

Fiche 13 : Fonctions trigonométriques réciproques.

Exercice 1

Calculer $\arcsin(\sin(\frac{8\pi}{9}))$, $\arcsin(\sin(\frac{10\pi}{9}))$, $\arcsin(\cos(\frac{10\pi}{9}))$.

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes à l'aide des fonctions trigonométriques réciproques, représenter les solutions sur le cercle :

1. $\cos(3x) = \frac{1}{5}$
2. $\sin(2x) = \frac{1}{4}$

Exercice 3

Tracer les graphiques des fonctions $\cos(\arccos(x))$, $\sin(\arcsin(x))$, $\tan(\arctan(x))$, $\arccos(\cos(x))$, $\arcsin(\sin(x))$ et $\arctan(\tan(x))$.

Exercice 4

Écrire sous forme d'expressions algébriques (on précisera le domaine de validité) :

$$\begin{aligned} & \sin(\arccos(x)), \quad \cos(\arcsin(x)) \\ & \sin(2 \arcsin x), \quad \sin(2 \arccos x), \quad \cos(2 \arcsin x) \\ & \tan(\arcsin x), \quad \cos(\arctan x), \quad \sin(\arctan x). \end{aligned}$$

Exercice 5

Montrer par une étude de fonction que le problème suivant :

$$\arcsin(x) + \arcsin(x/2) = \frac{2\pi}{3}$$

admet une et une seule solution puis la déterminer.

Exercice 6

Résoudre l'équation d'inconnue x réel :

$$\arcsin(2x) - \arcsin(\sqrt{3}x) = \arcsin(x)$$

Exercice 7

On considère la fonction définie sur $[-1, 1]$ par

$$f(x) = \cos(3 \arccos(x)).$$

1. Donner une expression algébrique de f .
2. Calculer les zéros de f directement puis à l'aide de l'expression trouvée au dessus.
3. Étudier f et tracer sa courbe représentative.

Exercice 8

Soit $x = \arcsin \frac{1+\sqrt{5}}{4}$. Calculer $\cos 4x$ et en déduire x .