# I. Définition

### I.1) Convention d'orientation de l'espace

Un trièdre est constitué de trois vecteurs non-colinéaires. On choisit par convention un sens direct pour l'ordre des trois vecteurs, avec la règle de la main droite.
Ce choix d'orientation a une conséquence sur le produit vectoriel : par définition $(\vec{A}, \vec{B}, \vec{A} \wedge \vec{B})$ est un trièdre direct.

La convention d'orientation de l'espace nous amène à distinguer deux types de vecteurs :
- les vecteurs polaires (ou « vrais vecteurs ») dont l'orientation est indépendante de la convention d'orientation de l'espace
- les vecteurs axiaux (ou « pseudo vecteurs ») dont l'orientation dépend de cette convention d'orientation.

### I.2) Exemples de vecteur polaires

Pour des raisons évidentes, le vecteur position est polaire, et aussi les vecteurs suivants qui en dérivent :
- vecteur vitesse $\vec{v}$ ;
- vecteur accélération $\vec{a}$ ;
- vecteur force $\vec{F} = m\vec{a}$ ;
- champ électrique défini par la force électrique $\vec{F}_e = q\vec{E}$.

### I.3) Exemples de vecteurs axiaux

Tout vecteur défini via un produit vectoriel à partir de deux vecteurs polaires est axial :
- moment cinétique $\vec{L}_O = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v}$ ;
- moment d'une force $\overrightarrow{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$ ;
- champ magnétique défini par la force magnétique $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

# II. Transformation d'un vecteur par une isométrie

Les translations, rotations et symétries planes constituent des isométries de l'espace : ces transformations conservent les distances entre deux points.
Les translations et aux rotations conservent l'orientation de l'espace,ils affectent vecteurs polaires et axiaux de la même façon.
En revanche, les symétries planes inversent l'orientation de l'espace : une main droite devient une main gauche par symétrie. Les vecteurs polaires et axiaux se transforment différemment.

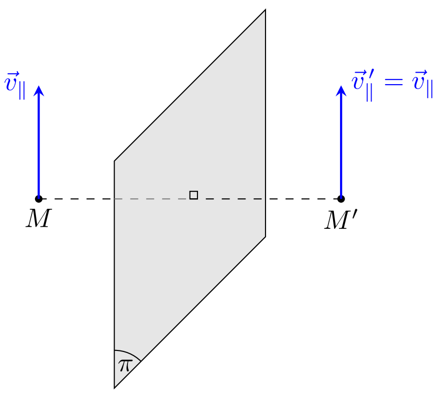
### II.1) Transformation d'un vecteur polaire par symétrie plane

L'image d'un vrai vecteur par une symétrie plane est son symétrique par rapport au plan :

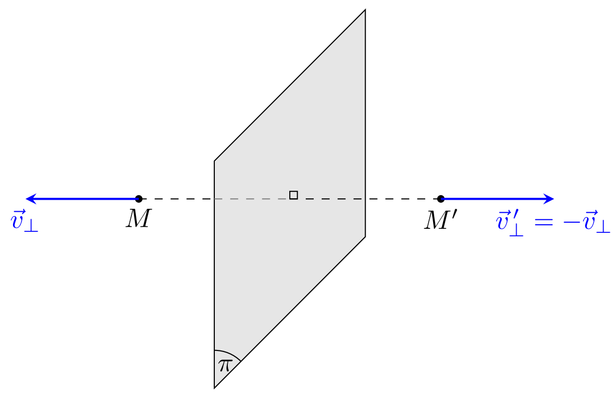
$$\boxed{\text{en } M' = \text{sym}_\pi(M),\ \vec{v}\,' = \text{sym}_\pi(\vec{v})}$$

On distingue deux cas :

Vecteur parallèle au plan




Vecteur perpendiculaire au plan

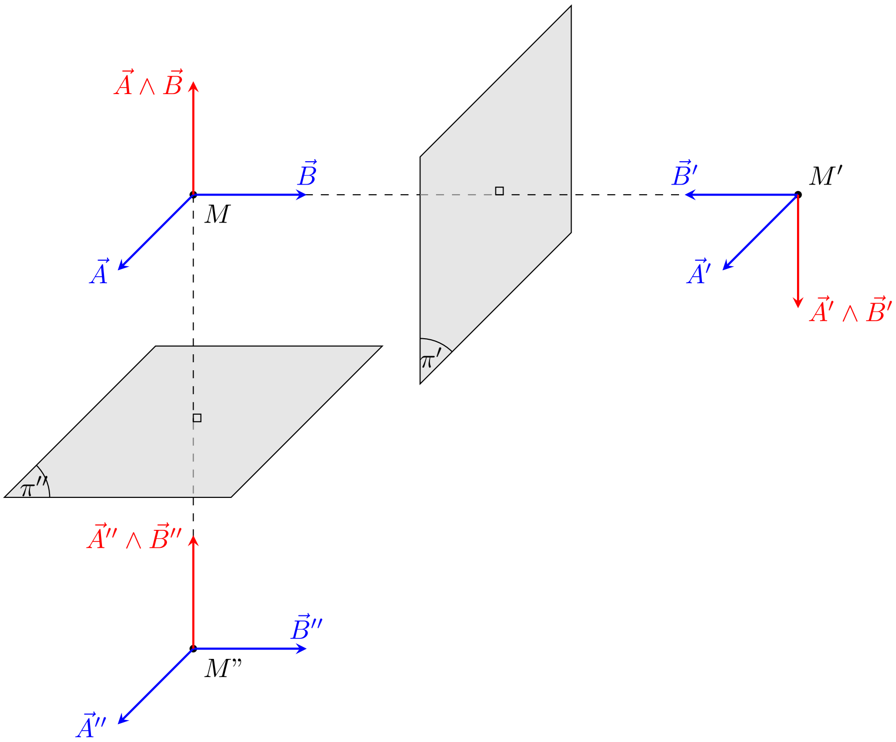



Pour un vecteur quelconque, on décompose en deux vecteurs :

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_\parallel + \vec{v}_\perp \quad \Longrightarrow \quad \vec{v}\,' = \vec{v}_\parallel - \vec{v}_\perp}$$

### II.2) Transformation d'un vecteur axial par symétrie plane

Soit $\vec{A}$ et $\vec{B}$ deux vecteurs polaires perpendiculaires. On considère leurs symétriques relativement à deux plans, puis on construit leur produit vectoriel ainsi que celui de leurs images :

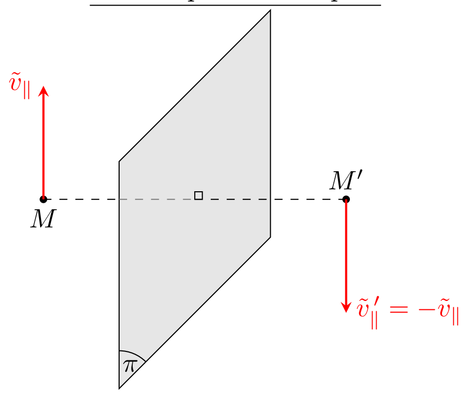



Le produit vectoriel $\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$ étant axial, on en déduit les propriétés de transformation par une symétrie planaire d'un vecteur axial quelconque noté $\tilde{v}$ :

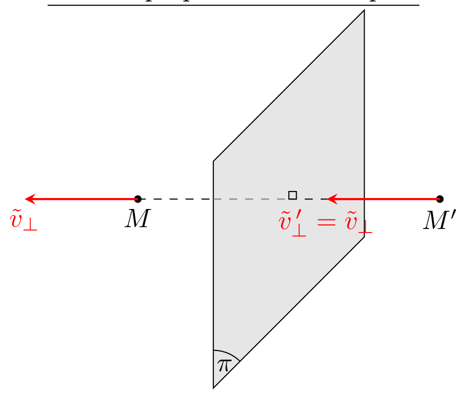
$$\boxed{\text{en } M' = \mathrm{sym}_\pi(M),\ \tilde{v}\,' = -\mathrm{sym}_\pi(\tilde{v})}$$

On distingue deux cas :

Vecteur parallèle au plan




Vecteur perpendiculaire au plan




Pour un vecteur quelconque, on décompose en deux vecteurs :

$$\boxed{\tilde{v} = \tilde{v}_\parallel + \tilde{v}_\perp \quad \Longrightarrow \quad \tilde{v}\,' = -\tilde{v}_\parallel + \tilde{v}_\perp}$$

C'est l'inverse de la transformation d'un vecteur polaire, ce qui est dû à l'inversion de la convention d'orientation de l'espace par une symétrie polaire.

## III. Plan de symétrie ou d'antisymétrie des sources de champ

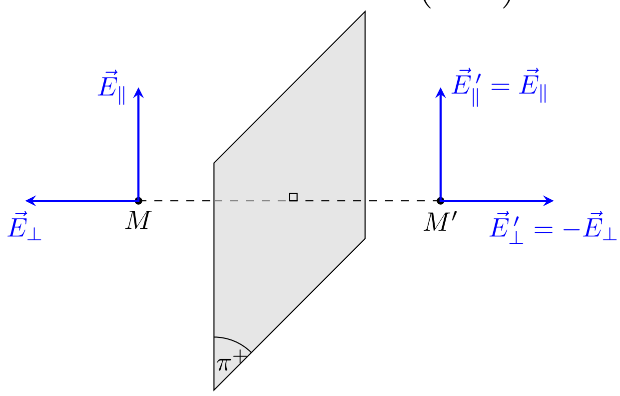
### III.1) Principe de Curie

**Si certaines causes produisent certains effets, alors les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets.**

### III.2) Cas du champ électrique (polaire)

Plan de symétrie des sources

$$\vec{E}\left(\text{sym}_{\pi^+}(M)\right) = +\text{sym}_{\pi^+}\left(\vec{E}(M)\right)$$

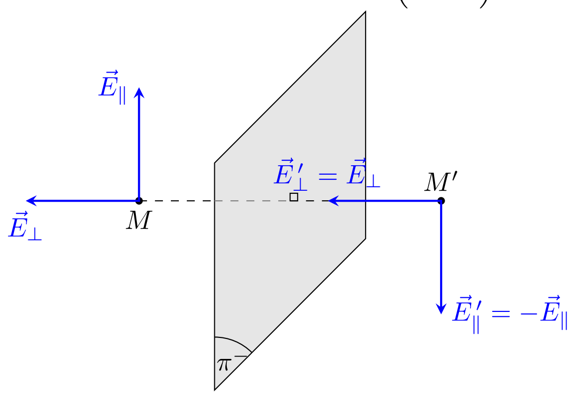



Si $M \in \pi^+$, $\vec{E}_\parallel + \vec{E}_\perp = \vec{E}_\parallel - \vec{E}_\perp$ donc $\vec{E}_\perp = \vec{0}$

$\boxed{\vec{E} \text{ est contenu dans un plan } \pi^+}$

Plan d'antisymétrie des sources

$$\vec{E}\left(\text{sym}_{\pi^-}(M)\right) = -\text{sym}_{\pi^-}\left(\vec{E}(M)\right)$$



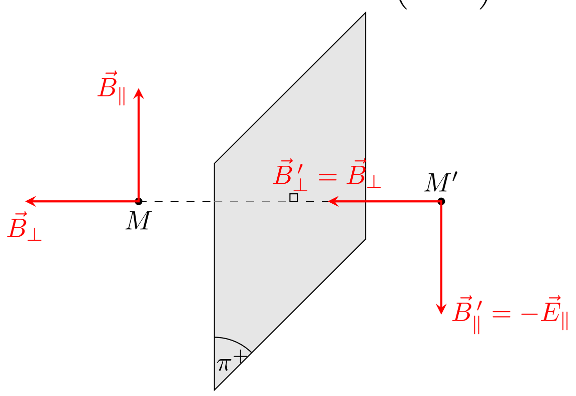

Si $M \in \pi^-$, $\vec{E}_\parallel + \vec{E}_\perp = -\vec{E}_\parallel + \vec{E}_\perp$ donc $\vec{E}_\parallel = \vec{0}$

$\boxed{\vec{E} \text{ est orthogonal à un plan } \pi^+}$

### III.3) Cas du champ magnétique (axial)

Plan de symétrie des sources

$$\vec{B}\left(\text{sym}_{\pi^+}(M)\right) = -\text{sym}_{\pi^+}\left(\vec{B}(M)\right)$$

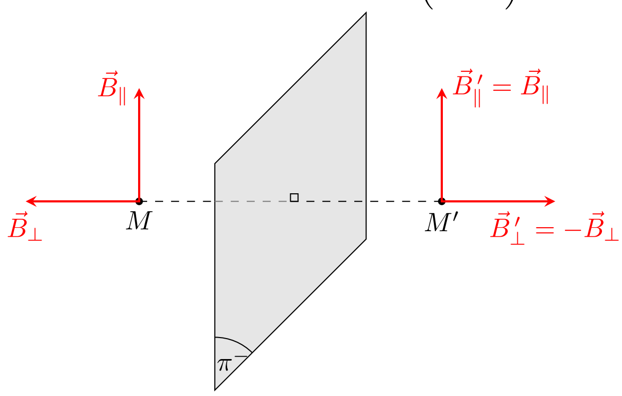



Si $M \in \pi^+$, $\vec{B}_\parallel + \vec{B}_\perp = -\vec{B}_\parallel + \vec{B}_\perp$ donc $\vec{B}_\parallel = \vec{0}$

$\boxed{\vec{B} \text{ est orthogonal à un plan } \pi^+}$

Plan d'antisymétrie des sources

$$\vec{B}\left(\text{sym}_{\pi^-}(M)\right) = +\text{sym}_{\pi^-}\left(\vec{B}(M)\right)$$




Si $M \in \pi^-$, $\vec{B}_\parallel + \vec{B}_\perp = \vec{B}_\parallel - \vec{B}_\perp$ donc $\vec{B}_\perp = \vec{0}$

$\boxed{\vec{B} \text{ est contenu dans un plan } \pi^-}$