Exercice 1. Diviseurs de tension et de courant

La tension E se retrouve aux bornes du dipôle série $2R - 3R$. En utilisant la relation du diviseur de tension, $U = \dfrac{3R}{3R+2R}E$ soit $\boxed{U = \dfrac{3E}{5}}$.

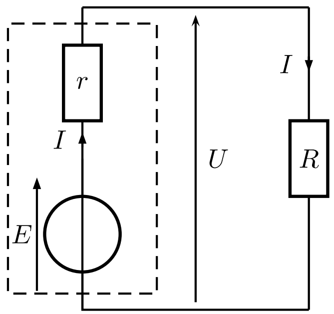
Le courant I_0 se retrouve en entrée du dipôle parallèle $2R \parallel 3R$. En utilisant la relation du diviseur de courant, $I = \dfrac{1/(3R)}{1/(3R)+1/(2R)}I_0$ soit $\boxed{I_0 = \dfrac{2I_0}{5}}$.

La tension U' est aux bornes du dipôle constitué d'une association en parallèle de résistances $2R$ et $R + 2R = 3R$, donc de résistance équivalente $6R/5$. En utilisant la relation du diviseur de tension, $U' = \dfrac{6R/5}{R+6R/5}E$ soit $\boxed{U' = \dfrac{6E}{11}}$.

I' est l'intensité du courant circulant dans la branche contenant la résistance $2R+R$ et soumise à la tension U', elle vaut d'après loi d'Ohm : $\boxed{I' = \dfrac{U'}{3R} = \dfrac{2E}{11R}}$.

Exercice 2. Puissance maximale débitée par un générateur

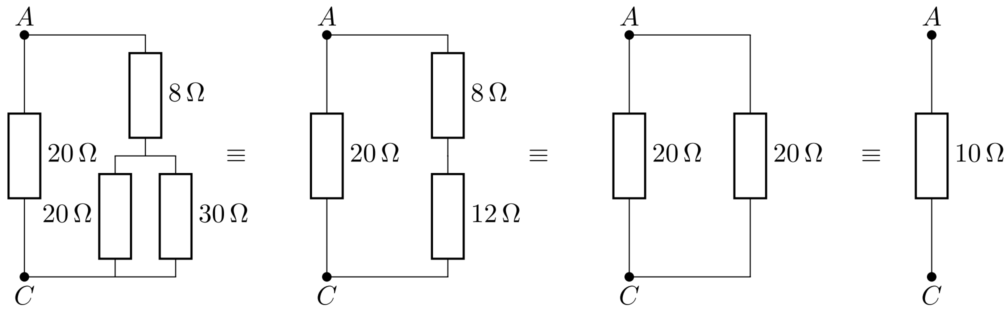
1. On utilise le modèle de Thévenin pour le générateur.
2. Le point de fonctionnement du circuit est tel que $U = RI = E - rI$. On obtient : $\boxed{I = \dfrac{E}{E+r}}$ et $\boxed{U = \dfrac{RE}{E+r}}$.
   La puissance débitée par le générateur est $\boxed{\mathcal{P} = UI = \dfrac{RE^2}{(R+r)^2}}$. Cette puissance est consommée par la résistance R qui la dissipe par effet Joule.



3. $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}R} = 0$ pour $\boxed{R = r}$.

Exercice 3. Étude de circuits simples

1. Dans la maille du bas, le courant circulant dans la résistance R_1 a pour intensité I_0 donc la loi des mailles s'écrit : $E_1 + RI - U - R_1 I_0 = 0$.
   D'après la loi des nœuds, le courant circulant dans la résistance R_2 est $I + I_0$. La loi des mailles appliquée à la maille du haut s'écrit : $E_2 - R_2(I + I_0) - RI = 0$.
   De cette deuxième équation on extrait l'expression de I : $\boxed{I = \dfrac{E_2 - R_2 I_0}{R + R_2}}$.
   En reportant dans la première équation, on obtient l'expression de U : $\boxed{U = E_1 + \dfrac{R}{R+R_2}E_2 - \dfrac{RR_1 + RR_2 + R_1R_2}{R+R_2}I_0}$.
2. La tension U' est la tension U_{AC}. Le dipôle AC est une association de résistances, équivalent à une résistance unique $R_{eq} = 10\,\Omega$ (voir ci-dessous). La relation du diviseur de tension donne alors la tension $U' = \dfrac{10}{30+10} \times 6\,\mathrm{V} = \underline{1{,}5\,\mathrm{V}}$.
   Le courant circulant entre A et C dans la branche de droite, qui est équivalente à une résistance $R'_{eq} = 20\,\Omega$ est alors $I'' = \dfrac{U}{R'_{eq}} = 75\,\mathrm{mA}$. Par la relation du diviseur de courant on en déduit $I' = \dfrac{20}{30+20} \times 75\,\mathrm{mA} = \underline{30\,\mathrm{mA}}$.



Exercice 4. Méthode voltampèremétrique

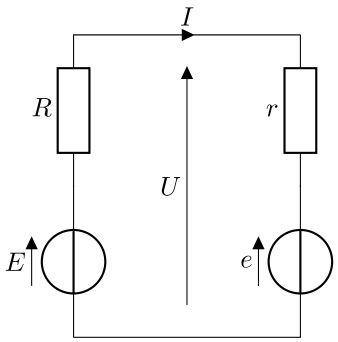
1. Dans le premier montage, U est la tension aux bornes du dipôle constitué des résistances R et R_v en parallèle, équivalent à une résistance unique $R_{eq} = \dfrac{R \times R_v}{R + R_v}$.
   I est l'intensité du courant traversant ce dipôle donc $\boxed{R_{\text{mes}} = R_{eq} = \dfrac{R \times R_v}{R + R_v}}$.
   L'écart relatif est $\boxed{e = \left|\dfrac{R_{\text{mes}} - R}{R}\right| = \dfrac{R}{R + R_v}}$.
   Dans le deuxième montage, U est la tension aux bornes du dipôle constitué des résistances R et R_a en série, équivalent à une résistance unique $R'_{eq} = R + R_a$.
   I est l'intensité du courant traversant ce dipôle donc $\boxed{R_{\text{mes}} = R'_{eq} = R + R_a}$.

L'écart relatif est $\boxed{e' = \left|\dfrac{R'_{\text{mes}} - R}{R}\right| = \dfrac{R_a}{R}}$.

2. Le premier montage est le plus juste pour si $e < e'$ donc si $R^2 - R_aR - R_aR_v < 0$. Il faut que R soit inférieur à la racine positive : $\boxed{R < \dfrac{1}{2}\left(R_a + \sqrt{R_a^2 + 4R_aR_v}\right) \simeq \sqrt{R_aR_v}}$ qui est de l'ordre du kΩ.

Exercice 5. Charge d'une batterie

1. La dimension de la capacité est IT, qui est la dimension d'une charge électrique. Ainsi la capacité est la charge maximale que peut emmagasiner la batterie. En Coulomb on obtient $q_{\text{max}} = 50\,\text{A} \times 3600\,\text{s} = \underline{1{,}8 \times 10^5\,\text{C}}$.
2. Circuit de charge ci-contre.
3. On trouve le point de fonctionnement du circuit : $U = E - RI = e + rI$. Alors $\boxed{I = \dfrac{E - e}{R + r}} = \underline{2\,\text{A}}$ et $\boxed{U = E - RI = \dfrac{Er + eR}{R + r}} = \underline{12{,}4\,\text{V}}$
4. $P_E = EI = 26\,\text{W}$, $\mathcal{P}_J = (R + r)I^2 = 2\,\text{W}$, $\mathcal{P}_e = ei = 24\,\text{W}$. Le rendement est $\boxed{\eta = \dfrac{\mathcal{P}_e}{\mathcal{P}_E}} = \underline{92\,\%}$.
5. Le courant étant continu, la charge apportée à la batterie augmente linéairement avec le temps : $q = It$. Pour la charger à sa capacité maximale, il faut une durée $\boxed{\Delta t = q_{\text{max}}/I} = \underline{9{,}0 \times 10^4\,\text{s}} = 25\,\text{h}$.

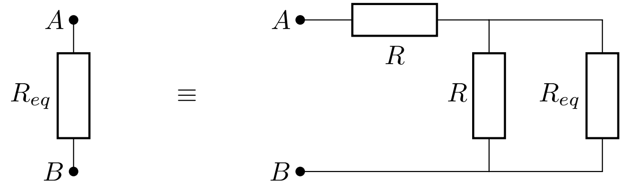


Exercice 6. Pont de Wheastone

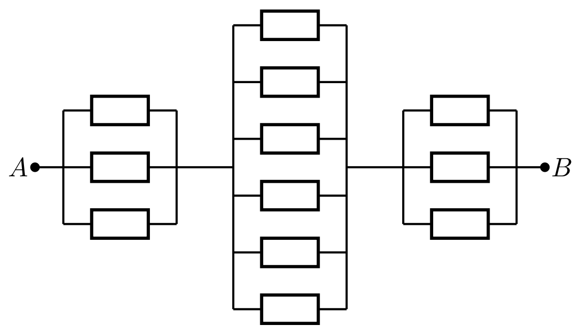
1. On utilise la relation du diviseur de tension (c'est autorisé car aucun courant ne passe par l'ampèremètre : $U_{BA} = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}E$ et $U_{CA} = \dfrac{R}{R + R_3}E$.
   Or $U_{BC} = U_{BA} - U_{CA} = 0$ car l'ampèremètre est assimilé à une résistance.
   On a donc $\dfrac{R_1}{R_1 + R_2} = \dfrac{R}{R + R_3}$ d'où l'on tire la relation d'équilibre : $\boxed{RR_2 = R_1R_3}$.
2. $\boxed{R = \dfrac{R_1R_3}{R_2}} = \underline{365\,\Omega}$.
3. Un multimètre mesure la valeur de la résistance en émettant un courant et en mesurant ce courant et la tension aux bornes de la résistance. Cependant tout générateur de courant contient une résistance interne, ce qui affecte la mesure. Avec le pont de Wheastone ce problème disparaît car le courant s'annule dans l'ampèremètre.

Exercice 7. Résistances équivalentes

1. Le dipôle AB complet se retrouve après chaque motif. On en déduit la relation $R_{eq} = R + \dfrac{R \times R_{eq}}{R + R_{eq}}$.
   On en déduit que R_{eq} est racine du trinôme : $R_{eq}^2 - RR_{eq} - R^2$. La racine positive vaut $\boxed{R_{eq} = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}R}$ (nombre d'or).



2. Les trois sommets adjacents à A sont au même potentiel, tout se passe comme si ils étaient reliés entre eux. Et de même pour les sommets adjacents à B.Le dipôle est ainsi équivalent à :



La résistance équivalente est $R_{eq} = \dfrac{R}{3} + \dfrac{R}{6} + \dfrac{R}{3}$ soit $\boxed{R_{eq} = \dfrac{5R}{6}}$.