Fiche 39 : Limites.

Exercice 1

Déterminer les morphismes d'anneaux continus de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Exercice 2

Déterminer les morphismes d'anneaux continus de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$.

Exercice 3

Calculer lorsqu'elles existent les limites suivantes (n et m sont des entiers naturels non nuls).

$a)$ $\lim_{x\to 0} \frac{x^2+2\,\lvert x\rvert}{x}$	$b)$ $\lim_{x\to -\infty} \frac{x^2+2\,\lvert x\rvert}{x}$	$c)$ $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x^2-3\,x+2}$
$d)$ $\lim_{x\to \pi} \frac{\sin^2 x}{1+\cos x}$	$e)$ $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x^2}}{x}$	$f)$ $\lim_{x\to +\infty} \sqrt{x+5}-\sqrt{x-3}$
$g)$ $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2}-1}{x^2}$	$h)$ $\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x^n-1}$	$g)$ $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x^m}-\sqrt{1-x^m}}{x^n}$

Exercice 4

Étudier l'application $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ définie par $f(x)=\dfrac{x}{1+\lvert x\rvert}$.
On montrera en particulier qu'elle défini une bijection de $\mathbb{R}$ sur un ensemble à préciser et on indiquera la formule définissant f^{-1}.

Exercice 5

Soit f la fonction réelle à valeurs réelles définie par

$$f(x)=\begin{cases} x & \text{si } x<1 \\ x^2 & \text{si } 1\leq x\leq 4 \\ 8\sqrt{x} & \text{si } x>4 \end{cases}$$

1. Étudier la fonction et justifier qu'elle défini une bijection.
2. Donner la formule définissant f^{-1}.