Chapitre P20

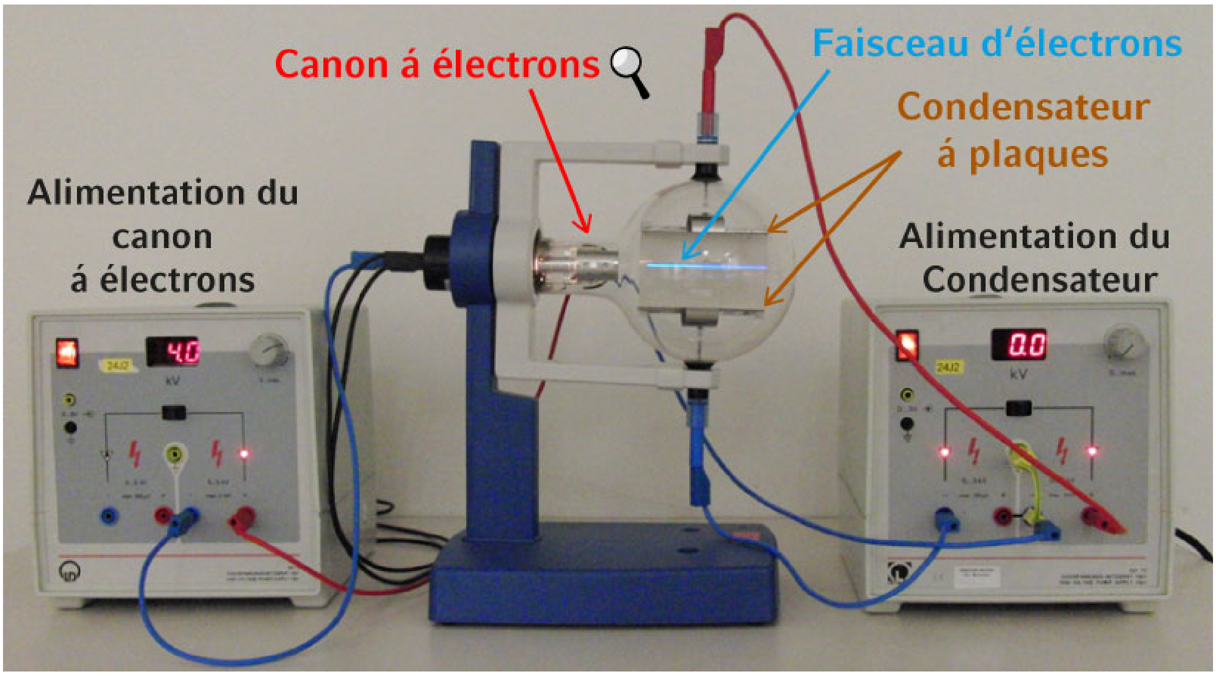
Mouvement de particules chargées

Notions et contenus	Capacités exigibles
Force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle ; champs électrique et magnétique.	Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles.
Puissance de la force de Lorentz.	Justifier qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme.	Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur accélération constant. Effectuer un bilan énergétique pour déterminer la valeur de la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.
Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétostatique uniforme dans le cas où le vecteur vitesse initial est perpendiculaire au champ magnétostatique.	Déterminer le rayon de la trajectoire et le sens de parcours.

Questions de cours

- Exprimer la force de Lorentz. Justifier qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.
- Établir l'énergie cinétique fournie à une particule chargée initialement immobile par une tension accélératrice.
- Établir le rayon de courbure de la trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique perpendiculaire à sa vitesse, en déduire sa vitesse angulaire (pulsation cyclotron).

Document 1. Expérience du canon à électrons



Données pour l'ensemble des exercices :

- masse d'un proton $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$;
- masse d'un électron $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$;
- charge élémentaire $e = 1{,}60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$;
- permettivité du vide : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F \cdot m^{-1}}$
- vitesse de la lumière dans le vide $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$;

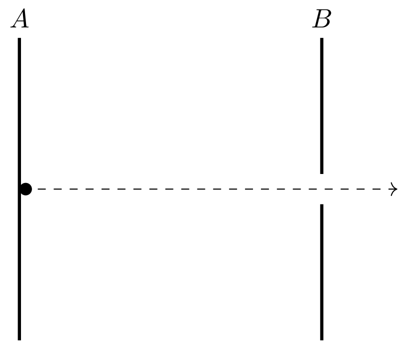
Exercice de cours A. Ordre de grandeur de la force de Lorentz

Soit un proton du vent solaire se déplaçant à la vitesse $v = 3 \times 10^{5}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ dans l'air au voisinnage du sol. Il y règne un champ électrique d'intensité $E = 1 \times 10^{2}\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$ et un champ magnétique $B = 5 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$.

1. Estimer l'intensité des forces électriques et magnétiques exercées sur le proton.
2. Comparer à son poids. Conclure.

Exercice de cours B. Accélération d'électrons

Dans un canon à électrons, les électrons sont arrachés d'une électrode A (au potentiel V_A) et accélérés vers une électrode B (au potentiel V_B).



1. Quel doit être le sens du champ électrique ? En déduire le signe de la tension $U_{AB} = V_A - V_B$.
2. Exprimer la variation d'énergie cinétique de l'électron entre A et B. Quelle est sa valeur pour une tension accélératrice de $1\,\mathrm{V}$? On nomme cette valeur « électronvolt » (eV).
3. Calculer la vitesse d'un électron ayant une énergie cinétique de $1\,\mathrm{eV}$.
4. Dans le synchrotron de Grenoble (ESRF), les électrons acquièrent une énergie cinétique de $6\,\mathrm{GeV}$. En déduire leur vitesse. Commenter.
5. Dans le cadre relativiste, l'énergie cinétique a pour expression $\mathcal{E}_c = (\gamma - 1)mc^2$ où $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ et c est la vitesse de la lumière dans le vide. Déterminer le rapport v/c des électrons de l'ESRF.

Exercice de cours C. Mouvement dans un champ magnétostatique

On considère une particule de charge q et de masse m évoluant dans le plan xOy, soumise à un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e}_z$ uniforme et constant.

1. Exprimer l'accélération de la particule.
2. En se plaçant dans la base de Frenet, déterminer le rayon de courbure de la trajectoire. Caractériser le mouvement de la particule.
3. Exprimer la vitesse angulaire de la particule, nommée pulsation cyclotron ω_c.
4. Indiquer le sens de parcours de la trajectoire, en fonction du signe de la charge de la particule.

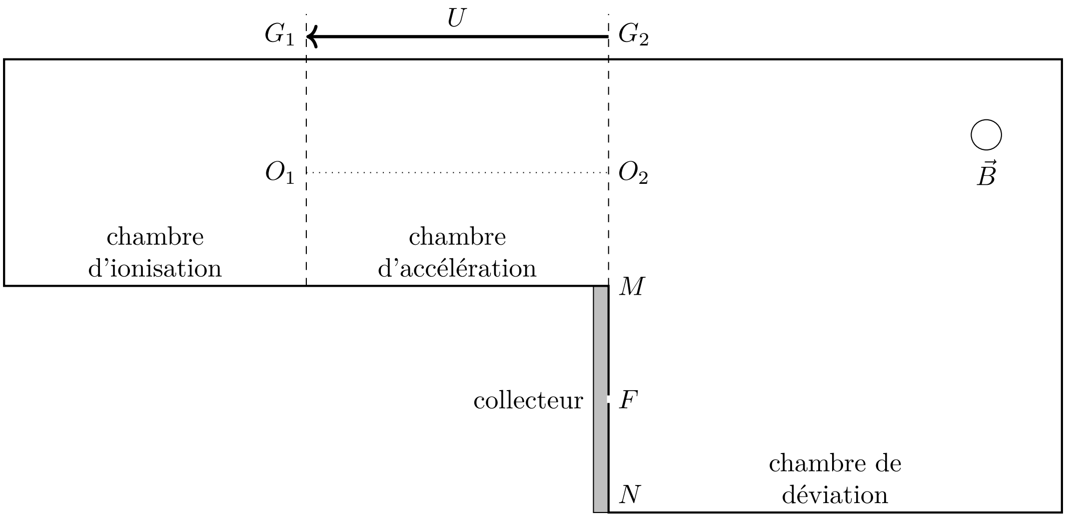
Exercice 1. Spectrographe de masse (★)

Le spectrographe de masse sert à séparer les isotopes d'un même élément. Il est formé de trois chambres où règne un vide très poussé.

— Chambre d'ionisation : on y produit des ions de même charge $q > 0$ mais de masses différentes en fonction de l'isotope.

— Chambre d'accélération : à travers une première fente, les ions pénètrent dans cette chambre en O_1 avec une vitesse négligeable. Ils sont accélérés sous la tension $U = 4{,}00\,\mathrm{kV}$ imposée entre les grilles G_1 et G_2. Ils en sortent en O_2 avec une vitesse v_0.

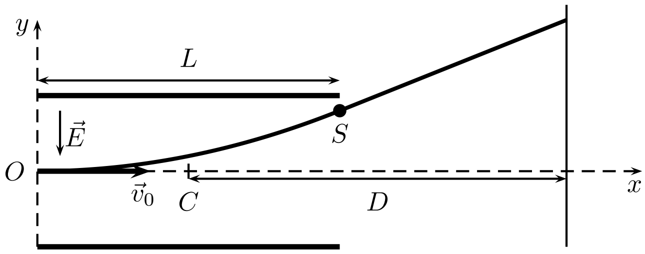
— Chambre de déviation : les ions sont déviés par un champ magnétique $B = 0{,}100\,\mathrm{T}$ perpendiculaire au plan de la figure jusqu'à atteindre un collecteur d'ions MN. Une fente en F sélectionne les ions collectés.



1. Exprimer la vitesse v_0 en fonction de q, m et U.
2. Préciser le sens de $\vec{B}$ sur le schéma afin que les ions puissent être recueillis dans le collecteur C. Exprimer le rayon R de la trajectoire des ions dans la chambre de déviation, en fonction de q, B, m et U.
3. Le zinc possède des isotopes de nombre de masse $A = 68$ et 70. Le zinc est ionisé sous forme Zn^{2+}. À quelle distance de O_2 doit se trouver la fente collectrice si on souhaite recueillir chacun des isotopes ? Quelle doit être la largeur maximale de cette fente pour ne recueillir qu'un seul isotope ?

Exercice 2. Tube à rayons cathodiques (★★)

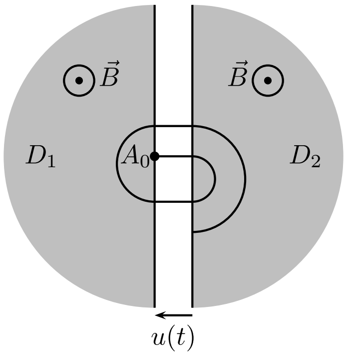
Une cathode émet des électrons qui sont ensuite accélérés avant de pénétrer entre deux plaques métalliques de charges opposées avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_x$ parallèle aux plaques, de norme $v_0 = 2{,}27 \times 10^7\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Entre les plaques de longueur $L = 8{,}50\,\mathrm{cm}$ règne un champ électrique $\vec{E} = -E\vec{e}_y$ uniforme d'intensité $E = 15{,}0\,\mathrm{kV \cdot m^{-1}}$.



1. Calculer la valeur de la tension accélératrice qui a donné leur vitesse aux électrons (on suppose qu'ils sont émis avec une vitesse négligeable par la cathode).
2. Déterminer l'équation de la trajectoire d'un électron entre les plaques.
3. En déduire sa position et sa direction quand il en sort au point S. Montrer que la tangente à sa trajectoire en ce point passe par le centre C des plaques.
4. Quel est son mouvement ultérieur, si on suppose que le champ électrique est nul ? Déterminer la position de son point d'impact sur un écran situé à une distance $D = 20\,\mathrm{cm}$ de C.
5. On souhaite contraindre les électrons à conserver un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\vec{v}_0$ à l'aide d'un champ magnétique. Quelle doit être la direction et l'intensité de ce champ ?

Exercice 3. Cyclotron (★★)

Un cyclotron est un accélérateur de particules qui utilise l'action combinée d'un champ électrique et d'un champ magnétique afin d'accélérer des particules chargées. Le cyclotron est constitué de deux demi-cylindres horizontaux de rayon R très légèrement écartés et creux, les « Ds », au sein desquels règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et constant d'intensité $B = 1{,}60\,\mathrm{T}$. À l'intérieur des Ds, il règne un vide poussé. Entre ces deux Ds une tension u réglable crée un champ $\vec{E}$ perpendiculaire aux faces en regard des Ds.



Des protons sont injectés avec une vitesse négligeable en un point point A_0 situé au niveau du bord de l'un des Ds (voir schéma). La tension u est réglée à la valeur $U = 100\,\mathrm{kV}$.

1. Caractériser le mouvement initial. Déterminer la vitesse $\vec{v}_1$ avec laquelle il pénètre dans le deuxième D.
2. Préciser les caractéristiques du mouvement du proton à l'intérieur du D. Exprimer la durée de ce mouvement. Dépend-elle de la vitesse du proton ?
3. Comment doit être alors la tension pour que le proton soit accéléré dans l'autre sens au sortir du premier D ? En déduire que la tension u doit être alternative. En négligeant la durée du trajet entre les électrodes, trouver la fréquence du générateur.
4. On souhaite que l'énergie finale des protons soit de $20\,\mathrm{MeV}$. En déduire le rayon R du cyclotron.

Exercice 4. Expérience de Rutherford (★★)

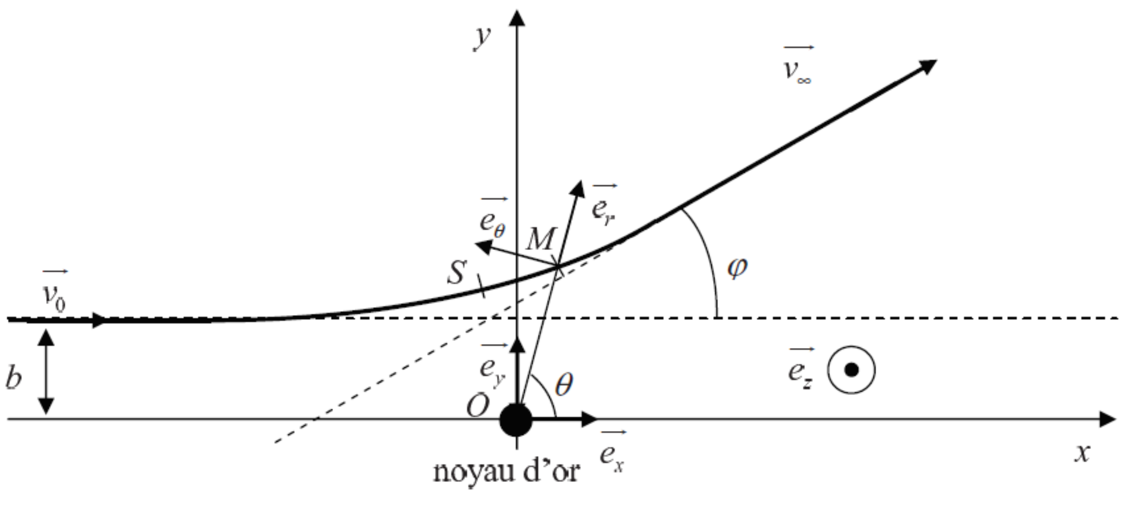
En 1911, le physicien néo-zélandais Ernest Rutherford (1871-1937) a réalisé une expérience cruciale, qui consiste à bombarder une mince feuille d'or avec les particules α émises par un corps radioactif. Il constate que ces particules α ressortent de la feuille métallique, certaines étant fortement déviées voire rebondissant contre la feuille.

Le noyau d'or possède une charge positive $Q = Z\,e$ avec $Z = 79$ le numéro atomique de l'or. Il est supposé immobile dans le référentiel galiléen du laboratoire. Il se situe au point O, origine d'un repère cartésien orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Nous considérons une particule α, de masse $m = 6{,}65 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ et de charge électrique positive $q = 2\,e$, venant initialement de l'infini avec un mouvement rectiligne uniforme caractérisé par un vecteur vitesse $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0) = v_0\,vex$.

On désigne par b le paramètre d'impact, c'est-à-dire la distance du point O à la trajectoire de la particule à l'infini (voir figure).

La position de la particule est repérée par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.



Donnée : on notera $K = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} = 2{,}31 \times 10^{-28}\,\mathrm{N \cdot m^2}$.

1. Donner l'expression vectorielle de la force qui s'exerce sur la particule α.
2. En déduire la conservation de la quantité $C = r^2\dot{\theta}$ que l'on exprimera en fonction de b et v_0.
3. Montrer que l'énergie mécanique $\mathcal{E}_m$ de la particule α est constante et l'écrire sous la forme

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \mathcal{E}_{p,\text{eff}}(r)$$

   où l'on exprimera l'énergie potentielle effective $\mathcal{E}_{p,\text{eff}}(r)$ en fonction de r, C, m, Z et K. En déduire que seul un état de diffusion est possible.
4. Dans l'expérience de Rutherford, les particules α ont une énergie mécanique $\mathcal{E}_m = 5{,}0\,\text{MeV}$. Déterminer v_0 en négligeant les effets relativistes. Cette hypothèse est-elle cohérente ?
5. Déterminer la distance minimale d'approche $d_{\min}$ de la particule α dans le cas d'un choc frontal ($b = 0$). Comparer au rayon d'un noyau d'or $r_{\text{Au}} = 7{,}0 \times 10^{-15}\,\text{m}$.

Exercice 5. Modèle planétaire de l'atome (★★)

Après avoir découvert l'existence d'un noyau positif compact au centre des atomes, Rutherford a proposé un modèle analogue au système solaire : les électrons orbitent autour du noyau comme les planète autour du Soleil.

On s'intéresse ici à l'atome d'hydrogène, qui ne possède qu'un seul électron. Le noyau est considéré comme ponctuel situé en un point O d'un référentiel galiléen.

1. Rappeler l'expression de la force coulombienne exercée par le noyau d'hydrogène sur l'électron situé à une distance r du noyau. Donner l'énergie potentielle associée.
2. Justifier que le mouvement de l'électron est dans un plan contenant O.
3. On suppose ce mouvement circulaire de rayon r et de centre O. Déterminer la vitesse de l'électron et la période de son mouvement. En déduire son énergie mécanique en fonction de r.
   Applications numériques pour $r = a_0 = 52{,}9\,\text{pm}$ (qui est le rayon de l'atome d'hydrogène).

D'après la théorie de l'électromagnétisme, un électron en mouvement accéléré d'accélération $\vec{a}$ émet un rayonnement électromagnétique de puissance $\mathcal{P} = \dfrac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}a^2$ où $a = ||\vec{a}||$.

4. Quel est l'effet de ce rayonnement sur l'énergie mécanique de l'électron ? Comment évolue le rayon de sa trajectoire ?
5. Identifier un temps caractéristique de ce phénomène. Donner son ordre de grandeur. Que peut-on conclure sur le modèle de Rutherford ?

Réponses

Exercice 1 : 1. $v_0 = \sqrt{\dfrac{2qU}{m}}$; 2. $R = \sqrt{\dfrac{2mU}{qB^2}}$.

Exercice 2 : 1. $U = 1{,}5\,\text{kV}$; 2. $y = \dfrac{eEx^2}{2mv_0^2}$; 4. $y_D = 8{,}7\,\text{cm}$; 5. $B = 6{,}6 \times 10^{-4}\,\text{T}$.

Exercice 3 : 1. $v_1 = 4{,}4 \times 10^6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; 3. $f_c = 24\,\text{MHz}$; 4. $R = 0{,}41\,\text{m}$.

Exercice 4 : 2. $C = -bv_0$; 4. $v_0 = 1{,}6 \times 10^7\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; 5. $d_{\min} = 4{,}6 \times 10^{-14}\,\text{m}$.

Exercice 5 : 3. $v = 2{,}19 \times 10^6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $T = 1{,}52 \times 10^{-16}\,\text{s}$; $\mathcal{E}_m = -13{,}6\,\text{eV}$.