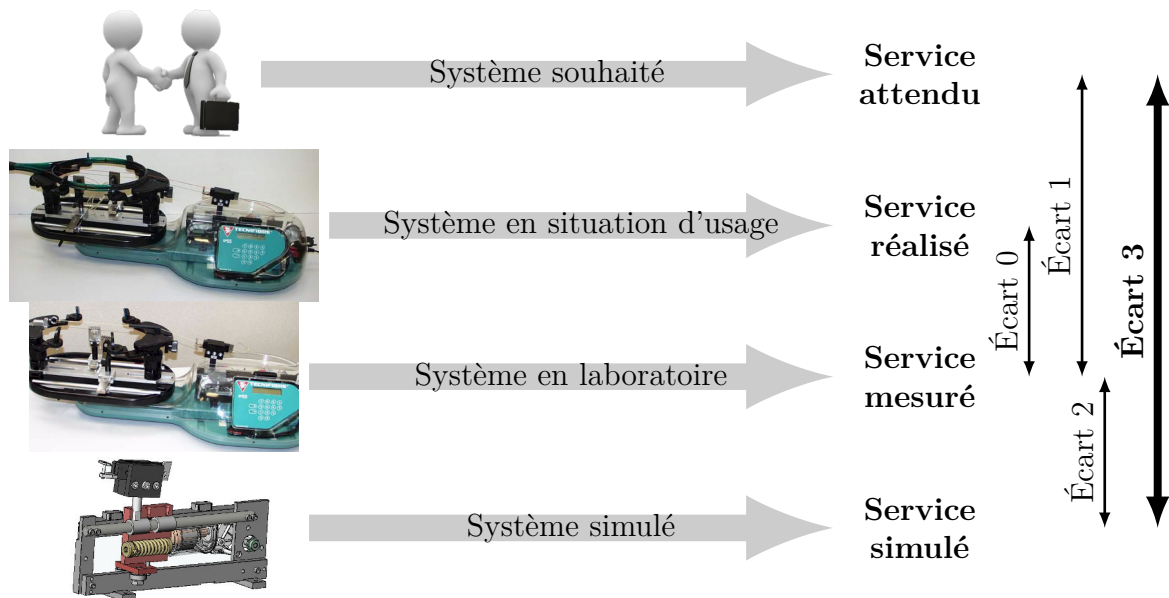


Architecture des chaînes de solides et théorie des mécanismes

— *TDs* —



Écart 0 – évalue la fiabilité et la fidélité du système de laboratoire didactisé par rapport au système réel. Il répond aux questions « le système de laboratoire est-il représentatif du système réel ? Permet-il de l'étudier de manière fiable ? »

Écart 1 – évalue le respect du CDCF par le système réel sur prototype instrumenté en laboratoire. Il répond à la question « le système réalisé, répond-il au CDCF ? ».

Écart 2 – évalue la fiabilité du modèle et de ses hypothèses. Il répond à la question « le modèle est-il correct ? ».

Écart 3 – évalue, en phase de conception, le respect du CDCF à partir d'un modèle simulé. Il répond à la question « le modèle du système satisfait-il les exigences du CDCF ? ».

Activités de TD

Exercices

Exercice 1 – Recherche de liaisons équivalentes	3
Exercice 2 – Machine à mesurer tridimensionnelle	4
Exercice 3 – Pompe à pistons axiaux	5
Exercice 4 – Axe d'un robot cartésien d'une cellule d'injection	7
Exercice 5 – Fouloir d'un mélangeur à rotors engrenants	13
Exercice 6 – Train d'atterrissage d'hélicoptère	15



Nicolas Mesnier, lycée international Jean Perrin, Lyon

Compléments & mises à jour sur le site des MPSI

<https://cahier-de-prepa.fr/mpsi-perrin>

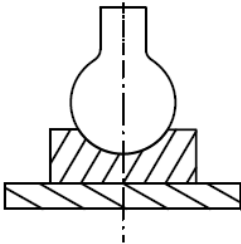
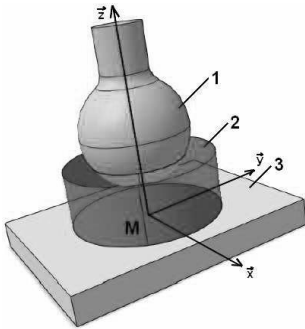
— Version du 20 avril 2026 —

— EXERCICE 1 —

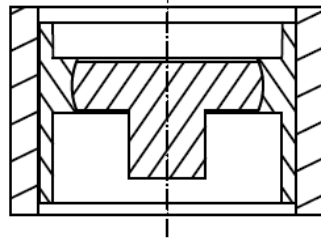
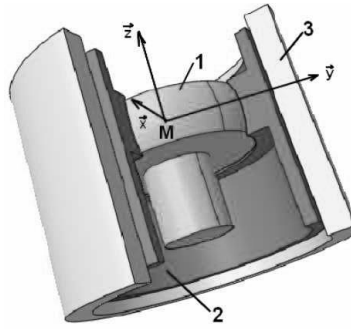
Recherche de liaisons équivalentes

Objectif

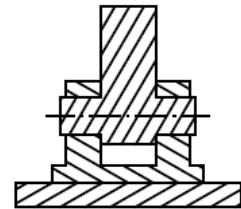
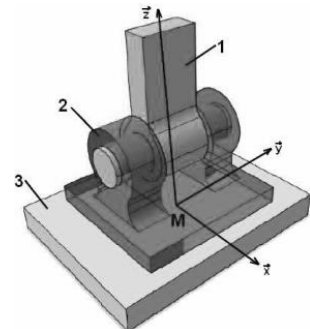
Déterminer la liaison équivalente de liaisons en série.



Cas n° 1



Cas n° 2



Cas n° 3

Question 1.1. Déterminer, pour chacun des trois cas, la liaison équivalente aux deux liaisons en série. Préciser ses degrés de mobilité utile et interne.

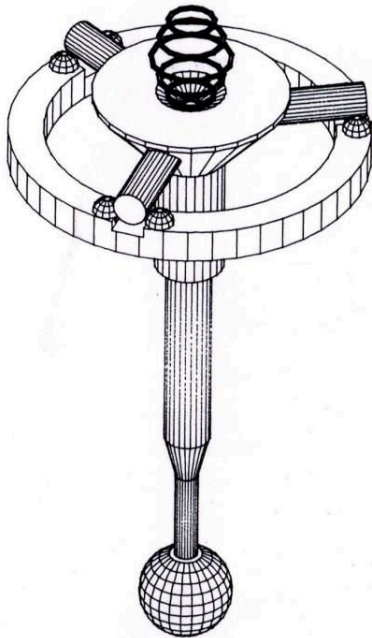
Question 1.2. Préciser l'intérêt de réaliser des liaisons associées à un modèle de contact de type linéique ou ponctuel par l'intermédiaire de contacts surfaciques.

Machine à mesurer tridimensionnelle

Objectif

Déterminer la liaison équivalente de liaisons en parallèle pour la solution retenue pour la liaison entre le palpeur et le corps du palpeur sur une machine à mesurer tridimensionnelle.

Les machines à mesurer tridimensionnelles utilisent généralement des palpeurs à déclenchement dynamique. La liaison entre le palpeur et le corps du palpeur est appelée liaison de BOYS. Cette liaison est réalisée par trois sphère-cylindre à 120° les unes des autres.



Question 2.1. Réaliser le graphe de structure, puis le schéma cinématique de cette liaison de BOYS.

Question 2.2. Déterminer, en utilisant la méthode cinématique, la liaison équivalente entre le corps du palpeur et le palpeur.

Question 2.3. Déterminer, en utilisant la méthode statique, la liaison équivalente entre le corps du palpeur et le palpeur.

Question 2.4. Conclure si le modèle de la liaison équivalente obtenu est isostatique ou hyperstatique.

— EXERCICE 3 —

Pompe à pistons axiaux

Objectif

Déterminer la liaison équivalente de liaisons en série sur une pompe à pistons axiaux.

Pour alimenter les différents actionneurs hydrauliques utilisés dans la transmission de puissance pour des systèmes embarqués sur des camions tels que les vérins de bennes, les hayons élévateurs ou encore les bras de manutention, la pompe hydraulique à pistons axiaux du fabricant HYDRO-LEDUC rencontre un franc succès.



On présente le dessin d'ensemble de cette pompe sur la figure 3.1.

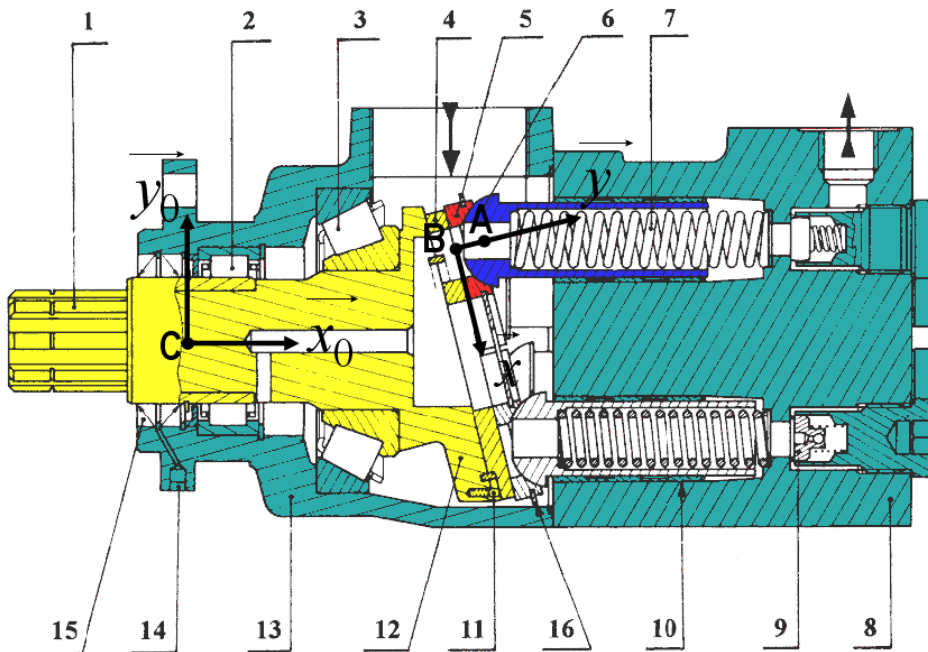


FIGURE 3.1 – Dessin d'ensemble.

Un arbre **1**, portant le plateau came **12**, tourne et provoque le mouvement alternatif des pistons **6** rappelés par les ressorts **7**. L'entrée du fluide se fait par un sillon fraisé dans la plaque **4** maintenue lors de la rotation par l'intermédiaire d'un pion **11**. Le refoulement se fait par les clapets anti-retour **9**. Chaque piston **6** s'appuie sur la plaque par l'intermédiaire d'un plot en bronze **5**. Les efforts transmis à l'axe sont supportés par les roulements **2** et **3**. Les pistons coulisent dans des coussinets en bronze **10** montés dans le corps **8**. L'étanchéité au niveau de l'arbre est réalisée par deux joints à lèvres **15**.

Question 3.1. *Réaliser le graphe de structure, puis le schéma cinématique de la pompe à pistons axiaux.*

Question 3.2. *Donner le torseur cinématique de la liaison entre le plot en bronze **5** et l'arbre **1** (via le plateau à came **12**).*

Question 3.3. *Donner le torseur cinématique de la liaison entre un piston **6** et le plot en bronze **5**.*

Question 3.4. *Déterminer le torseur cinématique de la liaison équivalente entre un piston **6** et l'arbre **1**. Donner son nom et son paramétrage.*

Question 3.5. *Vérifier, par une approche statique, la nature de la liaison équivalente trouvée.*

Question 3.6. *Réaliser le schéma cinématique minimal de la pompe.*

Question 3.7. *Donner les raisons pour lesquelles le concepteur de la pompe a choisi d'utiliser une liaison en série avec l'usage des plots **5**.*

Axe d'un robot cartésien d'une cellule d'injection

Objectif

Déterminer le degré d'hyperstatisme de la liaison glissière d'un axe de robot cartésien de déchargement d'une cellule d'injection.

Le sujet porte sur une cellule d'injection automatisée produisant des pièces injectées (figures 4.1 et 4.2). Les pièces produites sont des ardoises composées d'un insert en carton plastifié surmoulé pour obtenir un bord plastifié autour de celui-ci. Les inserts sont déposés dans le moule de la presse avant la fermeture du moule. Le moule comporte des empreintes afin de réaliser deux ardoises par cycle.



FIGURE 4.1 – Cellule d'injection.

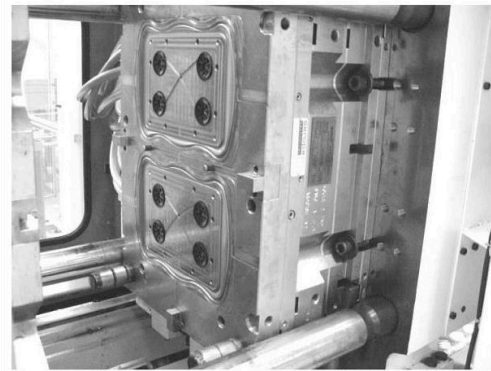


FIGURE 4.2 – Moule mobile.

La cellule d'injection est constituée des sous-ensembles suivants (figure 4.3) :

- deux magasins (1.1 et 1.2) d'inserts (cartons bruts) comportant deux racks de deux rangées de cartons chacun ;
- un robot de chargement/déchargements de la presse (robot 1) équipé d'un double préhenseur avec deux jeux de ventouse. Le premier préhenseur, avec ses ventouses V1, récupère les ardoises moulées sur le moule fixe. Le deuxième préhenseur, avec ses ventouses V1, récupère les ardoises moulées sur le moule fixe. Le deuxième préhenseur, avec ses ventouses V2, assure la prise et la dépose des ardoises brutes. Il est équipé d'une unité de rotation à 90° pour effectuer le changement d'orientation entre le préhenseur dans les magasins 1.i et la dépose des inserts sur le moule mobile ;
- une presse d'injection permettant de mouler deux ardoises simultanément ;
- un robot de palettisation (robot 2) des ardoises finies équipé d'un préhenseur à ventouses ;
- une zone de dépose par le robot 1 des ardoises finies constituée de deux supports D1 et D2 ;

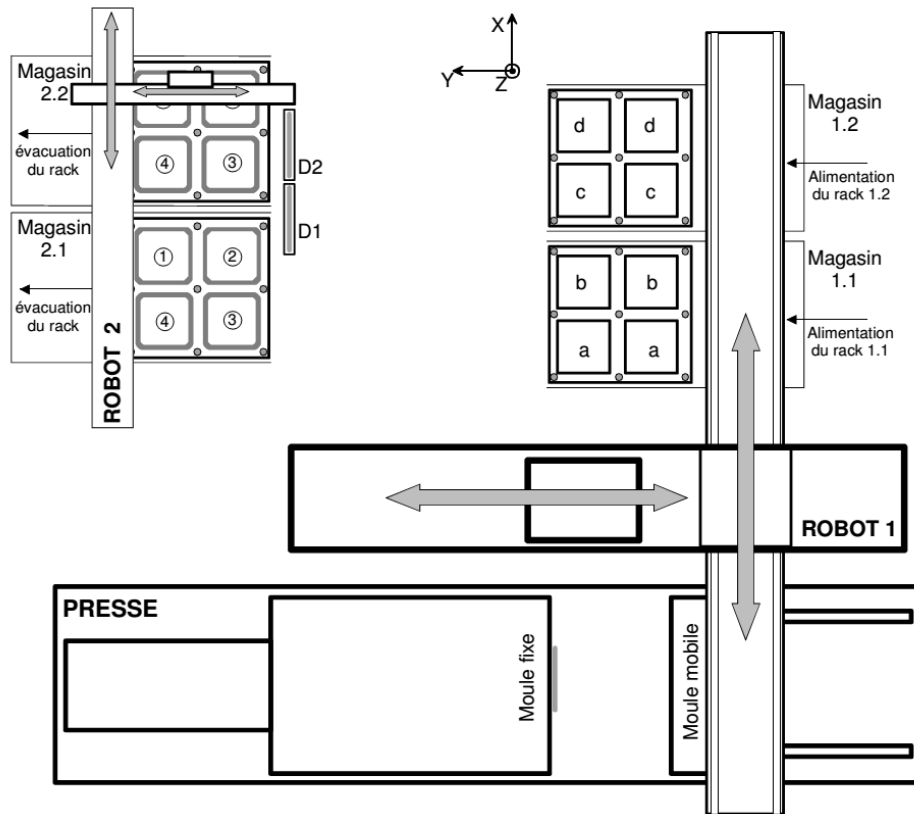


FIGURE 4.3 – Descriptif de la cellule d’injection.

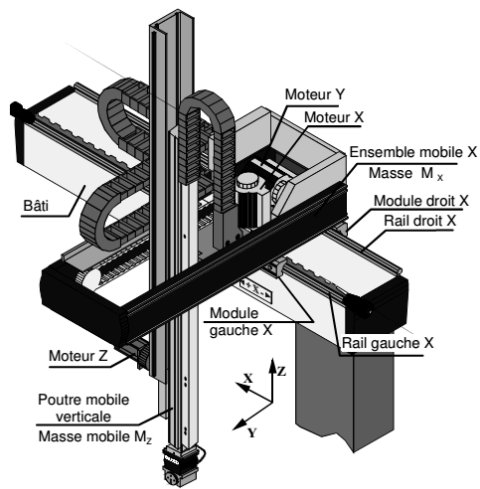
- deux magasins (2.1 et 2.2) de pièces finies comportant chacun un rack de quatre ardoises empilées à plat.

Le déchargement représente un enjeu stratégique : la durée du cycle du robot pour récupérer la pièce dans le moule engendre un coût non négligeable sur le prix final de la pièce puisqu’il n’y a pas d’injection pendant ce temps. Le déchargement des presses d’injection est généralement effectué automatiquement par des robots 3 axes cartésiens, voire par des robots 6 axes lorsque des problèmes de dégagement imposent des trajectoires complexes de la pièce hors du moule. Il est ici réalisé par un robot cartésien : le robot 1.

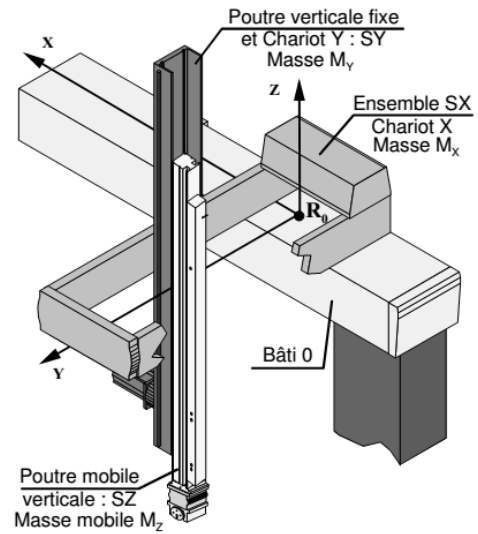
La translation dans la direction \vec{x} est assurée par un système de transformation de mouvement de type pignon-crémaillère. Le guidage de l’ensemble mobile X est réalisé par deux modules linéaires (figure 4.4). Chaque module est composé d’un profilé en aluminium et de deux chariots équipés de galets. Les galets de chaque module roulent sur un rail fixé sur le bâti.

4.1 Liaison équivalente du module X gauche

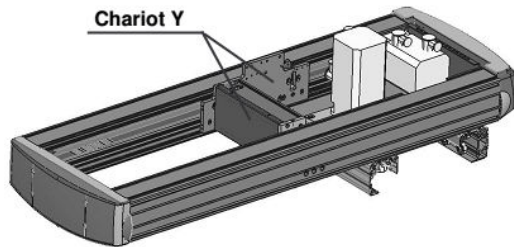
Le module gauche est donc composé d’un profilé aluminium à l’intérieur duquel sont fixés deux chariots porte-galets (figure 4.5). Ce module composé du profilé et des chariots porte-galets, est mobile sur le rail de guidage fixe.



Robot 1 (préhenseur non représenté)



Différents sous-ensembles mobiles

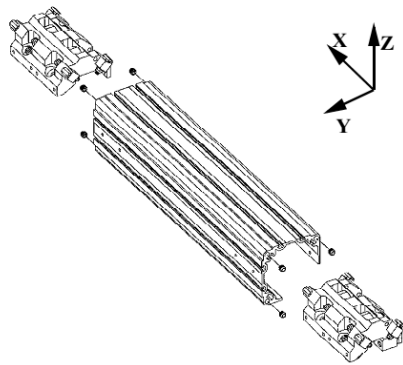


Cellule d'injection

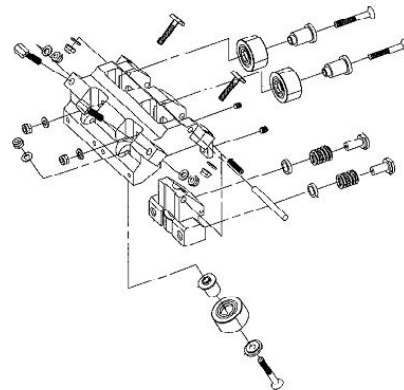


Moule mobile

FIGURE 4.4 – Descriptif du robot 1.



Assemblage des chariots à l'intérieur du profilé



Fixation des galets sur un chariot

FIGURE 4.5 – Composition du module X côté gauche.

Un modèle simplifié de l'un des chariots est représenté en deux dimensions sur la figure 4.6. On néglige la présence du galet 6 en considérant la distance entre les galets supérieurs 5 et 6 négligeable devant la distance entre les deux chariots assemblés sur le

profilé. Les galets repérés i ont un rayon R_0 et sont en liaison pivot avec le chariot **1**. Chaque galet est lié au rail cylindrique **0** par une liaison sphère-plan définie par :

- l'axe (A_5, \vec{z}) pour le galet 5 ;
- l'axe (A_4, \vec{y}) pour le galet 4 ;
- l'axe (A_7, \vec{y}_7) pour le galet 7 ;

Le référentiel lié au rail repère **0** est supposé galiléen et muni de la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. Le levier **3** est en liaison pivot d'axe (P, \vec{x}) avec le chariot ; un ressort K_y exerce un effort entre cette pièce et le chariot **1**.

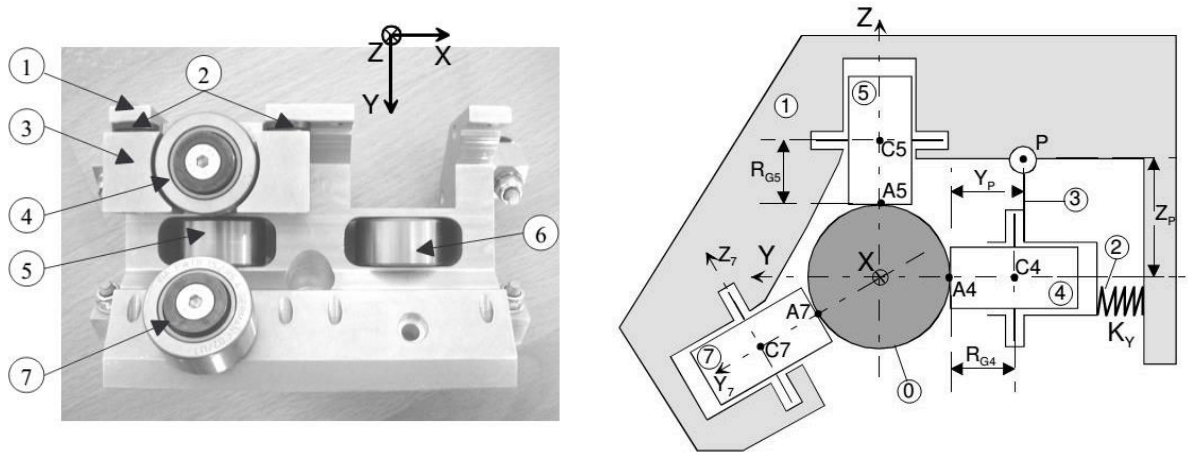


FIGURE 4.6 – Modélisation d'un chariot gauche.

On se propose tout d'abord de déterminer la liaison équivalente entre le chariot gauche **1**, modélisé sur la figure 4.6 et le rail **0** appartenant au bâti.

Question 4.1. Réaliser le graphe de structure faisant intervenir toutes les liaisons identifiées entre les différentes pièces du chariot et le bâti repérés sur la figure 4.6 (pièces 0, 1, 3, 4, 5 et 7).

Question 4.2. Pour le sous-ensemble en série constitué du rail **0**, du galet **5** et du chariot **1**, montrer que la liaison équivalente entre le rail et le chariot est une liaison sphère-plan. En déduire, pour le sous-ensemble en série constitué du rail **0**, du galet **7** et du chariot **1**, la liaison équivalente entre le rail **0** et le chariot **1**.

Question 4.3. Pour le sous-ensemble en série constitué du rail **0**, du galet **4**, du levier **3** et du chariot **1**, et sans tenir compte du ressort (pièce déformable), montrer que la liaison équivalente entre le rail **0** et le chariot **1** n'entre pas en compte dans la liaison globale en déterminant le torseur cinématique équivalent.

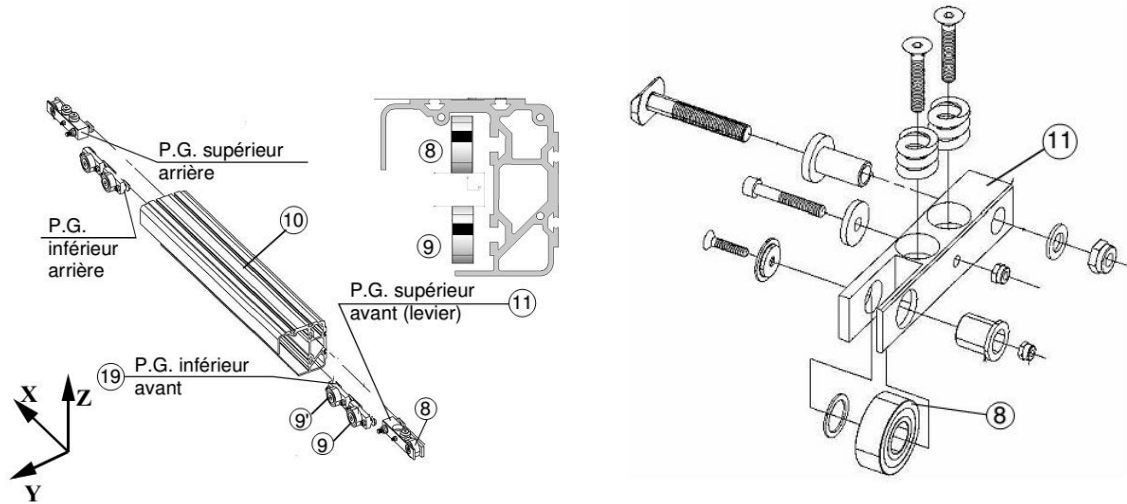
Quel le rôle de ce sous-ensemble si l'on prend en compte le ressort K_y ?

Question 4.4. Donner la liaison équivalente globale entre le chariot **1** et le bâti **0**.

Question 4.5. Déterminer alors la liaison globale réalisée par les deux chariots constituant le module X gauche de la liaison glissière (figure 4.5).

4.2 Liaison équivalente du module X droit

Le module droit est également composé d'un profilé aluminium à l'intérieur duquel sont fixés quatre porte-galets (P.G.) moins massifs (figure 4.7). De la même façon, ces galets roulent sur un rail fixe, mais de section rectangulaire (figure 4.4). Les porte-galets sont directement fixés au profilé : nous désignerons « chariot » l'ensemble constitué d'un porte-galet supérieur {11, 8}, d'un porte-galets inférieur {9, 9', 19} et d'une partie du profilé 10.



Assemblage des P.G. à l'intérieur du profilé

Fixation du galet 8 sur le levier 11

FIGURE 4.7 – Composition du module X côté droit.

Un modèle simplifié du chariot avant est représenté en deux dimensions sur la figure 4.8. On néglige la présence du galet 9' en considérant la distance entre les galets inférieurs 9 et 9' négligeable devant la distance entre les deux P.G. inférieurs avant et arrière 19 (figure 4.7). Le galet 8, de rayon R_{G8} , est en liaison pivot d'axe (C_8, \vec{y}) avec le levier 11. Le levier 11 est en liaison pivot d'axe (P_{11}, \vec{y}) avec le profilé 10. Un ressort K_z exerce un effort entre cette pièce et le levier. Le galet 9, de rayon R_{G9} , est en liaison pivot d'axe (C_9, \vec{y}) avec le profilé 10 (liaison encastrement entre 19 et 10). Chaque galet, de profil bombé, est lié au rail rectangulaire 0 par une liaison assimilée à une sphère-plan définie par :

- l'axe (A_8, \vec{z}) pour le galet 8 ;
- l'axe (A_9, \vec{z}) pour le galet 9.

Le référentiel lié au rail repère 0 est supposé galiléen et muni de la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

On se propose de déterminer la liaison équivalente entre le module droit 10 représenté sur la figure 4.8 et le rail appartenant au bâti.

Question 4.6. Réaliser le graphe de structure faisant apparaître les liaisons entre les différentes pièces du chariot et le bâti repérés sur la figure 4.8 (pièces 0, 8, 9, 10 et 11).

Question 4.7. En déduire la liaison équivalente globale entre le demi-chariot avant 10 et le bâti 0.

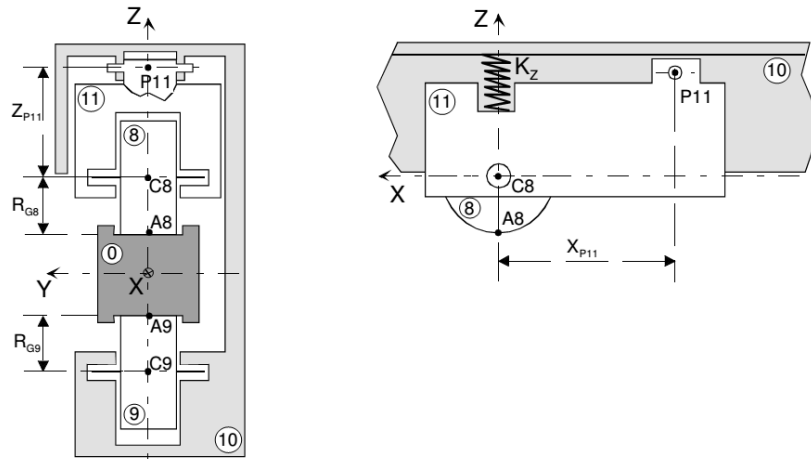


FIGURE 4.8 – Modélisation d'un chariot droit.

Question 4.8. Déterminer alors la liaison globale réalisée par les chariots avant et arrière constituant le module X droit de la liaison glissière (figure 4.7).

4.3 Liaison équivalente complète de la glissière X

Question 4.9. Dédire des études précédentes que la liaison globale constituée du module X gauche et du module X droit (c'est-à-dire la liaison entre le sous-ensemble SX par rapport au bâti 0) est une liaison glissière de direction \vec{x} .

Question 4.10. Déterminer le degré d'hyperstatisme h de cette liaison.

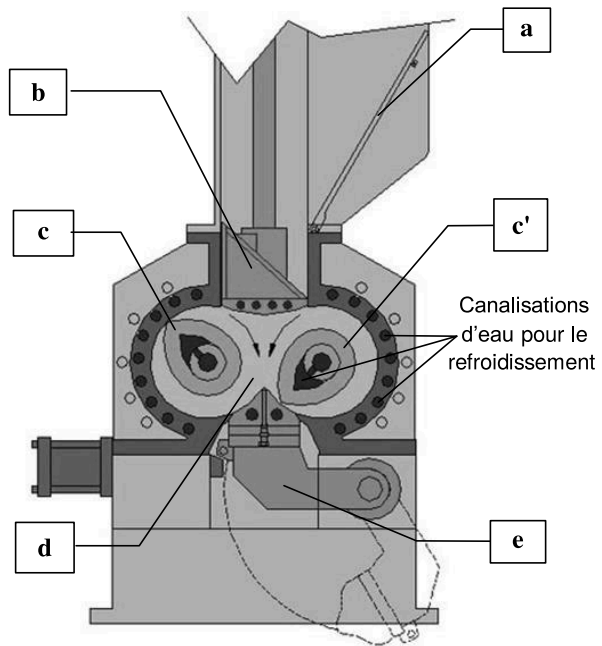
Fouloir d'un mélangeur à rotors engrenants

Objectif

Analyser l'hyperstatisme du modèle retenu pour la structure mécanique du fouloir hydraulique d'un mélangeur à rotors engrenants et les conditions géométriques associées dans le but de vérifier le bon contrôle de l'effort exercé par le fouloir.

Un mélangeur à rotors engrenants est une machine utilisée dans l'industrie pour effectuer le mélange de caoutchouc et d'additifs éventuel, notamment pour la fabrication des pneumatiques. L'étude menée ici porte sur le modèle *K5* de la société Farrel. Il est principalement constitué de :

- une porte de chargement du caoutchouc et des différents additifs **a** ;
- un fouloir **b** permettant de pousser les différents ingrédients vers la chambre de mélangeage ;
- deux rotors à axes parallèles tournant en sens inverses **c** et **c'** ;
- une chambre de mélangeage **d** ;
- une porte de déchargement **e**.



Le modèle *K5* permet le mélange de 100 kg de matière dans une chambre ayant une contenance de 145 L. Ce mélangeur a une masse totale de 15 t, dont 2,5 pour le seul moteur électrique permettant l'entraînement des rotors.

Les caractéristiques du mélange obtenu dépendent, en plus des caractéristiques du caoutchouc utilisé et des différents additifs, des conditions dans lesquelles s'effectue le mélange. Il est donc important de maîtriser durant le processus de mélange, des paramètres comme la vitesse de rotation des rotors, l'effort exercé par le fouloir, ou la température dans la chambre.

La figure 5.1 présente la structure mécanique choisie pour le fouloir hydraulique utilisé sur le modèle de mélangeur *K5*. Le déplacement du fouloir est effectué par deux vérins hydrauliques, formés respectivement des pièces **6** et **7**, et **6'** et **7'**. Les efforts à développer par ces deux vérins étant très importants, la structure mécanique du guidage du fouloir dans le bâti doit être suffisamment rigide.

Question 5.1. À partir du schéma cinématique de la figure 5.1, réaliser le graphe de structure du guidage du fouloir dans le bâti du mélangeur. Donner son nombre cyclomatique.

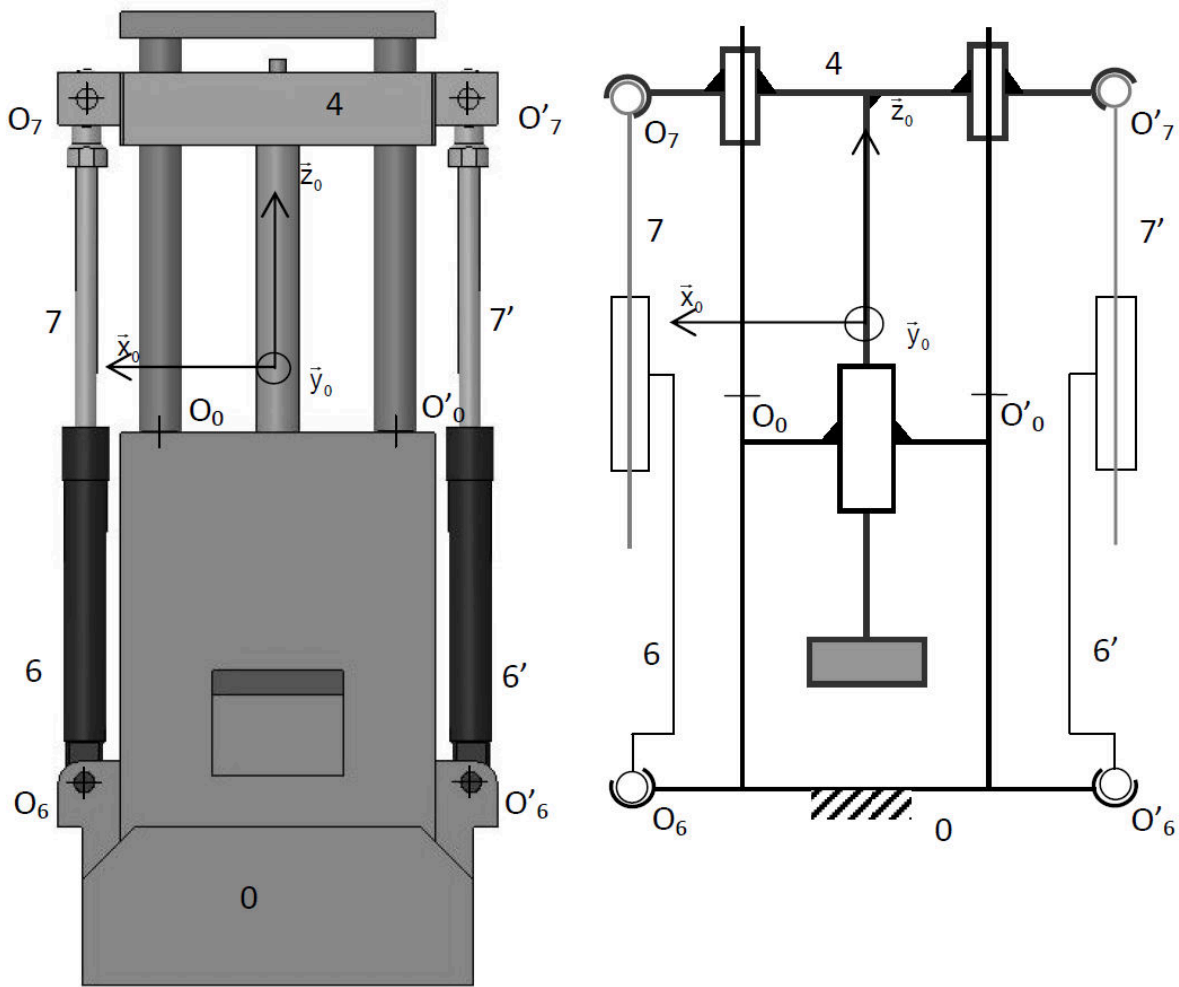


FIGURE 5.1 – Schéma cinématique du guidage du fouloir.

Question 5.2. *Par analyse du mécanisme, donner le degré de mobilité m en détaillant le nombre de mobilités utiles m_u et le nombre de mobilité internes m_i .*

Question 5.3. *Calculer, en détaillant la démarche utilisée, le degré d'hyperstatisme h du guidage du fouloir hydraulique.*

On désire maintenant analyser plus finement l'hyperstatisme du guidage du fouloir hydraulique dans le bâti du mélangeur. On considère dès lors que le mécanisme n'est plus constitué que des solides **0** et **4**.

Question 5.4. *Déterminer, à l'aide de la méthode cinématique, la liaison équivalente entre les solides **0** et **4**.*

Question 5.5. *Calculer, en détaillant la démarche utilisée, le degré d'hyperstatisme de la liaison entre les solides **0** et **4**. Conclure quant au montage des vérins sur la structure formée des solides **0** et **4**.*

Train d'atterrissage d'hélicoptère

Objectif

Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle de la solution d'amortissement d'un train d'atterrissage principal d'un hélicoptère militaire.

Parmi les hélicoptères lourds de dernière génération, le NH90 (NATO Helicopter) est un hélicoptère biturbine européen de transport militaire de la classe des 10 tonnes conçu entre la France, l'Allemagne, l'Italie et les Pays-Bas, rejoints par le Portugal en juin 2001 et la Belgique en 2006. Le NH90 se décline en deux versions : TTH (transport tactique) et NFH (lutte anti-surface et anti-sous-marine).



Comme pour les avions, le vol d'un hélicoptère présente plusieurs phases. Cependant la comparaison ne va guère plus loin, car son principe de sustentation, conduit à des mouvements par nature instables qui sont plus délicats à contrôler que ceux d'un avion. Ainsi certaines situations de vol sont à éviter comme les descentes rapides. Les phases d'approche, de décollage et d'atterrissage sont également des phases critiques où le pilote doit faire face aux effets de paroi ou de sol sur le flux d'air brassé par les pales. Le contrôle de ces phases est toujours délicat et l'atterrissage d'un hélicoptère, surtout pour les plus lourds, conduit le plus souvent à une mise en contact avec le sol relativement violente. La phase d'atterrissage peut se scinder en deux temps : la descente vers le sol et le contact avec le sol.

Afin d'optimiser au maximum la phase de contact avec le sol et de permettre au pilote de poser l'hélicoptère sans l'endommager, le train d'atterrissage de l'hélicoptère doit répondre à un certain nombre d'exigences, comme :

- supporter le poids de l'hélicoptère et de son chargement à l'équilibre, d'une masse totale pouvant aller jusqu'à 10 600 kg ;
- absorber et accumuler l'énergie cinétique de l'hélicoptère, afin d'empêcher le retournement de l'hélicoptère en limitant l'accélération angulaire de la queue de l'hélicoptère sous une valeur de $3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et d'empêcher la mise en résonance de l'appareil en maintenant la pulsation d'oscillation de la queue sous sa pulsation propre.

La solution apportée par la société Fokker-Stork est fondée sur un train à roues munies d'amortisseurs. En effet les atterrisseurs à patins munis de dispositifs amortisseurs ne sont pas adaptés à des appareils qui dépassent les 4 tonnes et des vitesses d'impact supérieures à environ $1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.



FIGURE 6.1 – Appontage d’un NH90 NFH.

Comme le montre la figure 6.1, le train principal constitué de deux roues simples est installé dans le fuselage central et le train auxiliaire constitué de deux roues jumelées de direction dans la partie avant du fuselage. Des caissons permettent d’escamoter les trains d’atterrissage lors du vol. Une jambe du train principal est constitué de :

- une roue munie d’un pneumatique ;
- un bras oscillant ;
- un vérin amortisseur, composé d’un piston et d’un cylindre ;
- un triangle anti-vrillage, appelé compas ;
- un vérin de rétractation, composé d’un piston rétractable et d’un cylindre.

Le train auxiliaire, situé à l’avant, est constitué de :

- deux roues jumelées ;
- un tube coulissant amortisseur ;
- un triangle anti-vrillage, appelé compas ;
- un support principal pivotant autour de l’axe vertical.

La figure 6.2 montre en détail les trains principaux et auxiliaires et la figure 6.3 présente le schéma cinématique de la structure d’une jambe du train principal.

Question 6.1. Réaliser le graphe de structure d’une jambe du train principal et préciser son nombre cyclomatique γ .

Question 6.2. Donner le degré de mobilité m de cet ensemble en détaillant le nombre de mobilités utiles m_u et le nombre de mobilités internes m_i .

Question 6.3. Calculer, en détaillant la démarche utilisée, le degré d’hyperstatisme h de cet ensemble.

Question 6.4. Préciser, en argumentant votre réponse, la nature et la direction des degrés de liberté qu’il serait nécessaire de « relâcher » pour rendre le modèle isostatique.

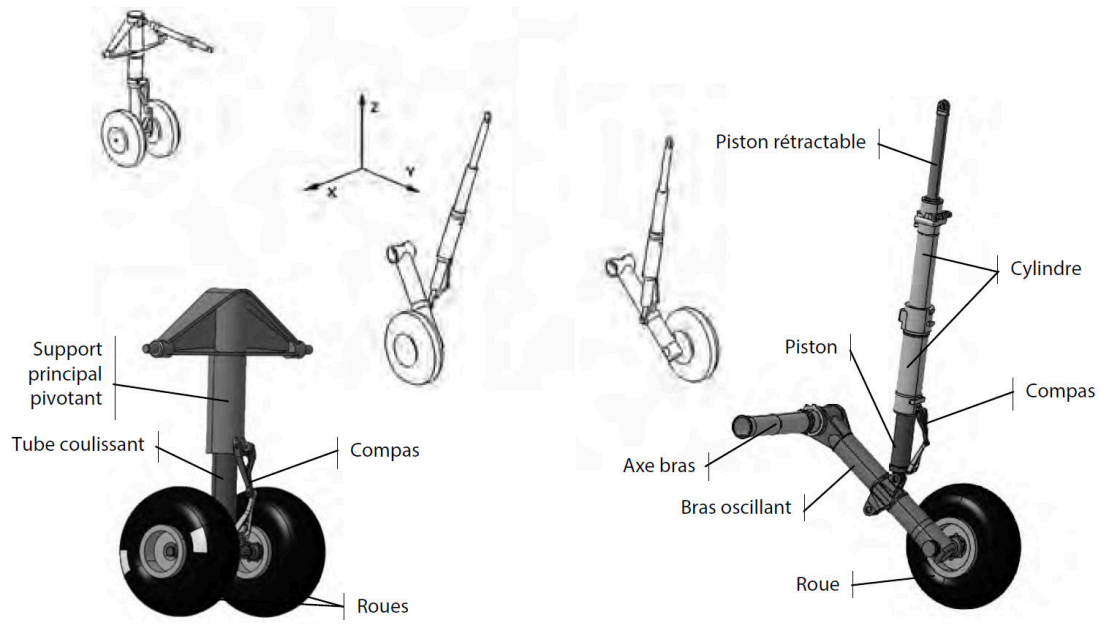


FIGURE 6.2 – Détail du train auxiliaire et du train principal.

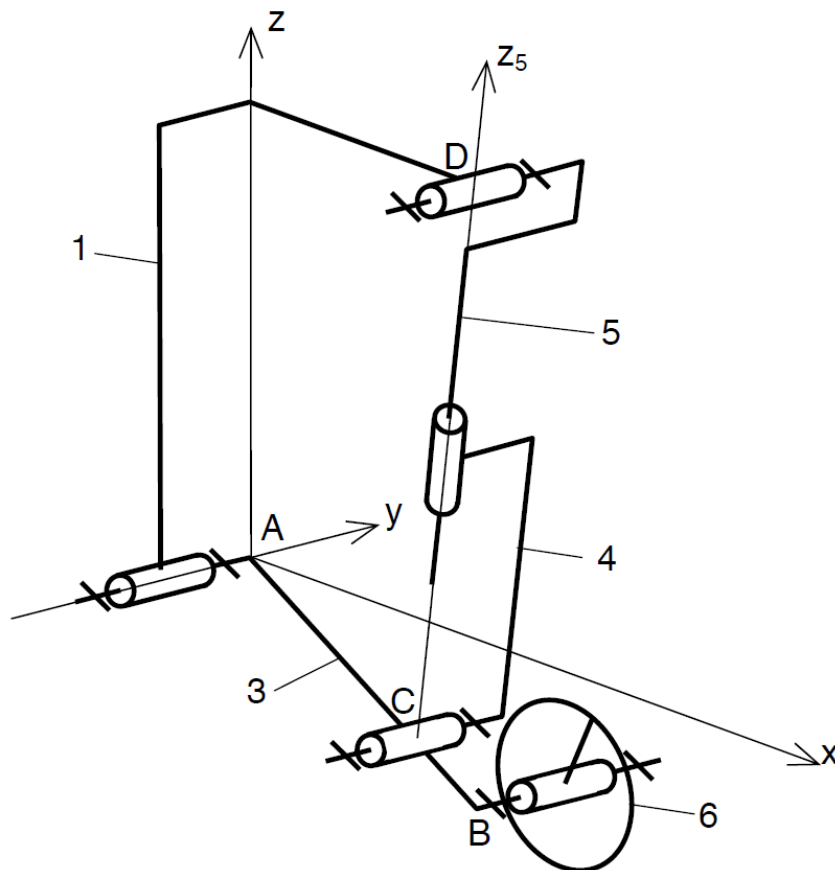


FIGURE 6.3 – Schéma cinématique d'une jambe du train principal.