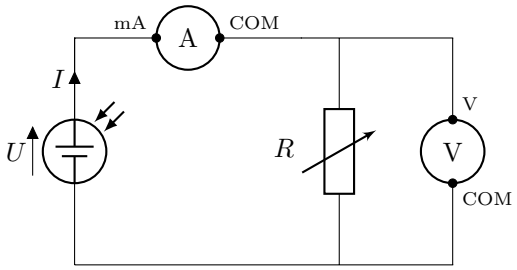
Première partie : conversion solaire-électrique

I - Cellule photovoltaïque

1 Pour tracer la caractéristique, on fait fait varier la résistance variable R, et on relève les valeurs de l'intensité I du courant et de la tension U. On trace la courbe $I = f(U)$ à l'aide d'un tableur.



2 Le rendement r est le rapport entre la puissance électrique maximale $\mathcal{P}_{\text{max}}$ fournie par la cellule photovoltaïque et la puissance lumineuse $\mathcal{P}_{\text{lum}}$ reçue :

- $\mathcal{P}_{\text{max}} = 33\,\text{mW}$;
- $\mathcal{P}_{\text{lum}} = 1000\,\text{W}\cdot\text{m}^{-2} \times 1 \times 10^{-4}\,\text{m}^2 = 100\,\text{mW}$;

donc le rendement vaut $\boxed{r = \dfrac{\mathcal{P}_{\text{max}}}{\mathcal{P}_{\text{lum}}} = 0{,}3}$ soit 30 % environ.

II - Conversion de la tension continue délivrée par un module photovoltaïque en une tension alternative

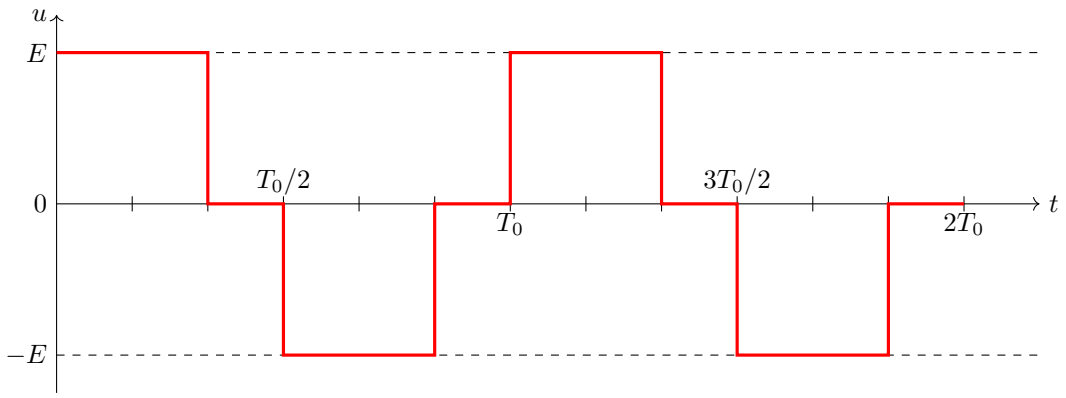
II.A - Tension de sortie de l'onduleur

3 Fermer simultanément K_1 et K_3 ou K_2 et K_4 revient à **court-circuiter** le module photovoltaïque, ce qui pourrait le détruire.

4 Tableau réponse :

K_1	K_2	K_3	K_4	valeur de u
fermé	fermé	ouvert	ouvert	0
ouvert	ouvert	fermé	fermé	0
fermé	ouvert	ouvert	fermé	E
ouvert	fermé	fermé	ouvert	$-E$

5 Représentation de la tension $u(t)$:



6 La tension de sortie de l'onduleur est de moyenne nulle, donc sa composante continue est nulle, ce qui exclut le spectre (1). De plus, elle est de fréquence f_0 donc toutes les harmoniques présentes dans son spectre sont à des fréquences multiples de f_0, ce qui exclut le spectre (3). Par élimination, on en déduit que le spectre de u est le **spectre (2)**.

II.B - Filtrage par la cellule R, L

7 Pour que la tension devienne sinusoïdale, le filtre doit couper les harmoniques et ne transmettre que le fondamental. Un filtrage **passe-bas ou passe-bande** convient donc.

8 On reconnait un diviseur de tension :

$$\underline{H} = \frac{\underline{V}}{\underline{U}} = \frac{R}{R + Lj\omega} = \frac{1}{1 + j\omega\dfrac{L}{R}}$$

ce qui permet d'identifier $\boxed{H_0 = 1}$ et $\boxed{\omega_c = \dfrac{R}{L}}$.

9 Pour $\omega = \omega_c$, $\underline{H}(jw_c) = \dfrac{H_0}{1+j}$ donc le gain en amplitude vaut $\boxed{G(\omega_c) = |\underline{H}(j\omega_c)| = \dfrac{H_0}{\sqrt{2}}}$.

H_0 étant le gain maximal, c'est précisément la définition de la pulsation de coupure.

10 Pour transmettre au mieux le fondamental mais atténuer les harmoniques, la fréquence de coupure doit être choisie **de l'ordre de f_0**.

II.C - Calcul numérique de la tension lissée

11 On utilise les lois de Kirchhoff, ou bien on part de la fonction de transfert : $\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)\underline{V} = \underline{U}$. En faisant correspondre une multiplication par $j\omega$ avec une dérivation :

$$v + \frac{1}{\omega_c}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = u \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \omega_c v = \omega_c u$$

ce qui s'écrit bien :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}v = \frac{u}{\tau} \text{ avec } \boxed{\tau = \frac{1}{\omega_c} = \frac{L}{R}}.$$

12 Le schéma d'Euler appliqué à l'équation différentielle donne :

$$\boxed{\frac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t} + \frac{v_n}{\tau} = \frac{u_n}{\tau}}$$

qui conduit directement à l'expression proposée :

$$v_{n+1} = \frac{\Delta t}{\tau}u_n + \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right)v_n.$$

13 On initialise `v` à une liste ne contenant que la condition initiale, et on ajoute les autres éléments au fur et à mesure :

```
v = [0]
for n in range( len( u ) -1) :
  v . append ( dt / tau * u [ n ] + (1 - dt / tau ) * v [ n ] )
```

14 La valeur la plus adaptée est $\boxed{\tau = T_0}$, qui correspond à une tension de sortie à peu près sinusoïdale et d'amplitude non négligeable. En revenant à la pulsation de coupure, $\omega_c = \dfrac{1}{\tau} = \dfrac{1}{T_0} = f_0$ soit $f_c = \dfrac{f_0}{2\pi}$, en accord avec la réponse à la question 10.

15 Si τ est trop petit, c'est-à-dire f_c trop grande, la tension n'est plus sinusoïdale car **les harmoniques ne sont pas assez atténuées par le filtre.**

Si τ est trop grand, c'est-à-dire f_c trop petite, la tension est d'amplitude trop faible car **le fondamental est lui aussi fortement atténué par le filtre**.

III - Transformation de la tension de sortie en très haute tension

III.A - Inductance propre d'un solénoïde infini

16 Soit M un point quelconque. Le plan $\Pi = (M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ est un plan de symétrie de la distribution de courant donc $\vec{B}$ est normal à ce plan, c'est-à-dire selon $\vec{e}_z$.

Par ailleurs, la distribution de courant est approximée comme étant invariante par translation le long de l'axe (Oz) et par rotation autour de cet axe, d'où $\vec{B} = B_z(r)\vec{e}_z$.

17 La spire est circulaire de rayon R et de vecteur normal $\vec{e}_z$, donc $\boxed{\varphi = \vec{B} \cdot S\vec{e}_z = \mu_0 \frac{N}{H} i\pi R^2}$.

Le solénoïde comptant N spires :

$$\boxed{\phi_p = N\varphi = \mu_0 \frac{N^2}{H} i\pi R^2}$$

d'où l'on déduit l'inductance propre :

$$\boxed{L = \frac{\varphi_p}{i} = \mu_0 N^2 \frac{\pi R^2}{H}}.$$

III.B - Inductance mutuelle des deux solénoïdes imbriqués

18 Les spires des deux solénoïdes sont orientées dans le même sens, donc comme précédemment :

$$\boxed{\varphi_{1\to 2} = \vec{B}_1 \cdot S\vec{e}_z = \mu_0 \frac{N_1}{H} i_1 \pi R^2 \quad \text{et} \quad \phi_{1\to 2} = N_2 \varphi_{1\to 2} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{H} i_1 \pi R^2}.$$

19 Par définition $\phi_{1\to 2} = M i_1$ donc :

$$\boxed{M = \frac{\phi_{1\to 2}}{i_1} = \mu_0 N_1 N_2 \frac{\pi R^2}{H}}.$$

III.C - Rapport de transformation

20 Les relations courant-tension de deux bobines couplées sont :

$$\boxed{\begin{cases} u_1 = L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \\ u_2 = L_2 \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \end{cases}}$$

Si l'impédance Z est infinie alors $\boxed{i_2 = 0}$, donc :

$$\boxed{\begin{cases} u_1 = L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \\ u_2 = M \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \end{cases}}$$

21 On en déduit $u_2/u_1 = M/L_1$. En utilisant les expressions obtenues précédemment, on obtient : $\boxed{m = \frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}}$.

22 La conversion possède un rapport de transformation $m = 1000$ donc le secondaire comporte $\boxed{N_2 = mN_1 = 500\,000 \text{ spires}}$.

Deuxième partie : stockage gravitaire d'énergie

IV - Étude du dispositif

23 Une source d'énergie est dite intermittente et non pilotable lorsqu'elle **ne produit pas de façon constante** et qu'il est **impossible de choisir les moments de production**. Le nucléaire, le gaz, le pétrole, le charbon, l'hydraulique sont des sources d'énergie pilotables. La géothermie est une source d'énergie constante mais non pilotable. L'énergie éolienne ou l'énergie marémotrice sont des énergies intermittentes et non pilotables.

24 On peut citer les batteries électrochimiques (énergie stockée sous forme chimique), les volants d'inertie (énergie cinétique), etc.

IV.A - Fonctionnement du système

25 Le bloc de béton est soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g} = mg\,\vec{e}_z$ et à la force de tension du fil $\vec{T} = -T\,\vec{e}_z$. Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le PFD s'écrit $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G$ où $\vec{a}_G = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\vec{e}_z$ avec $v_z = v$ la vitesse de chute.

En projection sur $\vec{e}_z$, il vient :

$$\boxed{m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = mg - T}.$$

26 Cette équation est issue du **théorème du moment cinétique** (TMC) par rapport à l'axe (Oy) appliquée à l'alternateur (= toutes les pièces en rotation). Le terme RT représente le **moment de la force de tension du fil** appliquée sur l'alternateur. Il s'écrit ainsi car cette force de norme T a un bras de levier R et tend à faire tourner le système en sens direct autour de l'axe (Oy), d'où un signe positif.

IV.B - Étude de la phase de démarrage

27 Comme $\Gamma_{\text{alt}} = 0$ et puisque $v = R\Omega$ alors d'après le TMC, $\dfrac{J}{R}\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = RT$.

On injecte T dans le PFD, ce qui donne $m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = mg - \dfrac{J}{R^2}\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ soit $\left(1 + \dfrac{J}{mR^2}\right)\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g$.

On vérifie ainsi que le mouvement se fait à accélération constante :

$$\boxed{a_0 = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{g}{1 + \dfrac{J}{mR^2}}}.$$

28 La position et la vitesse initiales étant nulles,

$$\boxed{v(t) = a_0 t \qquad \text{et} \qquad x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2}.$$

29 D'après ce qui précède,$v(t_0) = R\Omega_0 = a_0 t_0$ soit $t_0 = R\Omega_0/a_0$. On en déduit :

$$\boxed{z(t_0) = \frac{a_0}{2}\left(\frac{R\Omega_0}{a_0}\right)^2 = \frac{R^2\Omega_0^2}{2a_0}}.$$

IV.C - Étude de la phase de production proprement dite

30 En régime permanent, les deux équations de fonctionnement s'écrivent :

$$J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = 0 = RT - \frac{\mathcal{P}_e}{\Omega_0} \quad \text{et} \quad m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0 = mg - T.$$

On a donc $T = mg$ et puisque $\Omega_0 = v_0/R$, on en déduit $0 = Rmg - R\dfrac{\mathcal{P}_e}{v_0}$ d'où :

$$\boxed{v_0 = \frac{\mathcal{P}_e}{mg}}.$$

31 Numériquement, en approximant $g \approx 10\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, on trouve :

$$\boxed{v_0 \approx 0{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}, \quad t_0 = \frac{v_0}{a_0} \approx 0{,}3\,\mathrm{s}, \quad \text{et} \quad z(t_0) = \frac{v_0^2}{2a_0} \approx 0{,}1\,\mathrm{m}}.$$

32 En supposant la phase de démarrage négligeable devant la hauteur totale de chute ($z(t_0) \ll H$), on peut estimer la durée totale de la chute à $\boxed{\Delta t = \frac{H}{v_0} \approx 14\,\mathrm{s}}$.

Cette durée semble bien courte pour pouvoir participer efficacement à la régulation de l'intermittence de l'énergie photovoltaïque ... mais il ne s'agit que d'un démonstrateur.

IV.D - Vers une installation à plus grande échelle

33 L'énergie totale mobilisable par le dispositif est l'énergie potentielle totale des blocs, soit $\boxed{\mathcal{E}_{pp} = mgH' \approx 9 \times 10^{10}\,\mathrm{J}}$.

34 Par définition, $1\,\mathrm{kWh} = 1 \times 10^3\,\mathrm{W} \times 3600\,\mathrm{s} = 3{,}6 \times 10^6\,\mathrm{J}$. Un foyer consomme une énergie électrique d'environ $5 \times 10^7\,\mathrm{J}$ par jour, hors chauffage et eau chaude.

Ainsi, le dispositif permet de stocker une énergie équivalente à la consommation journalière de **2000 foyers**, hors chauffage et eau chaude, ce qui correspond à une petite ville.

35 L'énergie étant libérée avec une puissance de 4MW, la durée de fonctionnement du dispositif est $\boxed{\Delta t' = \frac{\mathcal{E}_{pp}}{\mathcal{P}_{\max}} \approx 2 \times 10^4\,\mathrm{s}}$ soit environ **6 heures**.

36 Le dispositif peut contribuer à lisser les fluctuations journalières d'ensoleillement (alternance jour-nuit), mais sa capacité de stockage est trop faible pour qu'il puisse avoir un impact notable sur le lissage des fluctuations météorologiques (semaine pluvieuse) ni des variations saisonnières.

V - Système de freinage

37 À l'équilibre mécanique, le système {piston+bloc} est soumis à des forces qui se compensent. Exprimées dans un repère où $\vec{e}_z$ représente la verticale ascendante, ces forces sont :

- le poids du bloc $\vec{P} = -mg\,\vec{e}_z$;
- la pression de l'atmosphère $\vec{P}_{\mathrm{atm}} = -P_0 S\,\vec{e}_z$;
- la pression de l'air enfermé $\vec{F}_{\mathrm{gaz}} = P_f S\,\vec{e}_z$.

La condition d'équilibre $\vec{P} + vecF_{\mathrm{atm}} + \vec{F}_{\mathrm{gaz}} = \vec{0}$ conduit à l'expression de la presion finale :

$$\boxed{P_f = P_0 + \frac{mg}{S}}.$$

38 À l'équilibre thermique avec l'atmosphère, $T_f = T_0$.

D'après la loi des gaz parfaits, $P_f V_f = nRT_f = nRT_0 = P_0 V_0$ où $V_s = Sh_f$ et $V_0 = Sh_0$. On a donc $h_f = \frac{P_0 h_0}{P_f}$ soit :

$$\boxed{h_f = \frac{h_0}{1 + \frac{mg}{P_0 S}}}.$$

39 L'atmoshère exerce une pression constante P_0 sur le système donc le travail des forces de pression de l'atmosphère est $W_{\mathrm{atm}} = -P_0 \Delta V$ avec ΔV la variation de volume du système. Cette dernière a pour expression $\Delta V = V_f - V_0 = S(h_f - h_0)$ donc :

$$\boxed{W_{\mathrm{atm}} = P_0 S(h_0 - h_f) = P_0 S h_0 \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{mg}{P_0 S}}\right) = P_0 S h_0 \frac{\frac{mg}{P_0 S}}{1 + \frac{mg}{P_0 S}} = \frac{mgh_0}{1 + \frac{mg}{P_0 S}}}.$$

40 L'énergie mécanique du bloc a pour expression : $\mathcal{E}_{mb} = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$.

La variation entre l'état initial et l'état final est :

$$\Delta E_{mb} = mgh_f - \left(\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0\right) = mg(h_f - h_0) - \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_0\left(\frac{1}{1+\dfrac{mg}{P_0S}} - 1\right) - \frac{1}{2}mv_0^2$$

soit :

$$\boxed{\Delta E_{mb} = -mgh_0\frac{\dfrac{mg}{P_0S}}{1+\dfrac{mg}{P_0S}} - \frac{1}{2}mv_0^2}.$$

41 D'après le premier principe de la thermodynamique, $\Delta\mathcal{E}_m + \Delta U = Q + W_{nc}$.

La variation de l'énergie mécanique du gaz est négligeable, étant de masse très faible donc $\Delta\mathcal{E}_m = \Delta\mathcal{E}_{mb}$.

La température finale étant la même que la température initiale, pour un gaz parfait et pour une phase condensée indilatable et incompressible, $\Delta U = 0$.

En négligeant les frottements, la seule force non conservative exercée sur le système est la force de pression de l'atmopshère.

Il vient donc :

$$Q = \Delta\mathcal{E}_{mb} - W_{\text{atm}} = -mgh_0\frac{\dfrac{mg}{P_0S}}{1+\dfrac{mg}{P_0S}} - \frac{1}{2}mv_0^2 - mgh_0\frac{1}{1+\dfrac{mg}{P_0S}}$$

qui se simplifie en :

$$\boxed{Q = -mgh_0 - \frac{1}{2}mv_0^2}.$$

42 L'air enfermé étant parfait et évoluant de façon adiabatique et réversible, les lois de Laplace s'applique. Ainsi $TV^{\gamma-1} =$ cste. Puisque $V = Sh$, on a aussi $Th^{\gamma-1} =$ cste.

On en déduit :

$$\boxed{T = T_0\left(\frac{h_0}{h_{\min}}\right)^{\gamma-1}}.$$

43 Par définition, pour un gaz parfait de quantité de matière n et d'indice adiabatique γ supposé constant :

$$\Delta U_{\text{gaz}} = C_V\Delta T = \frac{nR}{\gamma-1}(T - T_0) = \frac{nRT_0}{\gamma-1}\left(\frac{T}{T_0} - 1\right).$$

En utilisant loi des gaz parfaits, $nRT_0 = P_0V_0 = P_0Sh_0$. À l'aide du résultat de la question précédente, on obtient l'expression attendue :

$$\boxed{\Delta U_{\text{gaz}} = \frac{P_0Sh_0}{\gamma-1}\left(\left(\frac{h_0}{h_{\min}}\right)^{\gamma-1} - 1\right)}.$$

44 Le bilan énergétique est le suivant :

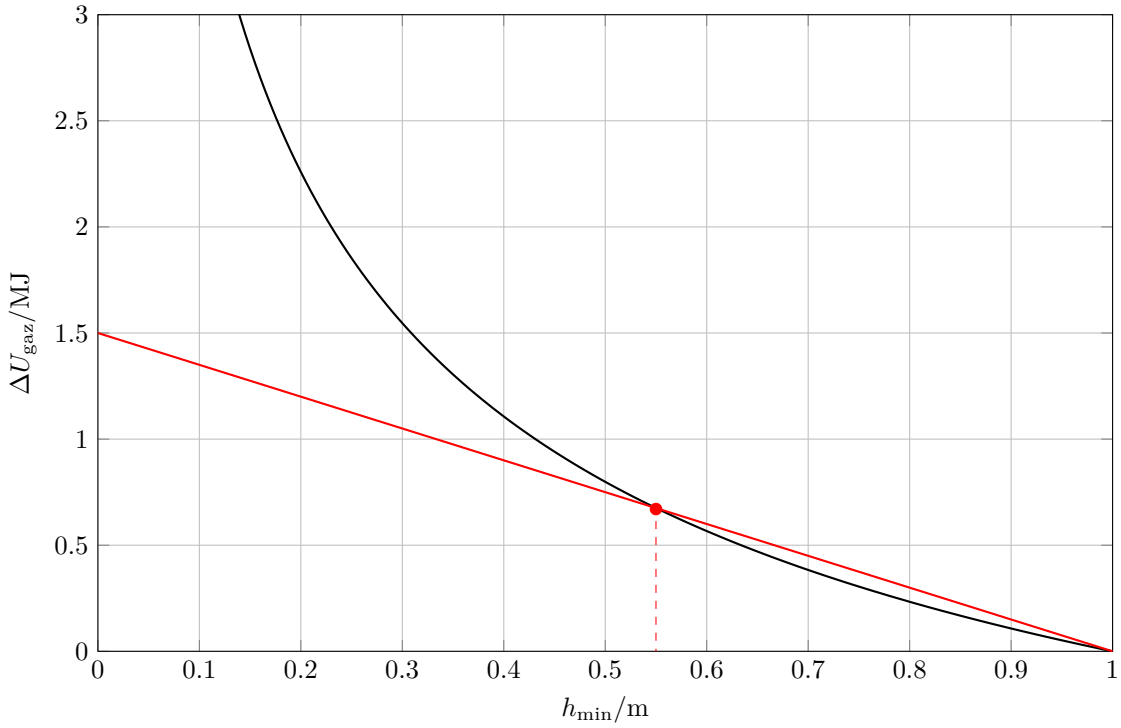
- la variation de l'énergie mécanique du bloc : $\Delta\mathcal{E}_{mb} = mg(h_{\min} - h_0) - \frac{1}{2}mv_0^2$ puisque le bloc est immobile à sa position d'altitude minimale ;
- la variation de l'énergie mécanique du gaz et du piston sont négligeables ;
- la variation d'énergie interne du gaz est ΔU_{gaz} obtenue précédemment ;
- la variation d'énergie interne du bloc et du piston sont négligeables ;
- le travail des forces de pression de l'atmosphère : $W_{\text{atm}} = P_0S(h_0 - h_{\min})$;
- les autres forces non conservatives sont négligées ;
- le transfert thermique avec l'atmosphère est négligé.

D'après le premier principe appliqué au système {bloc de béton+piston+gaz}, on a alors : $\Delta\mathcal{E}_{mb} + \Delta U_{\text{gaz}} = W_{\text{atm}}$ soit :

$$\boxed{\Delta U_{\text{gaz}} = \frac{1}{2}mv_0^2 + (P_0S + mg)(h_0 - h_{\min})}$$

Pour déterminer $h_{\min}$, on superpose le graphe de la fonction $f(h_{\min}) = \frac{1}{2}mv_0^2 + (P_0S + mg)(h_0 - h_{\min})$ au graphe fourni.

Numériquement, $\frac{1}{2}mv_0^2 \approx (5/8)10^4\,\text{J}$ et $P_0S + mg \approx 1{,}5 \times 10^6\,\text{J}$. On peut alors négliger le premier terme si bien que $f(h_{\min}) = 1{,}5(1 - h_{\min})$ avec f en MJ et $h_{\min}$ en m. Le graphe est tracé sur la figure suivante.



L'intersection (autre que $h_{\min} = h_0$ correspondant à l'état initial) se fait pour $\boxed{h_{\min} \approx 0{,}55\,\text{m}}$.