times 10^3$

Partie B. Couplage AC

Le couplage AC se différencie du couplage DC par l'ajout d'un condensateur de capacité C_D en série en amont des plaques de déviation. C'est la tension v aux bornes de ces plaques qui est affichée.



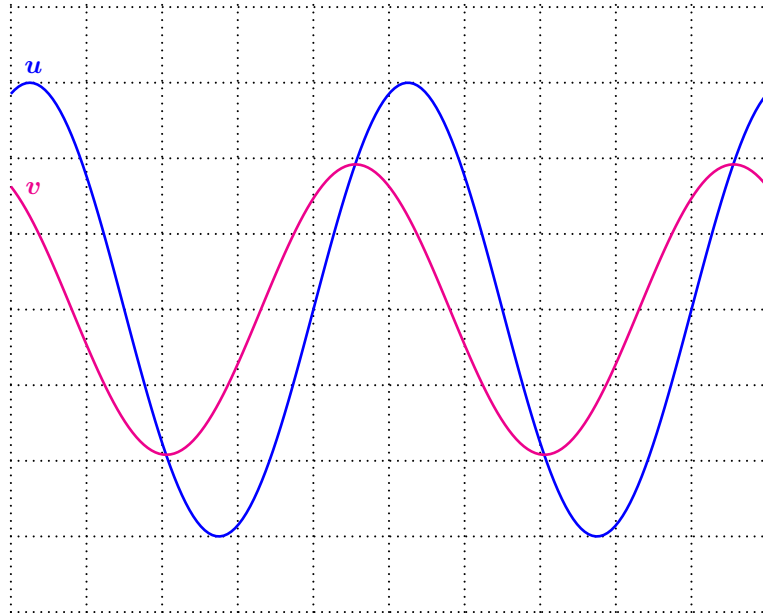
Tandis que le couplage DC affiche la tension d'entrée u telle quelle, le couplage AC agit comme un filtre sur le signal mesuré.

II.5) Établir sa fonction de transfert $H = \frac{v}{u}$. Simplifier la fonction de transfert en considérant $C_D \gg C_0$. Quelle est la nature du filtre ?

II.6) Déterminer l'expression du gain en amplitude $G = |\underline{H}|$, de la phase $\varphi = \arg(\underline{H})$, ainsi que du gain maximal $G_{\max}$.

II.7) Définir et exprimer la fréquence de coupure f_c du filtre.

Dans le but de déterminer expérimentalement le diagramme de Bode du filtre constitué par le couplage AC, on réalise la manipulation suivante : on applique la même tension sinusoïdale $u(t)$ sur l'entrée 1 (couplage DC) et sur l'entrée 2 (couplage AC) de l'oscilloscope. Pour plusieurs fréquences, on mesure le gain et la phase grâce à l'oscillogramme obtenu. Par exemple, l'une des mesures donne le résultat ci-dessous. Les sensibilités verticales sont de 1,0 V / division. La base de temps est de 20 ms / division.



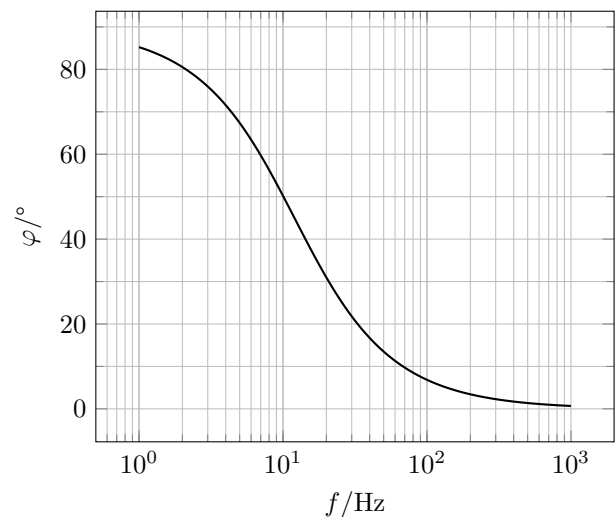
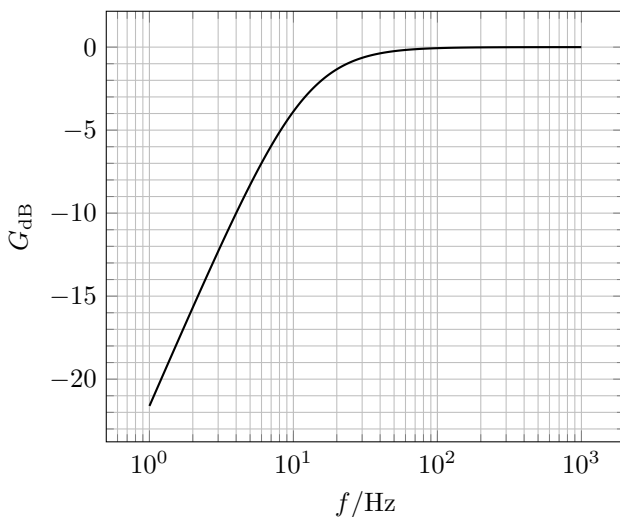
II.8) Déterminer graphiquement la fréquence des signaux, le gain en décibel et la phase du filtre. Justifier dans la copie.

II.9) Le diagramme de Bode complet est présenté ci-dessous. Justifier son allure, en particulier les asymptotes (pente, valeur).

II.10) Dédurre du diagramme la valeur de la fréquence de coupure. Justifier.

II.11) En déduire la valeur de C_D et vérifier l'hypothèse $C_D \gg C_0$.

II.12) À quoi sert le couplage AC dans un oscilloscope ? À quelle condition sur la fréquence de la tension u joue-t-il correctement son rôle ?

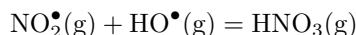


PROBLÈME III

Pluie acide

L'eau de pluie présente une acidité naturelle. Cette acidité provient de la présence de dioxyde de carbone $\text{CO}_2(\text{g})$ dans l'atmosphère qui se dissout dans l'eau des nuages sous forme d'acide carbonique $\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})$. La présence de cet acide en solution conduit à une eau de pluie dont le pH est naturellement égal à environ 5,6.

On observe parfois des précipitations beaucoup plus acides, on parle alors de « pluies acides ». L'acidification supplémentaire des eaux de pluie provient d'une pollution atmosphérique locale. Dans ce problème, on s'intéresse au mécanisme d'acidification d'une eau de pluie lors d'une pollution au dioxyde d'azote $\text{NO}_2^\bullet(\text{g})$. Le $\bullet$ signifie que cette molécule est un radical, c'est-à-dire qu'elle possède un électron célibataire lui conférant une grande réactivité. Le dioxyde d'azote gazeux est transformé en acide nitrique dans l'atmosphère selon le mécanisme décrit par l'équation :

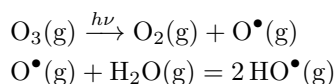


Données :

- constante de Planck : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
- constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- constantes d'acidité à 25°C : $\text{p}K_A(\text{H}_2\text{CO}_3/\text{HCO}_3^-) = 6,4$; $\text{p}K_A(\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}) = 10,3$

Partie A. Formation du radical hydroxyde dans l'atmosphère

La formation de l'acide nitrique $\text{HNO}_3(\text{g})$ met en jeu le radical hydroxyde $\text{HO}^\bullet(\text{g})$ qui se forme à partir de l'ozone atmosphérique $\text{O}_3(\text{g})$ selon le mécanisme :



où $h\nu$ représente l'énergie d'un photon de fréquence ν absorbé par la molécule d'ozone. Cette réaction se produit donc uniquement en présence de lumière, pendant la journée.

III.1) Représenter le schéma de Lewis du radical $\text{HO}^\bullet$. Expliquer sa grande réactivité.

III.2) Quel est l'effet de l'absorption du photon par une molécule d'ozone ?

III.3) L'énergie molaire de liaison entre deux atomes de la molécule d'ozone est $E_l = 390 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$. Déterminer une condition sur la longueur d'onde λ de la lumière interagissant avec la molécule d'ozone pour que le mécanisme réactionnel puisse avoir lieu. À quel domaine du spectre électromagnétique appartient la radiation lumineuse ?

Partie B. Cinétique de la formation d'acide nitrique atmosphérique

La cinétique de la réaction de formation de de l'acide nitrique dans l'atmosphère est supposée se dérouler selon la loi de vitesse :

$$v = k[\text{HO}^\bullet][\text{NO}_2^\bullet] \quad \text{avec } k = 3,8 \times 10^{11} \text{ mol}^{-1} \cdot \text{L} \cdot \text{min}^{-1} \text{ la constante de vitesse}$$

La concentration dans l'atmosphère du radical hydroxyde possède une valeur moyenne $[\text{HO}^\bullet]_{\text{moy}} = 1 \times 10^{-14} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ pendant la journée.

On suppose qu'un rejet industriel conduit à l'apparition à un instant noté $t = 0$ de dioxyde d'azote en concentration $[\text{NO}_2^\bullet]_0$ très inférieure à $[\text{HO}^\bullet]_{\text{moy}}$.

III.4) Établir l'expression de $[\text{NO}_2^\bullet](t)$.

III.5) Déterminer l'expression du temps de demi-réaction $\tau_{1/2}$ et calculer sa valeur. Commenter.

Partie C. Acidification de la pluie due à l'acide nitrique

Le dioxyde de carbone gazeux présent naturellement dans l'atmosphère, se solubilise dans l'eau selon la réaction d'équation :



III.6) Sachant que la fraction molaire du dioxyde de carbone atmosphérique est actuellement de 421×10^{-6} (421 parts par million), montrer que la concentration d'acide carbonique dans l'eau de pluie à l'équilibre avec l'atmosphère de pression $P = 1013 \text{ hPa}$ est $[\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})]_{eq} = 1,5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

L'acide carbonique dissous réagit avec l'eau et la rend acide.

III.7) Écrire la réaction mise en jeu et donner sa constante d'équilibre. Justifier que l'on peut négliger la deuxième acidité de l'acide carbonique dans l'eau de pluie.

III.8) Déterminer, dans l'hypothèse où seul le dioxyde de carbone est responsable de l'acidité, le pH de l'eau de pluie.

Lors d'un épisode de pollution au dioxyde d'azote, l'acide nitrique formé par le mécanisme décrit précédemment se dissout dans l'eau présente dans les nuages.

III.9) Déterminer le pH d'une eau de pluie dans laquelle s'est dissous, en plus du dioxyde de carbone, de l'acide nitrique en concentration $8 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.