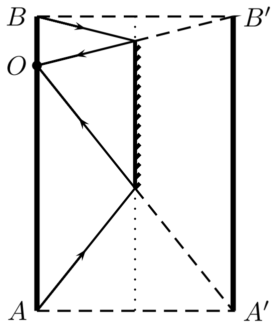
Exercice 1. Taille d'un miroir



1. $[A'B']$ est symétrique de $[AB]$ par rapport au plan du miroir.
2. D'après Thalès, la taille minimale du miroir permettant à l'œil de voir complètement l'image $[A'B']$ est la moitié de la taille de la personne, soit $L/2$. Il faut le situer à une hauteur telle que son sommet soit $h/2$ au-dessus de ses yeux.

   Cependant, la distance d ne joue aucun rôle (dans ce modèle de personne longiligne).

Exercice 2. Projecteur de diapositives

1. On utilise la relation de conjugaison de Descartes : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{\overline{OF'}}$ où $\overline{OA'} = L = 2{,}00\,\text{m}$ et $\overline{OA} = -d = -8{,}0\,\text{cm}$. On a donc $1/L + 1/d = 1/f'$ d'où on tire $\boxed{f' = \dfrac{Ld}{L+d}} = \underline{7{,}7\,\text{cm}}$.

   Pour déterminer la taille, on calcule le grandissement transverse. D'après Descartes : $\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\dfrac{L}{d}$. L'image de la diapositive est agrandie d'un facteur $\boxed{|\gamma| = L/d} = \underline{25}$, sur l'écran elle a une taille $60\,\text{cm} \times 90\,\text{cm}$.
2. On peut remplacer $d = \dfrac{L}{|\gamma|}$ dans la relation de conjugaison : on a alors $\dfrac{|\gamma|+1}{L} = \dfrac{1}{f'}$ soit $L = (|\gamma|+1)f'$.

   Doubler le grandissement conduit à une distance lentille-écran $L' = (2|\gamma+1)f' = \left(2\dfrac{L}{d}+1\right)f'$ soit $\boxed{L' = \dfrac{L(2L+d)}{L+d}} = \underline{3{,}92\,\text{m}}$.

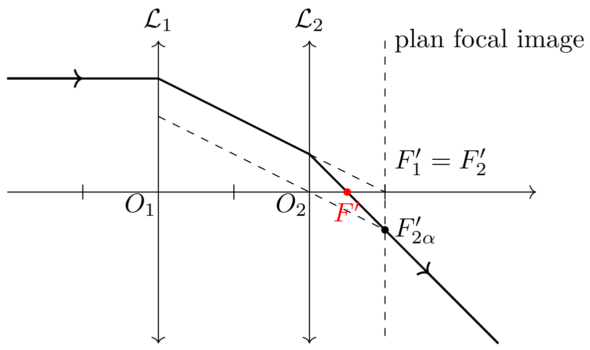
   Pour éloigner l'image de la lentille, il faut rapprocher l'objet, c'est-à-dire la diapositive, de la lentille.

   La distance diapositive-lentille devient $d' = \dfrac{L'}{2|\gamma|} = d\dfrac{L'}{2L}$ soit $\boxed{d' = \dfrac{d(2L+d)}{2(L+d)}} = \underline{7{,}8\,\text{cm}}$. Il faut la rapprocher de 2 mm environ.

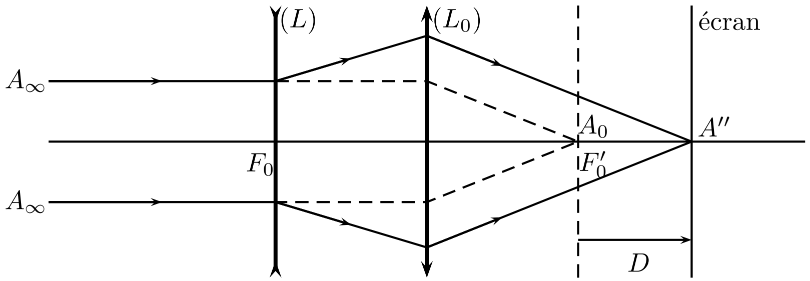
Exercice 3. Doublet de Huygens

1. Pour un objet initial A_∞ situé à l'infini sur l'axe optique, on a la succession d'images par les lentilles successives : $A_\infty \xrightarrow[\mathcal{L}_1]{} F_1' \xrightarrow[\mathcal{L}_2]{} F'$.

   En utilisant la relation de conjugaison de Newton pour la deuxième lentille, $\overline{F_2'F'} \times \overline{F_2F_1'} = -(f_2')^2 = -a^2$. Or, $\overline{F_2F_1'} = \overline{F_2O_2} + \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F_1'} = f_2' - e + f_1' = 2a$. Ainsi, $\boxed{\overline{F_2'F'} = \dfrac{-a^2}{\overline{F_2F_1'}} = -\dfrac{a}{2}}$.
2. On trace le cheminement d'un rayon entrant dans le doublet parallèlement à l'axe optique, en utilisant un foyer secondaire pour le passage par la deuxième lentille.



Exercice 4. Méthode de Badal



1. Par définition, A_0 est confondu avec le foyer image F_0' de la lentille (L_0).
2. Si la lentille est convergente, elle fait converger le faisceau donc la lentille (L_0) peut le ramener sur l'axe optique sur une distance moindre que lorsqu'il est parallèle. Ainsi $D < 0$. Et inversement si la lentille est divergente.
3. L'image intermédiaire A' créée par la lentille (L) est en son foyer image F'. Puisque le centre optique de cette lentille est en F_0 le foyer objet de la lentille (L_0), on a $\boxed{\overline{F_0A'} = \overline{OF'} = f'}$.
4. On a la succession : $A \xrightarrow[(L)]{} A' \xrightarrow[(L_0)]{} A''$

   En utilisant la relation de conjugaison de Newton pour la lentille (L_0), on a $\overline{F_0'A''} \cdot \overline{F_0A'} = -(f_0')^2$.

Or $F'_0 = A_0$ donc $\overline{F'_0A''} = D$ donc on a $D \times f' = -(f'_0)^2$. La distance focale de la lentille inconnue vaut alors : $\boxed{f' = -\dfrac{(f'_0)^2}{D}}$.

Exercice 5. Stigmatisme du dioptre plan

1. Exprimons de deux manières la longueur OI : $OI = OA\tan(i) = OA'\tan(r)$ donc $OA' = OA\dfrac{\tan(i)}{\tan(r)}$.
   On utilise la loi de Descartes pour la réfraction pour exprimer $\tan(r)$: $\sin(r) = \dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)$ et $\cos(r) = \sqrt{1-\sin^2(r)} = \sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)^2}$.
   Donc $OA' = OA\dfrac{\sin(i)\times\cos(r)}{\cos(i)\times\sin(r)} = OA\dfrac{\sin(i)\times\sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)^2}}{\cos(i)\times\frac{n_1}{n_2}\sin(i)}$ soit $\boxed{OA' = OA\dfrac{\sqrt{(n_2/n_1)^2-\sin^2(i)}}{\cos(i)}}$.
2. Le résultat dépend de l'angle i donc du rayon : le stigmatisme n'est pas rigoureux.
   Dans les conditions de Gauss, les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique soit i faible. Alors $\cos(i) \approx 1$ et $\sin(i) \approx \tan(i) \approx i$ et de même pour r.
   On reprend le calcul de la première question : $OI = OAi = OA'r$. La loi des sinus devient : $n_1 i = n_2 r$. On a alors $\dfrac{OA'}{OA} = \dfrac{i}{r} = \dfrac{n_2}{n_1}$.
   L'angle i disparait de l'expression : le stigmatisme approché est obtenu.
   Pour rendre cette relation plus générale, on utilise les distances algébriques : alors $\boxed{\overline{OA'} = \overline{OA}\dfrac{n_2}{n_1}}$ est la relation de conjugaison du dioptre plan.
3. L'axe optique est vertical orienté vers le haut. La position du poisson est donc $\overline{OA} = -30\,\text{cm}$. Avec $n_1 = n(\text{eau}) = 1{,}33$ et $n_2 = n(\text{air}) = 1{,}00$, il vient $\underline{\overline{OA'} = -23\,\text{cm}}$. Le poisson apparaît pour l'oiseau à 23 cm de profondeur.
4. Le premier dioptre (air/verre) donne de A donne une image A' dont le deuxième dioptre (verre/air) donne une image définitive A'' : on a la séquence : $A \xrightarrow[\text{dioptre 1 (air/verre)}]{} A' \xrightarrow[\text{dioptre 2 (verre/air)}]{} A''$.
   D'après la relation de conjugaison obtenue à l'exercice précédent, on a $\overline{OA'} = \overline{OA}\times\frac{n}{1}$ et $\overline{O'A''} = \overline{O'A'}\times\frac{1}{n}$. De plus $\overline{O'A'} = \overline{O'O} + \overline{OA'} = -e + n\overline{OA}$ Ainsi $\overline{AA''} = \overline{AO} + \overline{OO'} + \overline{O'A''} = -\overline{OA} + e - \frac{e}{n} + \overline{OA}$ donc $\boxed{\overline{AA''} = e\left(1-\dfrac{1}{n}\right)}$.

On retrouve ce résultat en reprenant l'exercice 2 du chapitre P5 avec des rayons paraxiaux, c'est-à-dire tels que $\sin(i) \simeq \tan(i)$. En effet, $\dfrac{\tan(i_2)}{\tan(i_1)} \simeq \dfrac{\sin(i_2)}{\sin(i_1)} = \dfrac{1}{n}$.

Exercice 6. Périscope

1. Les images successives sont symétriques par rapport aux plans des miroirs (voir construction à la fin).
2. L'image est virtuelle et droite. On délimite le champ de vision de A" en traçant les rayons "issus" de A" et s'appuyant sur les bords du miroir de sortie, et de même pour B". L'œil doit se placer dans l'intersection (en gris) de ces champs de vision pour voir l'intégralité de l'image.
3. On remonte en arrière le trajet de la lumière, qui semble issus à chaque fois de l'image précédente.