Exercice 2. Calculs numériques

1. $f = \dfrac{1}{28\times10^{-6}\,\mathrm{s}} = 3{,}6\times10^4\,\mathrm{Hz}$ (arrondi à 2 chiffres significatifs).
2. $p = 2\times(L+\ell) = 40{,}0\,\mathrm{cm} = 0{,}400\,\mathrm{m}$ (précision au mm) ; $S = L\times\ell = 1{,}46\times10^{-1}\,\mathrm{m}\times 5{,}4\times10^{-2}\,\mathrm{m} = 7{,}9\times10^{-3}\,\mathrm{m}^2$ (arrondi à 2 chiffres significatifs).
3. $c = \sqrt{9{,}81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}\times45\times10^{-2}\,\mathrm{m}} = 2{,}1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ (arrondi à 2 chiffres significatifs).
4. $\rho = \dfrac{28{,}96\times10^{-3}\,\mathrm{kg\cdot mol^{-1}}\times1{,}02\times10^5\,\mathrm{Pa}}{8{,}314\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}\times(25+273,15)\mathrm{K}} = 1{,}19\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ (arrondi à 3 chiffres significatifs).

Exercice 3. Période d'un pendule

1. La relation est homogène ssi : $\mathsf{T} = \mathsf{M}^\alpha\times\mathsf{L}^\beta\times\left(\mathsf{L\,T^{-2}}\right)^\gamma$.
   On obtient le système :
   $$\begin{cases}\text{homogénéité pour } \mathsf{M} : & 0=\alpha\\ \text{homogénéité pour } \mathsf{L} : & 0=\beta+\gamma\\ \text{homogénéité pour } \mathsf{T} : & 1=-2\gamma\end{cases}$$
   On résout : $\alpha=0$; $\beta=\dfrac{1}{2}$; $\gamma=-\dfrac{1}{2}$. Pour conclure : $\boxed{T = k\sqrt{\dfrac{L}{g}}}$.
2. On remarque que la masse n'intervient pas dans l'expression. C'est normal car la masse apparaît à deux reprises dans l'application de la deuxième loi de Newton : une fois en produit de l'accélération, et une fois en produit de la pesanteur dans l'expression du poids. Ces deux contributions s'annulent (comme dans le cas de la chute libre).
3. $\boxed{k = T\sqrt{\dfrac{g}{L}} = 6{,}26 \approx 2\pi}$.

Exercice 4. Troisième loi de Kepler

1. L'interaction gravitationnelle entre deux masses ponctuelles m_A et m_B situées à la distance d s'exprime par la force attractive $F = \dfrac{\mathcal{G}m_Am_B}{d^2}$.
2. Ainsi $\mathcal{G} = Fd^2/(m_Am_B)$ d'où $\dim(\mathcal{G}) = \dfrac{\mathsf{M\,L\,T^{-2}}\times\mathsf{L}^2}{\mathsf{M}^2} = \mathsf{M^{-1}\,L^3\,T^{-2}}$.
3. On pose $T = ka^\alpha\mathcal{G}^\beta M_S^\gamma$.
   $\dim(T) = \mathsf{T}$ et $\dim(ka^aG^bM_S^c) = 1\times\mathsf{L}^\alpha\times(\mathsf{M^{-1}\,L^3\,T^{-2}})^\beta\times\mathsf{M}^\gamma = \mathsf{M}^{\gamma-\beta}\,\mathsf{L}^{\alpha+3\beta}\,\mathsf{T}^{-2\beta}$.
   On identifie pour assurer l'homogénéité de la relation : $\gamma-\beta=0$; $\alpha+3\beta=0$ et $-2\beta=1$.
   Solution : $\beta=\gamma=-1/2$, $\alpha=3/2$.
   Conclusion : $\boxed{T = k\,a^{3/2}\mathcal{G}^{-1/2}M_S^{-1/2} = k\sqrt{\dfrac{a^3}{\mathcal{G}M_S}}}$.
   On vérifie la troisième loi de Kepler : $\dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{k^2}{GM_S} = \text{cste}$ où $k=2\pi$.

Exercice 5. Cuisson d'un poulet

1. D'après l'expression fournie, la dimension de la capacité thermique massique est celle d'une énergie ($\mathsf{M\,L^2\,T^{-2}}$) divisée par une température et par une masse, soit : $\boxed{\dim(c) = \mathsf{L^2\,T^{-2}\,\Theta^{-1}}}$.
   La dimension de la conductivité thermique est celle d'une puissance ($\mathsf{M\,L^2\,T^{-3}}$) divisée par une longueur et par une température, soit $\boxed{\dim(\lambda) = \mathsf{M\,L\,T^{-3}\,\Theta^{-1}}}$.
2. On pose l'expression suivante pour la durée de cuisson : $\Delta t = kd^\alpha\rho^\beta c^\gamma\lambda^\delta$ avec k un facteur numérique.
   La relation est homogène ssi : $\mathsf{T} = \mathsf{L}^\alpha\times\left(\mathsf{M\,L^{-3}}\right)^\beta\times\left(\mathsf{L^2\,T^{-2}\,\Theta^{-1}}\right)^\gamma\times\left(\mathsf{M\,L\,T^{-3}\,\Theta^{-1}}\right)^\delta$
   On obtient le système :
   $$\begin{cases}\text{homogénéité pour } \mathsf{M} : & 0=\beta+\delta\\ \text{homogénéité pour } \mathsf{L} : & 0=\alpha-3\beta+2\gamma+\delta\\ \text{homogénéité pour } \mathsf{T} : & 1=-2\gamma-3\delta\\ \text{homogénéité pour } \Theta : & 0=-\gamma-\delta\end{cases}$$
   On résout : $\alpha=2$; $\beta=1$; $\gamma=1$; $\delta=-1$. En conclusion : $\boxed{\Delta t = k\dfrac{\rho c d^2}{\lambda}}$.
3. Le volume d'un poulet est proportionnel à son diamètre au cube, donc sa masse m est proportionnelle à ρd^3. Inversement le diamètre est proportionnel à $\sqrt[3]{m/\rho}$.
   Ainsi, en supposant la masse volumique d'un poulet constante, la durée de cuisson s'exprime de la façon suivante en fonction de sa masse : $\Delta t = k'\dfrac{\rho^{1/3}cm^{2/3}}{\lambda}$ (k' est un facteur numérique, différent de k).
   c, ρ et λ étant supposés constant pour un poulet, on en conclut que <u>la durée de cuisson est proportionnelle à $m^{2/3}$</u>. Ainsi en multipliant la masse par 2, la durée de cuisson de cuisson est multipliée par $2^{2/3} = 1{,}6$.
   Pour conclure, la durée de cuisson d'un poulet de 2 kg est de <u>1,6 h</u> soit 95 min environ.