

Exercice 1. Centrale électrique

1. Pour un moteur, le rendement maximal est celui d'une machine de Carnot fonction-

nant avec les mêmes sources : $r_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 50,6\%$.

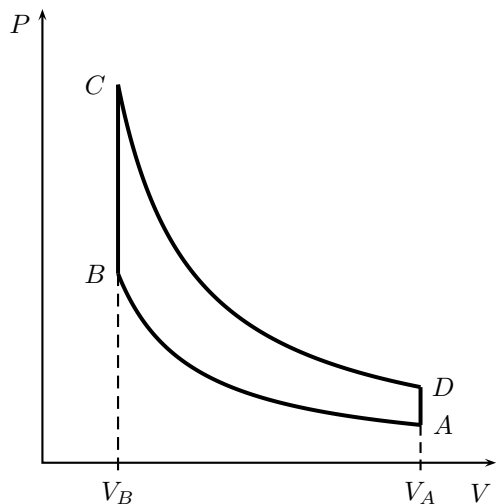
2. Le rendement réel est $r = 0,60 \times r_C = 30\%$.

Or $r = \frac{|W|}{Q_c} = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_c}$. Il vient $\mathcal{P}_c = \frac{\mathcal{P}}{r} = 3,3 \text{ GW}$.

3. D'après le premier principe, $W + Q_c + Q_f = 0$ sur un cycle soit un transfert thermique cédé à source froide $-Q_f = W + Q_c = Q_c - |W|$ pour un moteur. En puissance cela donne $\mathcal{P}_f = \mathcal{P}_c - \mathcal{P} = 2,3 \text{ GW}$.

Exercice 2. Moteur Stirling

1. Dans le diagramme (P, V) , les isochores sont verticales et les isothermes sont des hyperboles ($P = \frac{nRT}{V}$).



2. Les isothermes sont réversibles car l'évolution est quasi-statique et en contact avec la source de chaleur. Mais les isochores ne le sont pas car la température de la source est différente de la température du système.
3. Pour les isothermes : $\Delta U = 0$ pour un gaz parfait, donc $Q = -W$ d'après le premier principe.

$$\text{Alors } Q = + \int_{V_i}^{V_f} P dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

On obtient ainsi $Q_{AB} = nRT_f \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right)$ soit $Q_{AB} = -nRT_f \ln(\alpha)$ et $Q_{CD} = nRT_c \ln \left(\frac{V_D}{V_C} \right)$ soit $Q_{CD} = nRT_c \ln(\alpha)$.

Pour les isochores, $W = 0$ donc $Q = \Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} \Delta T$.

On obtient ainsi $Q_{BC} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_c - T_f)$ et $Q_{DA} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_f - T_c) = -Q_{BC}$.

4. L'énergie coûteuse est le transfert thermique reçu de la source chaude : $Q_{BC} + Q_{CD}$. L'énergie utile est le travail fourni : $-W = \sum Q_i = Q_{AB} + Q_{CD}$ (les deux autres se compensent).

Ainsi le rendement est $\rho = \frac{-W}{Q_{CD}} = \frac{Q_{AB} + Q_{CD}}{Q_{BC} + Q_{CD}}$ soit $\rho = \frac{(T_c - T_f) \ln(\alpha)}{T_c \ln(\alpha) + \frac{T_c - T_f}{\gamma - 1}} = 26\%$.

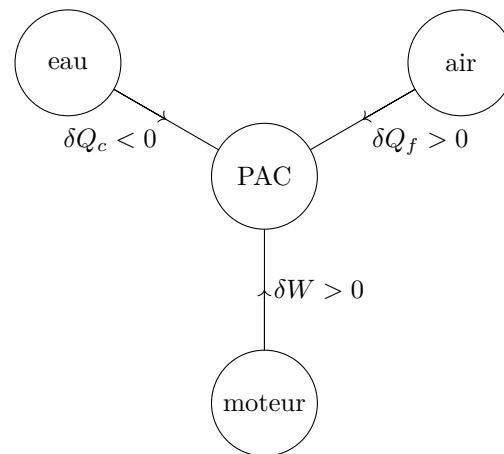
5. Dans ce cas, l'énergie coûteuse se limite à Q_{CD} .

Le rendement vaut alors $\rho = \frac{Q_{AB} + Q_{CD}}{Q_{CD}} = 1 + \frac{Q_{AB}}{Q_{CD}}$ donc $\rho = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 41\%$.

C'est le rendement de Carnot, car le régénérateur rend la machine **réversible**.

Exercice 3. Chauffage d'un spa

1. Schéma d'un récepteur ditherme.



2. Le système {eau du spa} est en contact avec l'atmosphère, l'évolution est isobare et on peut y appliquer le premier principe avec l'enthalpie. Le transfert thermique reçu par l'eau est celui **fourni** par la pompe à chaleur, c'est-à-dire $-\delta Q_c$. Il n'y a pas de travail autre que celui des forces de pression, si bien qu'au repos macroscopique, pour une évolution infinitésimale, on peut écrire : $dH_{\text{eau}} = -\delta Q_c$.

L'eau est une phase condensée, que l'on modélise par une PCII. Ainsi, lors d'un cycle de la pompe à chaleur, $dH_{\text{eau}} = \rho V c dT$.

Pour conclure, $\delta Q_c = -\rho V c dT$.

3. La pompe à chaleur est réversible. D'après le deuxième principe appliqué au fluide circulant dans la PAC, sur un cycle, $dS = 0 = \frac{\delta Q_c}{T} + \frac{\delta Q_f}{T_f}$.

$$\text{On en déduit } \delta Q_f = -\frac{T_f}{T} \delta Q_c = \rho V c T_f \frac{dT}{T}.$$

D'après le premier principe, sur un cycle, $d\mathcal{E}_{\text{tot}} = 0 = \delta W + \delta Q_c + \delta Q_f$ donc

$$\delta W = -\delta Q_c - \delta Q_f = \rho V c \left(1 - \frac{T_f}{T}\right) dT.$$

$$4. \quad Q_c = \int \delta Q_c = \int_{T_f}^{T_c} (-\rho V c) dT = -\rho V c (T_c - T_f).$$

$$Q_f = \int \delta Q_f = \int_{T_f}^{T_c} (\rho V c T_f) \frac{dT}{T} = \rho V c T_f \ln \left(\frac{T_c}{T_f} \right).$$

$$W = -Q_c - Q_f = \rho V c T_f \left(\frac{T_c}{T_f} - 1 - \ln \left(\frac{T_c}{T_f} \right) \right).$$

5. L'efficacité du réchauffement est définie comme le rapport de la grandeur énergétique utile, ici le transfert thermique reçu par l'eau $-Q_c$, et la grandeur énergétique coûteuse, ici le travail fourni par le moteur W :

$$\eta = \frac{-Q_c}{W} = \frac{\frac{T_c}{T_f} - 1}{\frac{T_c}{T_f} - 1 - \ln \left(\frac{T_c}{T_f} \right)} = 20$$

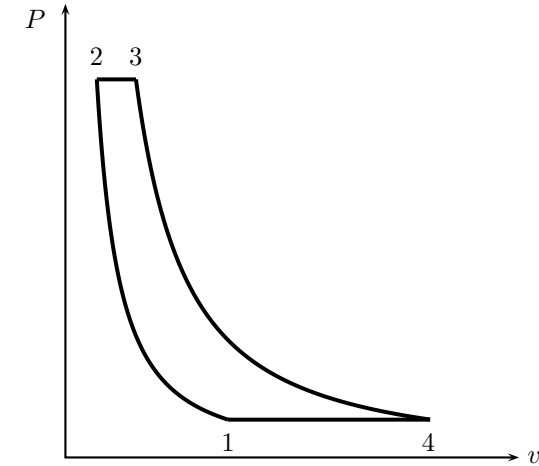
Exercice 4. Cogénération avec une turbine à gaz

1. Les transformations $1 \rightarrow 2$ et $3 \rightarrow 4$ étant isentropiques, la loi de Laplace y est vérifiée pour un gaz parfait. Pour les variables (P, T) , elle s'écrit $T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{constante}$ ou encore $T = k P^{(\gamma-1)/\gamma}$ avec k constante.

$$\text{On en déduit } T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \text{ soit } T_2 = T_1 \lambda = 579 \text{ K}$$

$$\text{et } T_4 = T_3 \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} = T_3 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \text{ soit } T_4 = T_1 \tau / \lambda = 673 \text{ K}.$$

2. Pour une isobare $P = P_0$; une isentropique $P = k v^{-\gamma}$ avec k une constante.



3. Les transferts thermiques sont échangés lors des étapes $2 \rightarrow 3$ (Q_c) et $4 \rightarrow 1$ (Q_f). Ce sont des isobares réversibles donc on peut utiliser le premier principe avec l'enthalpie : $\Delta H = Q$ car il n'y a pas de travail autre que celui des forces de pression. Ainsi $Q = m c_P \Delta T$, l'air étant considéré comme un gaz parfait.

$$Q_c = m c_P (T_3 - T_2) \text{ soit } Q_c = m c_P T_1 (\tau - \lambda)$$

$$\text{et } Q_f = m c_P (T_1 - T_4) \text{ soit } Q_f = m c_P T_1 (1 - \tau / \lambda) = -Q_c / \lambda.$$

4. D'après le principe sur un cycle, $W = -Q_f - Q_c = -Q_c (1 - 1/\lambda)$.

$$Q_c > 0 \text{ car } T_3 > T_2 \text{ et } \lambda > 1 \text{ car } P_2 > P_1.$$

On a alors $W < 0$: il s'agit d'un **moteur** qui fournit de l'énergie mécanique *in fine* à l'**alternateur** (qui le convertit ensuite en électricité).

5. Le rendement d'un moteur est $r = \frac{-W}{Q_c} = 1 - \frac{1}{\lambda} = 0,48$.

$$\text{Le rendement de Carnot vaut } r_C = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 0,55.$$

Le rendement de la turbine à gaz est inférieur à celui de Carnot, en accord avec le théorème de Carnot. Cependant il est proche, ce qui signifie que les pertes sont faibles.

6. Le transfert thermique nécessaire pour chauffer l'eau est $Q = m_e c \Delta T = \rho c V \Delta T = 1,9 \times 10^7 \text{ J}$.

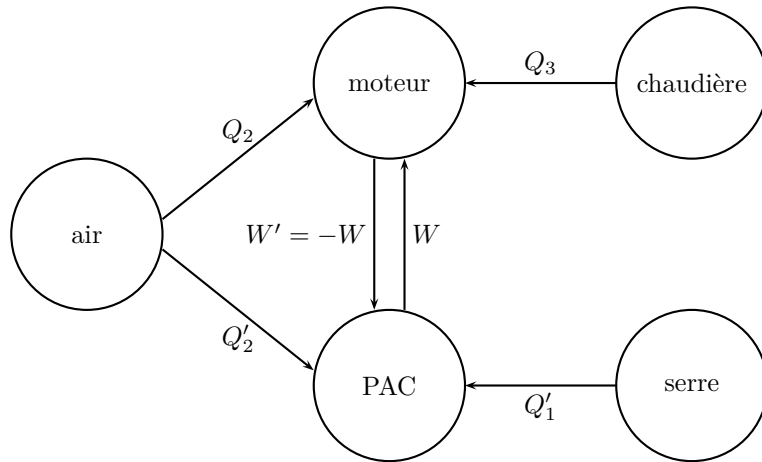
Pour un échange parfait, $Q = -Q_f = m c_P (T_4 - T_1)$ d'où une masse d'air nécessaire

$$m = \frac{Q}{c_P (T_4 - T_1)} = 50 \text{ kg}.$$

7. Le travail fourni vaut $|W| = Q_f + Q_c = Q_f (1 - \lambda) = Q (\lambda - 1) = 1,7 \times 10^7 \text{ J}$.

Exercice 5. Chauffage d'une serre

1. Schéma énergétique :



2. Pour le moteur (dont l'agent thermique parcourt des cycles), $W + Q_2 + Q_3 = 0$ et $\frac{Q_3}{T_3} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$ puisqu'il fonctionne de façon réversible.

Ainsi $Q_2 = -Q_3 \frac{T_2}{T_3}$ et $W = Q_3 \left(\frac{T_2}{T_3} - 1 \right)$.

3. Pour la pompe à chaleur, $W' + Q'_1 + Q'_2 = 0$ et $\frac{Q'_1}{T_1} + \frac{Q'_2}{T_2} = 0$. Ainsi $Q'_2 = -Q'_1 \frac{T_2}{T_1}$ donc $W' + Q'_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = 0$.

Puisque $W = -W'$ on en déduit $Q'_1 = W \frac{T_1}{T_1 - T_2}$.

4. L'énergie coûteuse est Q_3 et l'énergie utile est $-Q'_1$ donc l'efficacité est $e = -\frac{Q'_1}{Q_3} =$

$$-\frac{W}{Q_3} \frac{T_1}{T_1 - T_2} \text{ soit } e = \frac{T_1 (T_3 - T_2)}{T_3 (T_1 - T_2)} = 15,5.$$

Si le chauffage est direct, alors $-Q'_1 = Q_3$ d'où $e = 1$. Le système utilisant le moteur et la pompe à chaleur est bien plus efficace.

Exercice 6. Machine frigorifique

1. Entre A et B , le système est un gaz parfait en évolution isentropique. Les lois de Laplace s'appliquent : $T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{cte}$ donc $T_B = T_A \left(\frac{p_B}{p_A} \right)^{(\gamma-1)/\gamma}$ soit

$$T_B = T_1 \left(\frac{p_{s2}}{p_{s1}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} = 424 \text{ K}.$$

2. On sait que la variation d'enthalpie entre C et D est nulle. Ceci reste vrai quel que soit le chemin emprunté puisque l'enthalpie est une fonction d'état. Le long du chemin $CD'D$, $\Delta h = \Delta h_{CD'} + \Delta h_{D'D} = 0$.

L'évolution entre C et D' est celle d'un liquide (supposé incompressible et indilatable) passant de la température T_2 à la température T_1 , donc $\Delta h_{CD'} = c_{p,l}(T_1 - T_2)$. Entre D' et D , une portion x_D se vaporise donc $\Delta h_{D'D} = x_D \Delta h_{v1}$.

On en déduit $x_D = \frac{c_{p,l}(T_2 - T_1)}{\Delta h_{v1}} = 0,26$.

3. Le fluide est en contact thermique avec le condenseur entre B et C . Lors de cette évolution, il n'y a pas de travail échangé avec le système, seulement un transfert thermique donc $q_c = \Delta h_{BC}$.

On décompose $\Delta h_{BC} = \Delta h_{BC'} + \Delta h_{C'C}$. L'évolution entre B et C' est celle d'un gaz parfait passant de la température T_B à la température T_2 de manière isobare, donc $\Delta h_{BC'} = c_{p,v}(T_2 - T_B)$. De C' à C , le gaz se liquéfie complètement à T_2 donc $\Delta h_{C'C} = -\Delta h_{v2}$. Pour conclure $q_c = c_{p,v}(T_2 - T_B) - \Delta h_{v2} = -176 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

De même, le transfert thermique avec l'évaporateur se fait entre D et A où la portion $(1 - x_D)$ de fluide encore liquide se vaporise à la température T_1 . Donc

$$q_f = \Delta h_{DA} = (1 - x_D) \Delta h_{v1} = 112 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

4. Sur un cycle, $w = -(q_c + q_f) = 64 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ qui est le travail reçu de la part du compresseur (seul élément qui échange du travail avec le fluide).

5. Pour une machine frigorifique, l'énergie utile est l'énergie prélevée par transfert thermique à la source froide q_f et l'énergie coûteuse est l'énergie reçue par travail dans le compresseur. L'efficacité de la machine est donc $\eta = \frac{q_f}{w} = 1,7$.

Une machine de Carnot fonctionnant entre les sources de température $T_f = T_1$ et

$T_c = T_2$ a pour efficacité $\boxed{\eta_C = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = 6,8}.$

La machine réelle a une efficacité bien moindre (ce qui est normal d'après le théorème de Carnot). L'écart est dû à l'irréversibilité dans le condenseur où le fluide entre avec une température très différente de celle de la source chaude.