

Fiche 68 : TD Intégration.

Exercice 1

Calculer les intégrales de fractions rationnelles suivantes.

1. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 3}.$
2. $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{1 - x^2}.$
3. $\int_2^3 \frac{4x^2}{x^4 - 1} dx.$

Exercice 2

Déterminer la valeur de l'intégrale :

$$I = \int_0^3 \frac{x \, dx}{\sqrt{x+1} + 1}$$

en effectuant le changement de variable : $u = \sqrt{x+1} + 1$ qu'on justifiera proprement.

Exercice 3

On considère la fonction définie par :

$$f(x) = \int_0^x e^{-t^2/2} dt$$

1. Montrer que f est impaire sur $\mathbb{R}$ et faire son étude.
2. Montrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$ et en déduire qu'elle admet une limite finie en $+\infty$ (on ne demande pas de préciser cette limite).
3. Représenter sommairement f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 4

Soient $a < b$ réels, $f \in C^1([a, b], \mathbb{R})$ et

$$I_n = \int_a^b f(t) \sin(nt) dt$$

À l'aide d'une intégration par parties, montrer que $I_n \rightarrow 0$ pour $n \rightarrow \infty$.