

Fiche 16 : Equations différentielles.

Exercice 1

Résoudre les problèmes de Cauchy suivants (inconnue y , variable $t \in \mathbb{R}$) :

$$1. \begin{cases} y' = -2y \\ y(1) = -1 \end{cases} ;$$

$$2. \begin{cases} 2y' + y = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

$$3. \begin{cases} y' + 2y = t \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

$$4. \begin{cases} y' + y = e^t \\ y(0) = -1 \end{cases} .$$

$$5. \begin{cases} y' + 2y = \cos(t) \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

$$6. \begin{cases} y' + 2y = e^{-2t} \\ y(0) = 1 \end{cases} .$$

Exercice 2

Résoudre le problème de Cauchy (inconnue y , variable $t \in \mathbb{R}$) :

$$\begin{cases} y' + y = 2e^t + 8 \sin(t) + 6 \cos(t) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Exercice 3

On fixe $x_0 \in]0, 1[$ et on s'intéresse au problème (L) suivant :

Déterminer les (la ?) fonction f définies et dérivables sur \mathbb{R} , à valeurs dans $]0, 1[$ et telle que

$$(L) \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R} : f'(t) = f(t)(1 - f(t)) \\ f(0) = x_0 \end{cases}$$

En étudiant la fonction $t \rightarrow 1/f(t)$, résoudre le problème (L) et donner l'allure de ses solutions.