

Fiche 8 : Nombres complexes.

Exercice 1

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

$$z^2 + z + 1 = 0 \quad ; \quad z^2 - (1 + 2i)z + i - 1 = 0 \quad ; \quad z^2 - \sqrt{3}z - i = 0.$$

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante : $z^4 = 1 + i$

Exercice 3

Donner, sous forme trigonométrique, les solutions dans \mathbb{C} de :

$$z^6 + (7 - i)z^3 - 8 - 8i = 0.$$

(Indication : Calculer $(9 + i)^2$)

Exercice 4

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $(1 - z)^6 = (z + 1)^6$.

Exercice 5

Soient $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ tels que

$$\begin{cases} a + ib = c + id \\ a + c = b + d. \end{cases}$$

Que pouvez-vous dire des points d'affixes a, b, c, d ?

En déduire qu'il existe $z \in \mathbb{C}$ tel que $(z - a)^4 = (z - b)^4 = (z - c)^4 = (z - d)^4$.

Exercice 6

Déterminer les triplets a, b, c de complexes tels que :

$$\begin{cases} |a| = |b| = |c| \\ a + b + c = 0 \\ abc = 1 \end{cases}$$

Indication : On pourra étudier la nature du triangle abc

Exercice 7

Montrer que si $|z| = 1$ alors $|1 + z| \geq 1$ ou $|1 + z^2| \geq 1$.