

Exercice 1. Calorimétrie

1. On sépare le système en 2 parties : $S_1 = \{\text{masse } m_1 \text{ d'eau+calorimètre}\}$; $S_2 = \{\text{masse } m_2 \text{ d'eau}\}$.

Le sous-système S_1 est équivalent à un système constitué d'une masse $m'_1 = m_1 + m_e$ d'eau, qui a une capacité thermique $C_1 = m'_1 c_e$. Sa température évolue de T_1 à T_{eq} donc, en modélisant ce système comme une phase condensée incompressible et indilatable (PCII), sa variation d'enthalpie est $\Delta H_1 = m'_1 c_e (T_{eq} - T_1)$.

Le sous-système S_2 a une capacité thermique $C_2 = m_2 c_e$ et sa température évolue de T_2 à T_{eq} donc, sa variation d'enthalpie est $\Delta H_2 = m_2 c_e (T_{eq} - T_2)$.

La transformation est monobare et adiabatique donc l'enthalpie de l'ensemble reste constante soit $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = 0$.

On en déduit : $m'_1 = m_2 \frac{T_2 - T_{eq}}{T_{eq} - T_1} = 66 \text{ g}$ donc la valeur en eau du calorimètre est

$$m_e = m'_1 - m_1 = 16 \text{ g}.$$

2. On ajoute au système précédent le sous-système S_3 constitué du bloc de cuivre de masse m_3 donc de capacité thermique $C_3 = m_3 c_{Cu}$.

Les sous-systèmes S_1 et S_2 ont une température évoluant de T_{eq} à T'_{eq} : leur enthalpie a pour variation $\Delta H_{12} = (m'_1 + m_2) c_e (T'_{eq} - T_{eq})$.

La température de S_3 passe de T_3 à T'_{eq} donc son enthalpie varie de $\Delta H_3 = m_3 c_{Cu} (T'_{eq} - T_3)$.

Comme précédemment $\Delta H_{12} + \Delta H_3 = 0$ d'où

$$T'_{eq} = \frac{((m'_1 + m_2) c_e) T_1 + m_3 c_{Cu} T_3}{(m'_1 + m_2) c_e + m_3 c_{Cu}} = 31,8^\circ \text{C}.$$

Exercice 2. Détente de Joule et Gay-Lussac

1. On considère le système contenu dans l'enceinte complète (deux compartiments).
On néglige le travail à l'ouverture du robinet et les parois sont fixes donc le travail est nul. Les parois sont calorifugées donc on néglige le transfert thermique.
Pour conclure, le premier principe s'écrit $\Delta U = Q + W = 0$.
2. D'après la première loi de Joule (elle vient de cette expérience), l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de la température.
Si $\Delta U = 0$ alors $\Delta T = 0$, ce qui n'est pas le cas ici : **le gaz n'est donc pas parfait.**
3. $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = nC$ donc C représente **la capacité thermique molaire à volume constant.**

Elle est proche de $3R/2$, résultat obtenu pour un **gaz parfait monoatomique**, ce qui est bien le cas de l'argon (gaz noble).

4. $\Delta U = 0$ donc $nCT_i - an^2/V_i = nCT_f - an^2/V_f$ avec $V_i = V_0$ et $V_f = 2V_0$

$$\text{Il vient } CT_i - CT_f = an \left(\frac{1}{V_i} - \frac{1}{V_f} \right) = \frac{an}{2V_0}.$$

$$\text{En conclusion, } a = \frac{2C(T_i - T_f)V_0}{n} = 0,14 \text{ Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{mol}^{-2}.$$

Exercice 3. Compression d'un gaz

1. On se trouve à l'équilibre mécanique donc $P_i = P_0 = 1 \text{ bar}$.

$$\text{Pour un gaz parfait } V_i = \frac{nRT_i}{P_i} = 2,44 \times 10^{-2} \text{ m}^3.$$

2. Cette transformation est brutale, monobare (car la force exercée par le piston est constante), et adiabatique

3. On se retrouve à l'équilibre mécanique dans l'état final. La pression finale est

$$P_f = P_0 + \frac{mg}{S} = 1,20 \text{ bar}.$$

4. $\Delta U = \frac{5}{2} nR(T_f - T_i) = \frac{5}{2} (P_f V_f - P_i V_i)$.

5. La pression extérieure étant constante et égale à la pression finale,

$$W = - \int P_{ext} dV = -P_f (V_f - V_i).$$

6. La transformation est adiabatique donc $Q = 0$. Alors le premier principe s'écrit $\Delta U = W$.

$$\text{Il vient } \frac{5}{2} P_f V_f - \frac{5}{2} P_i V_i = P_f V_i - P_f V_f \text{ soit } 7P_f V_f = (5P_i - 2P_f) V_i$$

7. $V_f = V_i \frac{5P_i + 2P_f}{7P_f} = 2,15 \times 10^{-2} \text{ m}^3$.

$$T_f = \frac{P_f V_f}{nR} = \frac{V_i}{7nR} (5P_i + 2P_f) = T_i \frac{5P_i + 2P_f}{7P_i} = 309 \text{ K}.$$

Exercice 4. Échauffement des disques de frein

On considère le système complet {voiture+route+air}. Ce système peut être considéré comme isolé, c'est-à-dire que tous les échanges d'énergie se font en interne (les frottements notamment). Son énergie totale reste constante d'après le premier principe.

La variation d'énergie mécanique correspond à la perte d'énergie cinétique de la voiture : $\Delta \mathcal{E}_m = -\frac{1}{2}mv^2 = -675 \text{ kJ}$. L'énergie interne du système augmente donc de $\Delta U = 675 \text{ kJ}$.

Plusieurs parties se réchauffent, mais c'est principalement les disques de frein qui absorbent initialement cette élévation d'énergie interne. Leur augmentation d'énergie interne maximale est alors $\Delta U_{\max}(\text{disques}) = 675 \text{ kJ}$.

La capacité thermique des 4 freins peut être évaluée avec les données : $C = 4 \times mc$ avec $c = 450 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $m = \rho V = \rho \pi R^2 h = 4,9 \text{ kg}$ la masse d'un disque de frein donc $C = 8,8 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$.

Puisque $\Delta U = C \Delta T$ pour un corps condensé, on en déduit $\Delta T_{\max} = \Delta U_{\max}/C = 77 \text{ K}$.

Ainsi, la température des disques s'élève au maximum de 77 degrés. Il faut qu'ils soient bien ventilés pour éviter la surchauffe lors de freinage multiples.

Exercice 5. Résistance chauffante dans une enceinte à piston

1. L'hélium est un gaz noble donc monoatomique : $\gamma = 5/3$.
2. A l'équilibre mécanique final, la pression dans les deux enceintes est égale, soit P_f . Les volumes finaux V_A et V_B sont tels que $V_A + V_B = 2V_0$. De plus la conservation de la matière implique $n = \frac{P_f V_A}{RT_1} = \frac{P_f V_B}{RT_0} = \frac{P_0 V_0}{RT_0}$ d'où on tire $\frac{V_A}{T_1} = \frac{V_B}{T_0}$.

$$\text{Alors } \frac{T_1}{T_0} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{2V_0 - V_B}{V_B} = \frac{2V_0}{V_B} - 1 \text{ d'où } \frac{2V_0}{V_B} = 1 + \frac{T_1}{T_0} = \frac{T_0 + T_1}{T_0}.$$

$$\text{On en déduit } V_B = V_0 \frac{2T_0}{T_0 + T_1} = 1,80 \text{ L} \text{ et } V_A = 2V_0 - V_B = V_0 \frac{2T_1}{T_0 + T_1} = 2,20 \text{ L}.$$

$$\text{De plus } P_f = \frac{P_0 V_0}{V_B} = P_0 \frac{T_0 + T_1}{2T_0} = 1,11 \text{ bar}.$$

$$3. \Delta U_A = C_V(T_1 - T_0) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_0) = \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} \times \frac{T_1 - T_0}{T_0} = 65,9 \text{ J}.$$

$$\Delta U_2 = 0 \text{ car la température est inchangée.}$$

$$\text{Ainsi } \Delta U_{\{1+2\}} = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 65,9 \text{ J} \text{ (par extensivité de l'énergie interne).}$$

4. Le gaz de l'enceinte B est en contact avec un thermostat, donc son évolution est monotherme. Puisque l'évolution est quasistatique, l'évolution est même **isotherme**.

Ainsi $PV = \text{constante}$ donc $P = \frac{P_0 V_0}{V}$. Le travail reçu par le gaz de l'enceinte B (qui est fourni par le gaz de l'enceinte A) est donc :

$$W_B = - \int_{V_0}^{V_B} P dV = -P_0 V_0 \int_{V_0}^{V_B} \frac{dV}{V} = -P_0 V_0 \ln \left(\frac{V_B}{V_0} \right)$$

$$\text{soit } W_B = P_0 V_0 \ln \left(\frac{T_0 + T_1}{2T_0} \right) = 20,9 \text{ J}.$$

Le transfert thermique reçu est $Q_B = \Delta U - W_B = -W_B = -20,9 \text{ J}$. Il est négatif car ce gaz cède de l'énergie au thermostat (sans que sa température ne s'élève, justement parce que c'est un thermostat).

5. Le travail reçu par le gaz dans l'enceinte A est l'opposé du travail reçu par le gaz de l'enceinte B donc $Q_A = \Delta U - W_A = \Delta U_A + W_B = 86,8 \text{ J}$.
6. La puissance consommée par la résistance vaut $\mathcal{P} = RI^2 = 1,0 \text{ W}$. Elle est intégralement cédée sous forme de transfert thermique (effet Joule). En négligeant la portion qui chauffe la résistance elle-même, ce transfert est cédé au gaz de l'enceinte A .

$$\text{On a donc } Q_A = \mathcal{P} \Delta t \text{ d'où } \Delta t = \frac{Q_A}{\mathcal{P}} = 87 \text{ s}.$$

Exercice 6. Mélange eau-glace

1. On sépare le système en 2 parties :
 - sous-système 1 : l'eau initialement liquide de masse m_1 ;
 - sous-système 2 : l'eau initialement solide de masse m_2 .

La transformation est monobare et adiabatique donc l'enthalpie de l'ensemble reste constante soit $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = 0$.

(a) Si l'état final est constitué de glace à $T_f = 0^\circ \text{C}$:

- sous-système 1 : refroidissement du liquide de T_1 à T_f , puis solidification de l'intégralité du liquide en solide. La variation d'enthalpie est alors constituée de deux contributions : $\Delta H_1 = m_1 c_1 (T_f - T_1) + m_1 (-L_f)$ (le - car la solidification est l'opposé de la fusion).
- sous-système 2 : réchauffement du solide de T_2 à T_f . La variation d'enthalpie vaut alors $\Delta H_2 = m_2 c_2 (T_f - T_2)$.

De la conservation de l'enthalpie du système il vient

$$m_2 = m_1 \frac{L_f + c_1 (T_1 - T_f)}{c_2 (T_f - T_2)} = 1,5 \text{ kg}.$$

- (b) Si l'état final est constitué d'eau liquide à 0°C , alors de façon similaire on a $\Delta H_1 = m_1 c_1 (T_f - T_1)$ et $\Delta H_2 = m_2 c_2 (T_f - T_2) + m_2 L_f$.

Il vient
$$m_2 = m_1 \frac{c_1 (T_1 - T_f)}{c_2 (T_f - T_2) + L_f} = 20 \text{ g}.$$

2. Si $m_2 < 20 \text{ g}$ l'eau est entièrement liquide à une température supérieure à 0°C ; si $m_2 > 1,5 \text{ kg}$ l'eau est entièrement solide à une température inférieure à 0°C . Entre les deux on a un équilibre solide-liquide à 0°C .
3. Avec $m_2 = 30 \text{ g}$, on est proche de la limite inférieure, on peut donc supposer que de la glace a fondu (plutôt que de l'eau s'est solidifiée). Soit m'_2 la masse de glace qui a fondu à l'équilibre.

Alors $\Delta H_2 = m_2 c_2 (T_f - T_2) + m'_2 L_f$ et $\Delta H_1 = m_1 c_1 (T_f - T_1)$.

En appliquant $\Delta H_1 + \Delta H_2 = 0$ il vient
$$m'_2 = \frac{m_1 c_1 (T_1 - T_f) - m_2 c_2 (T_f - T_2)}{L_f} = 18,8 \text{ g}.$$

Remarque : on trouve un résultat positif ce qui valide notre hypothèse. Si on avait fait l'hypothèse inverse, on aurait trouvé un résultat opposé : que $-18,8 \text{ g}$ d'eau se solidifie, ce qui revient finalement au même.

À l'équilibre, il y a donc $118,8 \text{ g}$ d'eau liquide et $11,2 \text{ g}$ de glace.

Exercice 7. Chauffage d'un bâtiment

1. Pendant une durée dt , la variation de température du bâtiment est dT et la variation d'énergie interne $dU = CdT$.

Le travail échangé avec le milieu extérieur est nul, mais le transfert thermique est $\delta Q = -\mathcal{P}dt$ (il s'agit d'une perte).

D'après le premier principe, $dU = \delta Q$ soit $CdT = -aC(T - T_0)dt$ ce qui conduit à

l'équation différentielle
$$\frac{dT}{dt} + aT = aT_0.$$

C'est une équation différentielle linéaire du premier ordre de constante de temps $\tau = 1/a$.

2. La solution générale de cette équation est $T(t) = T_0 + A \exp(-t/\tau)$ avec A une constante. La condition initiale $T(t = 0) = T_1$ impose $A = T_1 - T_0$ donc

$$T(t) = T_0 + (T_1 - T_0) \exp(-at).$$

Au bout d'une durée $t = 6 \text{ h} = 2,16 \times 10^4 \text{ s}$, $T_2 = 14,3^\circ\text{C}$.

3. En présence de chauffage, la puissance thermique reçue devient $\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}$ donc le premier principe s'écrit : $CdT = (\mathcal{P}_1 - aC(T - T_0))dt$ soit sous forme canonique $\frac{dT}{dt} + aT = aT_0 + \frac{\mathcal{P}_1}{C}$.

La température T_∞ correspond au régime permanent c'est-à-dire au second membre de l'équation différentielle :
$$T_\infty = T_0 + \frac{\mathcal{P}_1}{aC} = 25,2^\circ\text{C}.$$

4. En prenant $t = 0$ au moment où le chauffage est remis en route, la température vérifie : $T(t) = T_\infty + A' \exp(-at)$ avec $A' = T_2 - T_\infty$ avec la condition initiale. Donc $T(t) = T_\infty + (T_2 - T_\infty) \exp(-at)$.

Inversement, la durée pour que la température soit revenu à T_1 est :

$$t = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{T_1 - T_\infty}{T_2 - T_\infty} \right) = 3,9 \times 10^4 \text{ s} \text{ soit environ 11 heures.}$$