Chapitre P10

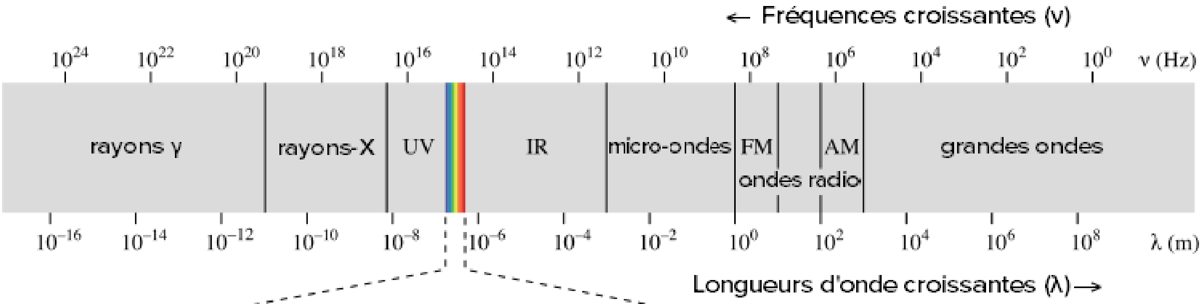
Bases de l'optique géométrique

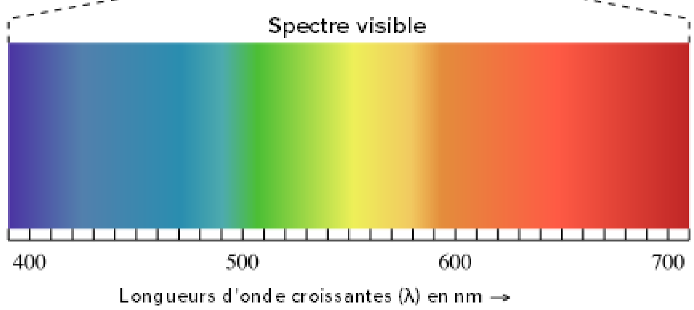
Notions et contenus	**Capacité exigibles**
Modèle de la source ponctuelle monochromatique. Spectre.	Caractériser une source lumineuse par son spectre. Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.
Modèle de l'optique géométrique. Notion de rayon lumineux. Indice d'un milieu transparent.	Définir le modèle de l'optique géométrique. Indiquer les limites du modèle de l'optique géométrique.
Réflexion, réfraction. Lois de Snell-Descartes.	Établir la condition de réflexion totale.
La fibre optique à saut d'indice.	Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.

Questions de cours

- Donner l'intervalle de longueurs d'onde dans le vide pour la lumière visible et les couleurs extrêmes associées.
- Décrire les deux modes d'émission lumineuse, indiquer les caractéristiques des spectres associés et en donner des exemples.
- Définir l'indice optique d'un milieu transparent ; donner la relation entre la longueur d'onde dans un milieu et celle dans le vide.
- Définir le modèle de l'optique géométrique et en indiquer les limites.
- Énoncer les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction.
- Établir la condition de réflexion totale.

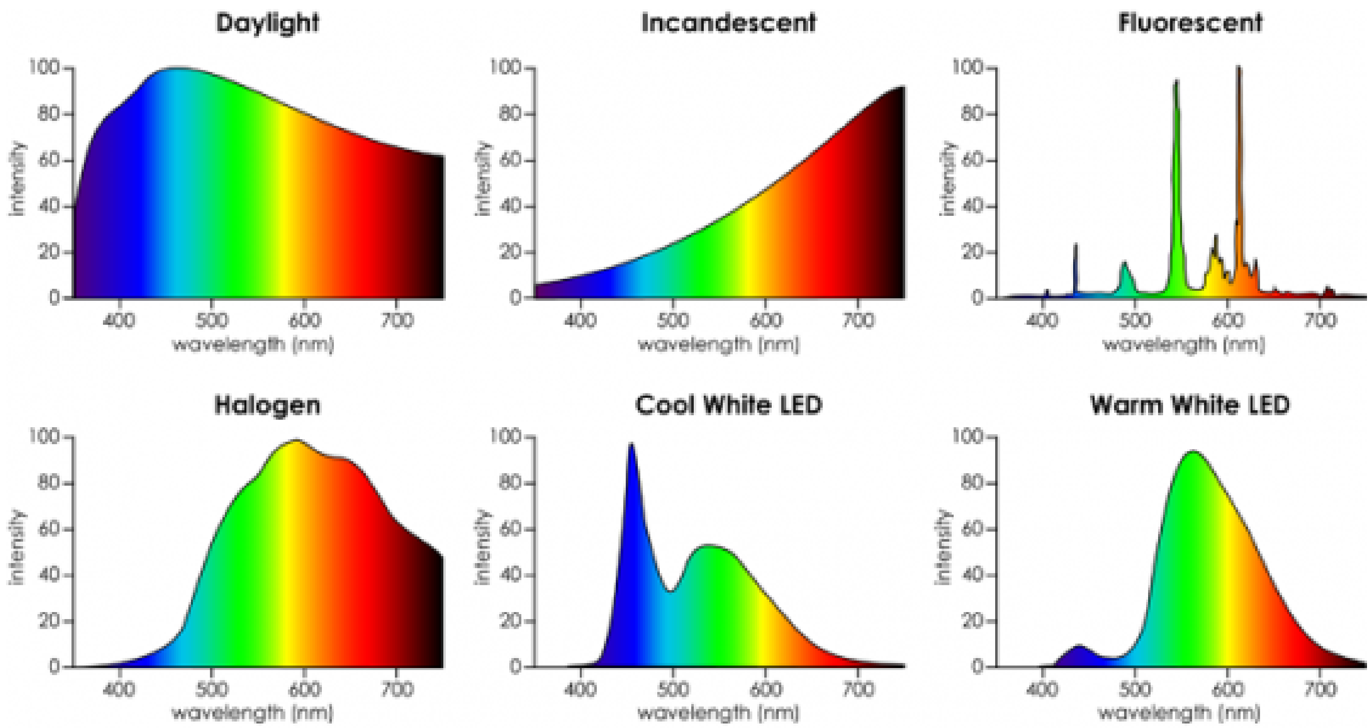
Document 1. Spectre électromagétique



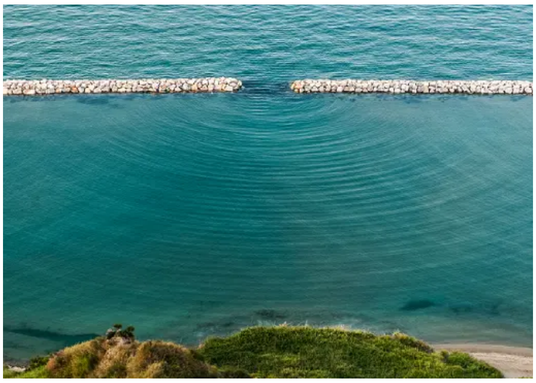


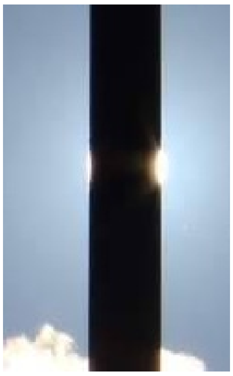
λ en nm	couleur
380-430	violet
430-490	bleu
490-570	vert
570-590	jaune
590-620	orange
620-780	rouge

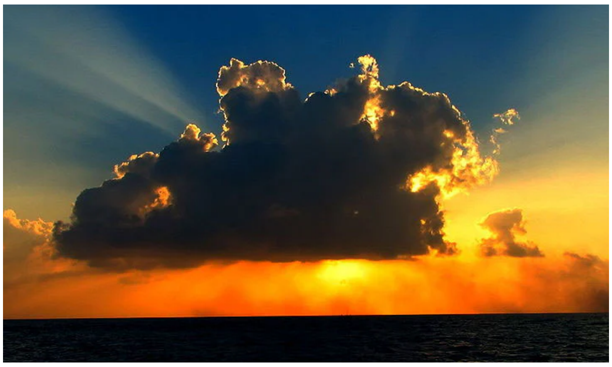
Document 2. Différentes sources de lumière



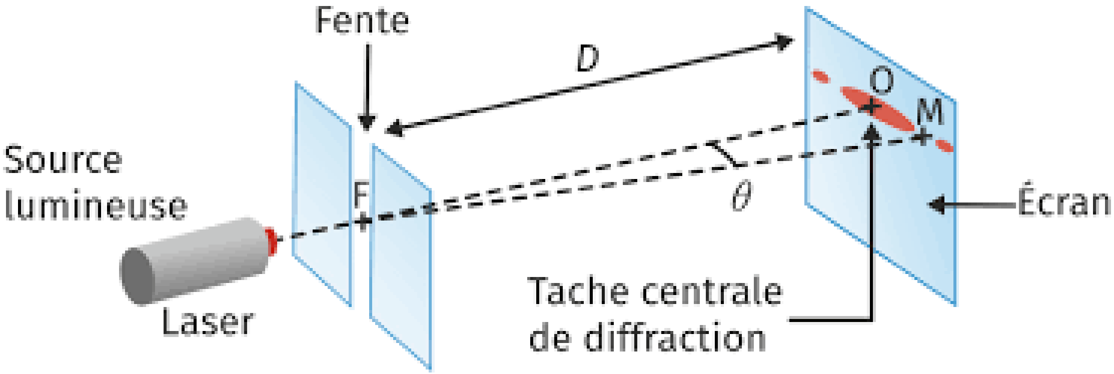
Document 3. Phénomène de diffraction

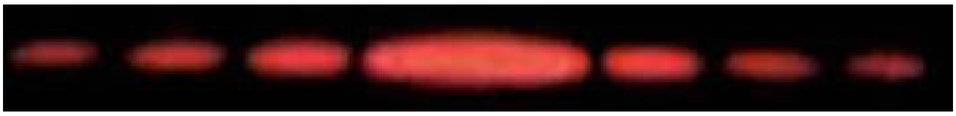




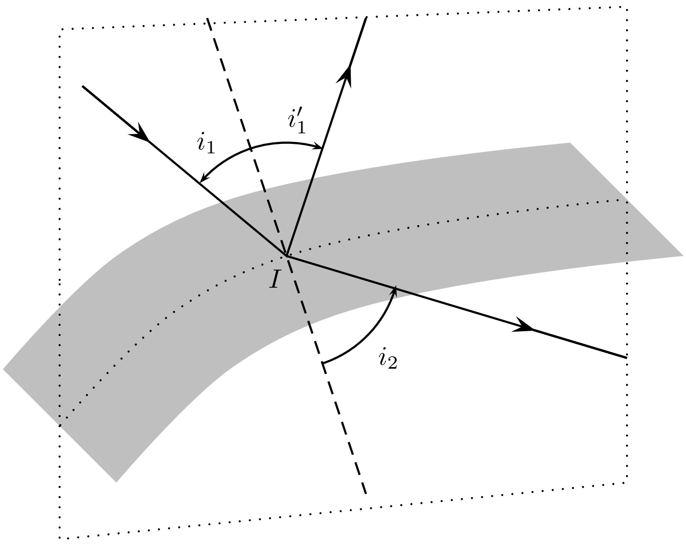


Document 4. Diffraction par une fente

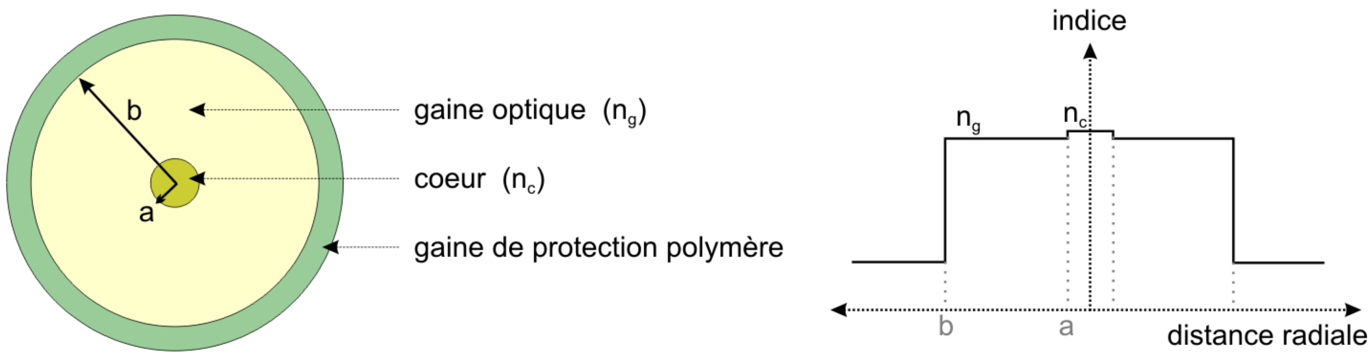




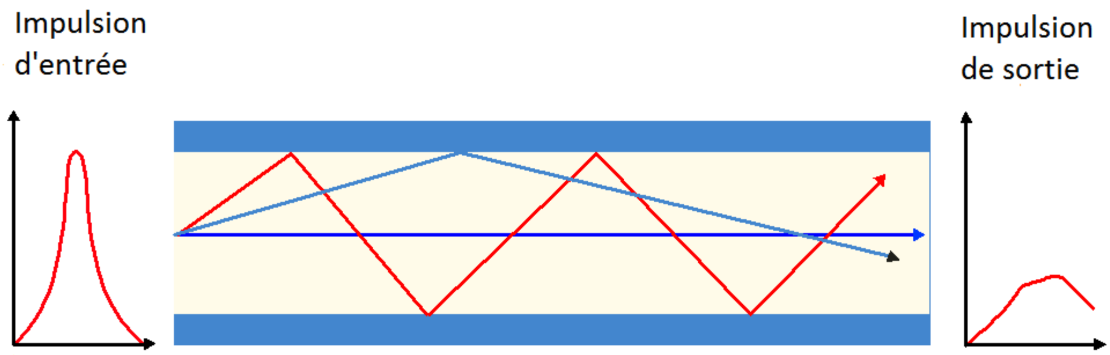
Document 5. Lois de Snell



Document 6. Vue en coupe d'une fibre à saut d'indice



Document 7. Dispersion intermodale



Exercice de cours A. Couleur d'une radiation lumineuse

Une source lumineuse émet une radiation quasi-monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 633\,\text{nm}$.

1. Quelle type de source produit ce rayonnement ? Quelle est sa couleur ? Tracer l'allure de son spectre.
2. Calculer la fréquence de cette radiation dans le vide.
3. Cette radiation pénètre dans l'eau d'indice optique $n = 1{,}33$. Quelle est sa fréquence dans ce milieu ? Et sa longueur d'onde ? De quelle couleur est-elle perçue par un observateur dans l'eau ?

Exercice de cours B. Réfraction dans le verre

Un rayon lumineux se propage dans l'air et arrive sur un bloc de verre d'indice $n = 1{,}5$.

1. Calculer son angle de réfraction si son angle d'incidence vaut $i_1 = 40°$.
2. Montrer que l'angle de réfraction prend une valeur maximale. Exprimer et calculer cette valeur.

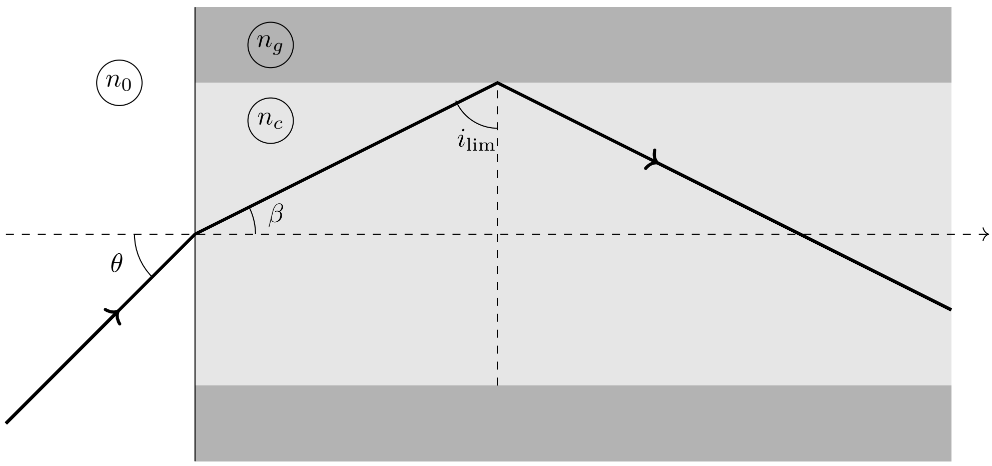
Exercice de cours C. Réflexion totale

On considère un dioptre plan séparant des milieux 1 et 2 d'indices optiques respectifs n_1 et $n_2 < n_1$. Un rayon lumineux arrive depuis le milieu 1.

1. Représenter la situation sur un schéma. À partir de ce schéma, expliquer qualitativement (= sans calculs) pourquoi il existe une valeur limite $i_{1,\text{lim}}$ de l'angle d'incidence au delà de laquelle le rayon réfracté ne peut plus exister.
2. Déterminer l'expression de $i_{1,\text{lim}}$ en fonction de n_1 et n_2.
3. Que se passe-t-il si $i_1 > i_{1,\text{lim}}$?

Exercice de cours D. Cône d'acceptance

On s'intéresse à un rayon évoluant dans un plan contenant l'axe de symétrie de la fibre, et étant à la limite de réflexion totale.



1. Donner les relations entre les angles β et i_{lim}, et entre les angles θ et β.
2. Exprimer i_{lim}, l'angle limite, et en déduire l'expression de $\sin(\beta)$. On utilisera l'identité remarquable : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
3. En déduire l'expression de l'ouverture numérique $\text{ON} = n_0 \sin(\theta)$.
4. Application numérique : calculer ON et θ pour $n_c = 1{,}456$, $n_g = 1{,}410$ et $n_0 = 1{,}000$.
5. Justifier que tout rayon incident dans le cône d'angle au sommet θ reste confiné dans le cœur de la fibre par réflexions totales successives.

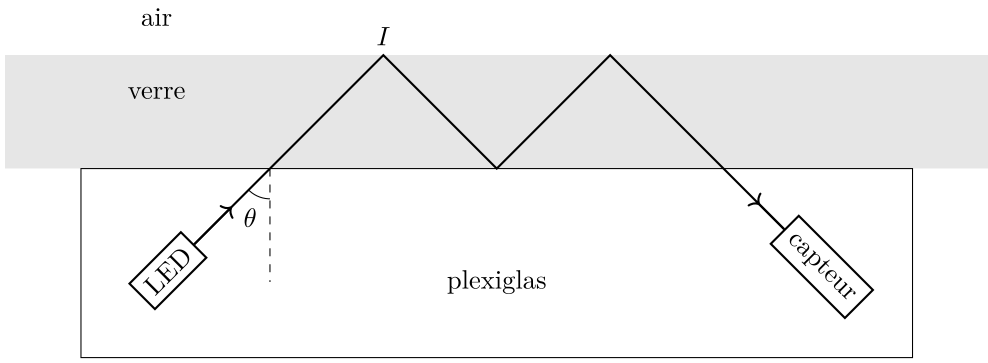
Exercice 1. Nénuphar (★)

Soit un plan d'eau supposé infini, d'indice optique $n_e = 1{,}33$, surplombé par de l'air d'indice $n_a = 1{,}00$.

1. On place une source ponctuelle dans l'air, qui émet des rayons lumineux dans toutes les directions. Tous les rayons atteignant l'eau y pénètrent-ils ? Faire un schéma représentant le cheminement d'un ensemble de rayons.
2. La source est maintenant dans l'eau. Tous les rayons atteignant la surface sortent-ils de l'eau ? Faire un schéma.
3. Application. Montrer qu'un poisson peut se cacher sous un nénuphar sans être vu depuis le ciel. Calculer la profondeur maximale à laquelle il peut se placer sous le nénuphar de rayon $R = 10\,\text{cm}$ en restant invisible.

Exercice 2. Détecteur de pluie (★)

Un détecteur automatique de pluie est composé d'une diode électroluminescente (LED) et d'un capteur incrustés dans un morceau de plexiglas accolé au verre du parebrise. La diode émet un rayonnement infrarouge dirigé suivant un angle d'incidence $\theta = 45°$ sur le parebrise.



On donne $n_p = 1{,}50$ l'indice optique du plexiglas, $n_v = 1{,}52$ celui du verre du parebrise, $n_e = 1{,}33$ celui de l'eau et $n_0 = 1{,}00$ celui de l'air.

1. Pourquoi utilise-t-on un rayonnement infrarouge ?
2. Montrer qu'en l'absence de pluie sur le parebrise, il y a réflexion totale du faisceau laser en I.
3. On suppose qu'une goutte de pluie se dépose en I. Existe-il un rayon réfracté en ce point ?
4. Comment la mesure de l'intensité lumineuse permet-elle de détecter la présence de pluie ? Est-il possible grâce à ce système de moduler la vitesse des essuie-glaces en fonction de la quantité de pluie sur le parebrise ?

Exercice 3. Traversée d'une vitre (★★)

Un rayon lumineux traverse une vitre d'épaisseur $e = 5{,}0\,\text{mm}$ et d'indice $n = 1{,}5$ sous une incidence $i_1 = 45°$.

1. Faire un schéma et exprimer l'angle de réfraction i_2 lors du passage à travers la première face. Application numérique.
2. Exprimer l'angle d'incidence i_3 et l'angle de réfraction i_4 lors du passage à travers la deuxième face. Que remarque-t-on ? Ce résultat est-il général ?
3. Justifier que le rayon entrant et le rayon sortant sont parallèles. Montrer que ceci est en accord avec le principe de retour inverse de la lumière.
4. Calculer le décalage entre ces deux rayons (dans la direction perpendiculaire à la vitre).

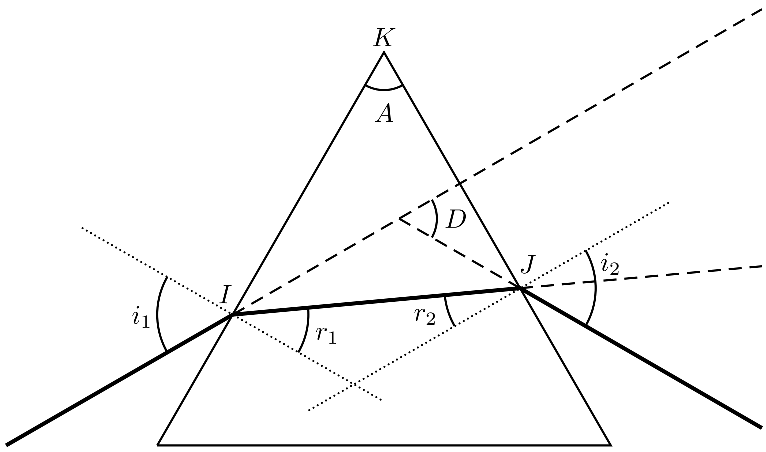
Exercice 4. Dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice (★★)

Soit un rayon en propagation guidée dans une fibre optique rectiligne, incliné d'un angle α par rapport à l'axe de symétrie de la fibre. On utilisera les notations de l'exercice D.

1. Lorsque la lumière parcourt une distance d le long de ce rayon, quelle distance L parcourt-elle **dans la direction longitudinale**, c'est-à-dire le long de l'axe de symétrie ?
2. En déduire la durée de parcours Δt de ce rayon pour une fibre de longueur L.
3. En considérant tous les rayons incidents dans le cône d'acceptance de la fibre (c'est-à-dire suscptible de se proager par réflexion totale dans la fibre, voir exercice de cours), établir l'intervalle dans lequel se trouve ce temps de parcours. Quel est le rayon le plus rapide ?
4. Si une impulsion très brève est émise en entrée de la fibre, quel sera l'étalement temporel du faisceau au bout d'une fibre de longueur $L = 1\,\text{km}$ telle que $n_c = 1{,}456$ et $n_g = 1{,}410$?
5. En déduire la fréquence maximale des impulsions transmises par la fibre permettant de discriminer les impulsions en sortie.

Exercice 5. Dispersion par un prisme (★★)

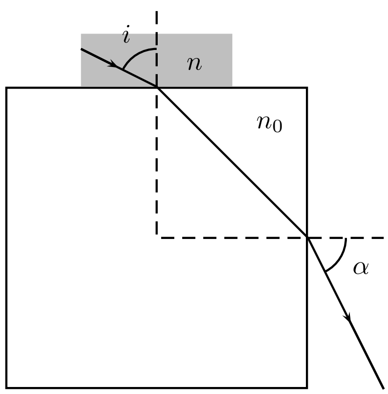
Un prisme d'angle au sommet $A = 60°$, et d'indice n, est attaqué par un rayon d'incidence i_1 au point I. Après deux réfractions, la direction de ce rayon lumineux subit une déviation D. Le milieu extérieur au prisme est l'air d'indice$n_0 = 1{,}000$.



1. Donner les relations entre les angles i_1 et r_1 d'une part et entre les angles i_2 et r_2 d'autre part.
2. En étudiant le triangle IJK, déterminer la relation entre r_1, r_2 et A.
3. Montrer que la déviation du rayon lumineux vérifie la relation : $D = i_1 + i_2 - A$.
4. Le prisme est constitué d'un verre dont l'indice dépend de la longueur d'onde selon la loi de Cauchy : $n = a + \dfrac{b}{\lambda^2}$ où $a = 1{,}534$ et $b = 9{,}09 \times 10^{-3}\,\mu\text{m}^2$. Comment qualifie-t-on ce milieu ?
5. Le rayon incident fait partie d'un faisceau parallèle de lumière blanche d'angle d'incidence $i_1 = 50{,}0°$. Calculer la déviation D pour les radiations situées aux extrémités du spectre de la lumière visible.
6. Quel est l'étalement du faisceau sur un écran situé à une distance $D = 2{,}0\,\text{m}$ du prisme perpendiculairement au faisceau. Que voit-on sur l'écran ?

Exercice 6. Réfractomètre de Pulfrich (★★★)

On étudie un dispositif permettant de mesurer l'indice de réfraction d'un corps transparent (solide ou liquide). Il est constitué d'un bloc de verre d'indice $n_0 = 1,73$, sur lequel on dépose le corps d'indice $n < n_0$. L'ensemble est placé dans l'air. Le système est éclairé par une source lumineuse monochromatique, et de telle sorte que les rayons atteignent l'interface corps-verre avec toutes les incidences possibles ($0 < i < \frac{\pi}{2}$).



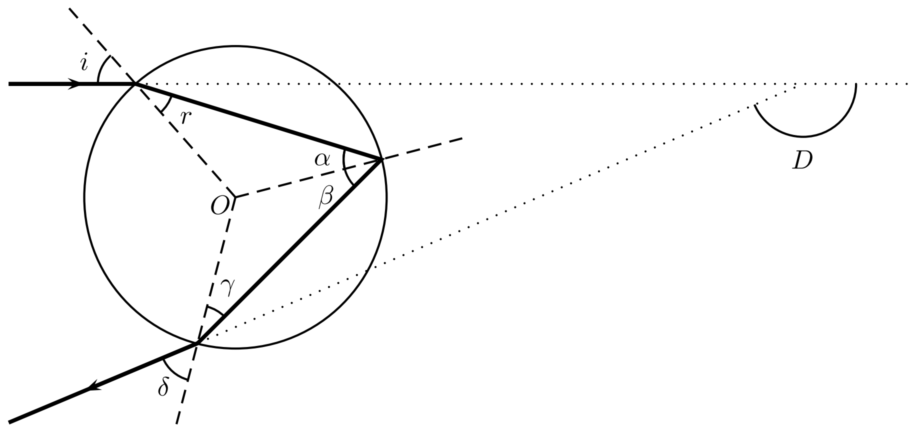
1. Déterminer l'angle α en fonction de i, n et n_0.
2. Sur quel intervalle varie α lorsque i varie entre 0 et $\pi/2$? Que voit-on en sortie de l'appareil ?
3. On mesure l'angle minimal pour α : $\alpha_{\min} = 63{,}4°$. En déduire la valeur de l'indice de l'objet.
4. Dans quelle plage de valeurs peut-on mesurer l'indice n du liquide ? Quel phénomène est responsable de cette limitation ?
5. Pour éviter cette limitation on utilise un bloc de verre ayant un angle de 60°. Montrer que dans ce cas on peut mesurer tous les indices possibles.

Exercice 7. Arc-en-ciel (★★★)

Lorsque le soleil illumine un rideau de pluie, on peut admettre que chaque goutte d'eau se comporte comme une sphère réceptionnant un faisceau de rayons parallèles entre eux. Ainsi une goutte d'eau quelconque est atteinte sous des incidences i variables comprises entre 0° et 90°.

L'indice optique de l'eau est donné par la loi de Cauchy : $n = a + \dfrac{b}{\lambda^2}$, où $a = 1,324$ et $b = 3100\,\text{nm}^2$. L'indice de l'air sera pris égal à l'unité.

On considère le cheminement de la lumière dans la goutte représenté sur le schéma suivant :



1. Justifier que le rayon reste dans le plan contenant le rayon incident et le centre O de la goutte.
2. Exprimer les angles α, β, γ et δ en fonction de i et r.
3. Exprimer chacune des déviations subies par le rayon et en déduire la déviation D totale subie par le rayon lumineux, en fonction de i et r.
4. Donner la relation entre les angles i et r. On montre que la dérivée $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}i} = \sqrt{\dfrac{1-\sin^2(i)}{n^2-\sin^2(i)}}$.
5. La déviation D passe par un minimum D_m pour un angle $i = i_m$. Déterminer l'expression de i_m.
6. Calculer successivement l'indice de réfraction n, la valeur de i_m, puis de la déviation minimale D_m pour une radiation rouge de longueur d'onde $\lambda_r = 650\,\text{nm}$. Même question pour une radiation violette de longueur d'onde $\lambda_v = 420\,\text{nm}$.
7. La lumière qui émerge de la goutte est principalement dirigée dans la direction du minimum de déviation. En admettant que l'observateur se trouve face à un rideau de pluie, dessiner la figure qui apparaît dans son plan d'observation en notant la position respective des rouges et des violets. Justifier.

Réponses

Exercice 1 : 3. $h < \dfrac{R}{\tan(i_{\text{lim}})} = 8{,}8\,\text{cm}$.

Exercice 2 : 2. $i = 44°$ et $i_{\text{lim}} = 40°$; 3. $i'_{\text{lim}} = 61°$.

Exercice 3 : 1. $i_2 = 28°$; 2. $i_3 = i_2$ et $i_4 = i_1$; 3. $e\left(1 - \dfrac{\tan(i_2)}{\tan(i_1)}\right) = 2{,}3\,\text{mm}$.

Exercice 4 : 1. $L = d\cos(\alpha)$; 3. $n_c\dfrac{L}{c} \leqslant \Delta t \leqslant \dfrac{n_c^2}{n_g}\dfrac{L}{c}$; 4. $\delta t = 1{,}6 \times 10^{-7}\,\text{s}$; 5. $f < 6{,}3\,\text{MHz}$.

Exercice 5 : 2. $r_1 + r_2 = A$; 4. $D(\text{violet}) = 56{,}2°$; $D(\text{rouge}) = 41{,}5°$; 5. $L = 16\,\text{cm}$.

Exercice 6 : 1. $\sin(\alpha) = \sqrt{n_0^2 - n^2\sin^2(i)}$; 2. $\alpha_{\min} = \arcsin(\sqrt{n_0^2 - n^2})$; 3. $n = \sqrt{n_0^2 - \sin^2(\alpha_{\text{lim}})} = 1{,}48$; 4. $n_{\min} = \sqrt{n_0^2 - 1} = 1{,}41$.

Exercice 7 : 3. $D = \pi + 2i - 4r$; 5. $\sin^2(i_m) = \dfrac{4-n^2}{3}$; 6. $D_m(\text{rouge}) = 137{,}7°$; $D_m(\text{violet}) = 139{,}2°$.