

# Chapitre P22

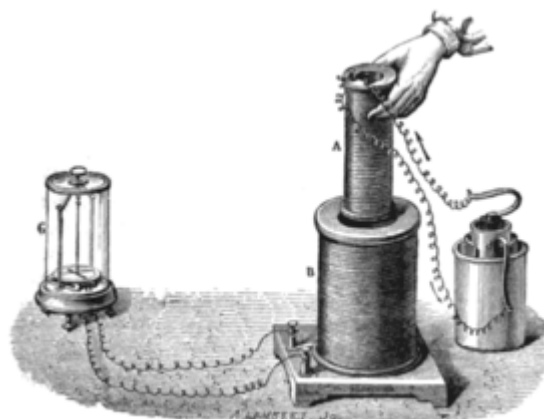
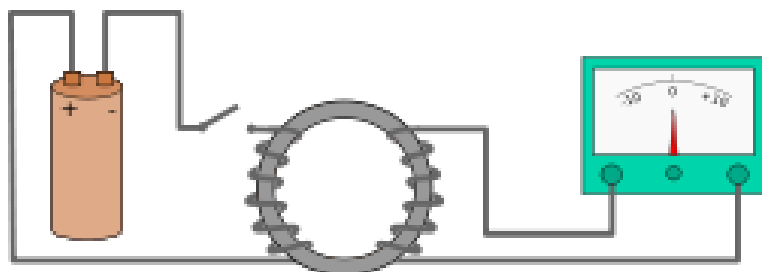
## Phénomènes d'induction

Notions et contenus	Capacités exigibles
Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit.	<i>Capacités expérimentale</i> : Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.
Loi de modulation de Lenz.	Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
Force électromotrice induite, loi de Faraday.	Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algèbrisation.
Flux propre et inductance propre.	Différencier le flux propre des flux extérieurs. Utiliser la loi de modulation de Lenz. Évaluer et citer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur. <i>Capacité expérimentale</i> : mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.
Étude énergétique.	Réaliser un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
Inductance mutuelle entre deux bobines.	Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe de grande longueur en « influence totale ».
Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.	Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante. Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.
Étude énergétique.	Réaliser un bilan de puissance et d'énergie.
Rail de Laplace. Spire rectangulaire soumise à un champ magnétique extérieur uniforme et en rotation uniforme autour d'un axe fixe orthogonal au champ magnétique.	Interpréter qualitativement les phénomènes observés. Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe. Effectuer un bilan énergétique. Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.
Freinage par induction.	Expliquer l'origine des courants de Foucault et en citer des exemples d'utilisation. <i>Capacité expérimentale</i> : mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.

### Questions de cours

- Énoncer la loi de Lenz.
- Définir le flux magnétique d'un champ uniforme à travers une boucle de courant plane et énoncer la loi de Faraday.
- Définir l'auto-inductance d'un circuit électrique et en déduire la relation courant-tension d'une bobine.
- Définir l'inductance mutuelle entre deux circuits électriques. En déduire les relations courant-tension de deux bobines couplées par mutuelle.
- Dans le cadre de l'expérience des rails de Laplace, exprimer la fem induite et la force de Laplace, et en déduire la relation  $\mathcal{P}_e + \mathcal{P}_L = 0$ . Interpréter cette relation.

Document 1. Expériences de Faraday

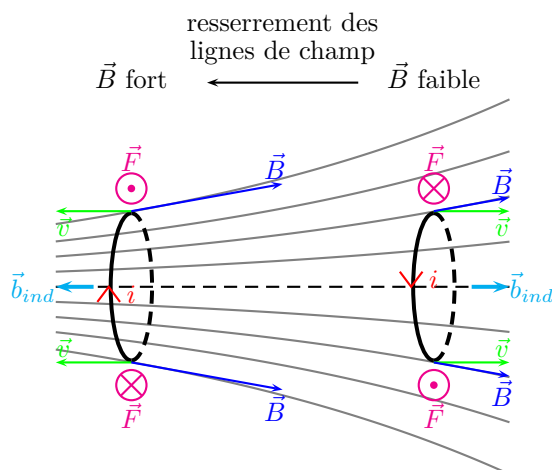


Document 2. Origine du courant induit

La spire se dirige vers la gauche donc ressent un champ de plus en plus fort.

La partie radiale du champ magnétique exerce une force de Lorentz sur les électrons libres du fil se déplaçant avec le fil vers la gauche. Elle est dirigée le long du fil de sorte à former un courant induit.

Ce courant génère un champ magnétique induit dirigé vers la gauche donc qui a tendance à diminuer le champ total ressenti, conformément à la loi de Lenz.

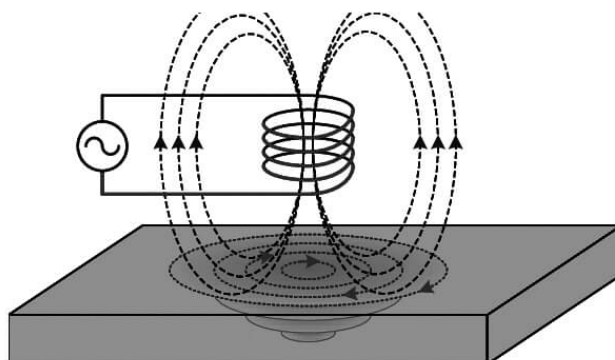


La spire se dirige vers la droite donc ressent un champ de plus en plus faible.

La partie radiale du champ magnétique exerce une force de Lorentz sur les électrons libres du fil se déplaçant avec le fil vers la droite. Elle est dirigée le long du fil de sorte à former un courant induit.

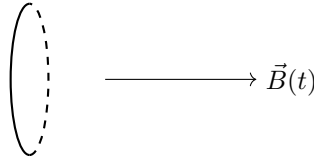
Ce courant génère un champ magnétique induit dirigé vers la droite donc qui a tendance à augmenter le champ total ressenti, conformément à la loi de Lenz.

Document 3. Courants de Foucault



### Exercice de cours A. Force électromotrice induite

Soit un fil métallique formant une boucle plane d'aire  $S$  et de résistance électrique  $R$ . Il est placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  normal à sa surface et variant dans le temps.



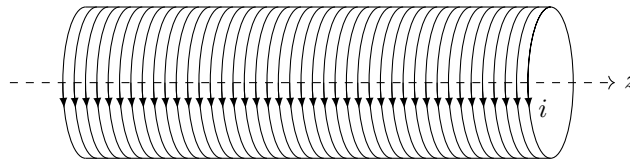
1. Exprimer le flux magnétique dans le circuit après l'avoir orienté arbitrairement.
2. En déduire la force électromotrice induite. Représenter le circuit équivalent.
3. En déduire le courant circulant dans la boucle.
4. Montrer que le champ magnétique induit est conforme à la loi de Lenz.

### Exercice de cours B. Auto-inductance d'une bobine longue

Le champ magnétique créé par une bobine droite allongée possédant  $N$  spires sur une longueur  $\ell$  et parcourue par un courant  $i$  est quasiment uniforme à l'intérieur de la bobine et a pour expression :

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{N}{\ell} i \vec{e}_z$$

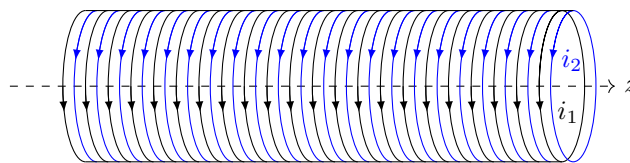
où  $\vec{e}_z$  est selon l'axe de l'axe dans le sens conventionnel associé au courant par la règle du tire-bouchon.



1. Exprimer le flux magnétique à travers une spire (que l'on suppose quasi plane), puis à travers l'ensemble de la bobine.
2. En déduire l'auto-inductance de la bobine.
3. Application numérique pour une bobine de rayon  $R = 3$  cm contenant 1000 spires sur une longueur  $\ell = 5$  cm.

### Exercice de cours C. Inductance mutuelle de deux bobines en influence totale

Considérons deux bobines longues de même axe  $z$ , de même section  $S$  et comptant respectivement  $N_1$  et  $N_2$  spires sur un même longueur  $\ell$ .

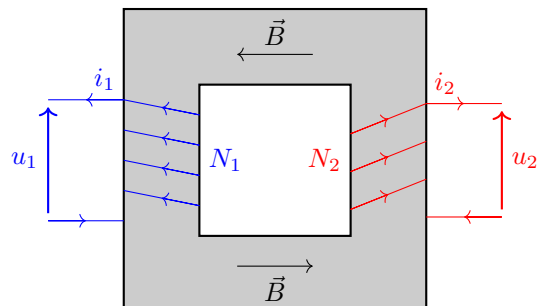


1. Exprimer le flux du champ magnétique créé par la bobine 1 à travers la bobine 2.
2. Faire de même pour le flux du champ créé par la bobine 2 dans la bobine 1.
3. En déduire l'inductance mutuelle  $M$  entre les deux bobines, et vérifier qu'elle est symétrique.
4. Quelle est la relation entre  $M$  et les auto-inductances des bobines  $L_1$  et  $L_2$ ?

### Exercice de cours D. Étude du transformateur idéal

Soit un transformateur constitué de deux bobinages contenant respectivement  $N_1$  et  $N_2$  spires enroulées autour d'un même matériau ferromagnétique. Ce dernier assure que le flux  $\phi$  du champ magnétique est uniforme à travers toute section du matériau.

1. Exprimer les flux magnétiques à travers les deux bobinages.
2. Les bobinages ont une résistance négligeable sans un transformateur idéal. En déduire les tensions  $u_1$  et  $u_2$  aux bornes des bobinages.
3. Quelles la relation entre  $u_1$  et  $u_2$ ?
4. En déduire une application du transformateur.

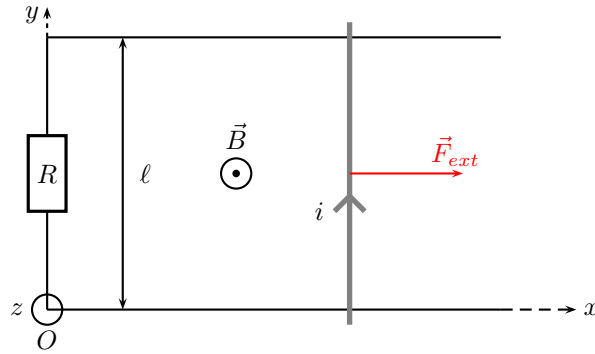


### Exercice de cours E. Rails de Laplace

Soit deux rails métalliques horizontaux, parallèles dans la direction  $\vec{e}_x$  et distants de  $\ell$ , sur lesquels repose une tige métallique de masse  $m$ , de direction  $\vec{e}_y$ , qui peut glisser sans frottement sur les deux rails dans la direction  $\vec{e}_x$ .

On ferme le circuit sur une résistance  $R$ . On note  $i$  le courant dans le circuit orienté arbitrairement. On néglige l'auto-inductance du circuit.

Une force extérieure  $\vec{F}_{ext} = F_{ext}\vec{e}_x$  est exercée sur la tige, et l'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire  $\vec{B} = B\vec{e}_z$ .



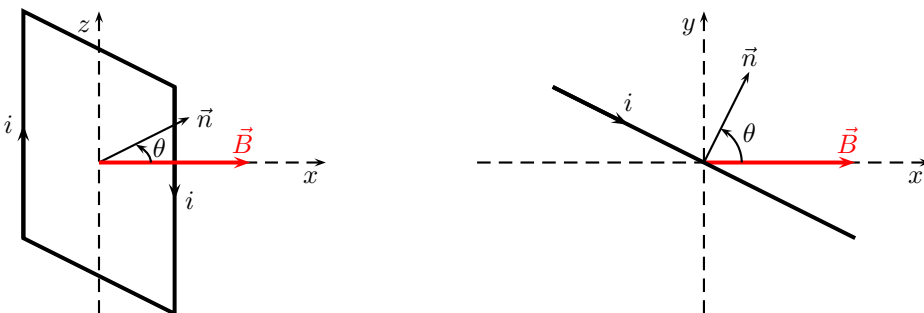
1. Décrire qualitativement ce qu'il va se produire.
2. Exprimer la force électromotrice induite. Écrire la loi des mailles : on obtient l'« équation électrique ».
3. Exprimer la force de Laplace exercée sur la tige. Projeter la deuxième loi de Newton sur  $\vec{e}_x$  : on obtient l'« équation mécanique ».
4. Combiner les deux équations obtenues pour obtenir une équation différentielle pour la position  $x(t)$  de la tige. Interpréter les effets inductifs.
5. Multiplier par  $i$  l'équation électrique. Comment s'interprète énergétiquement chacun des termes ?
6. Multiplier par  $v_x$  l'équation mécanique. Comment s'interprète énergétiquement chacun des termes ?
7. On remarque qu'un terme apparaît dans les deux équations. Lequel ? En déduire un bilan énergétique global.

### Exercice de cours F. Fonctionnement d'un alternateur

Le rotor d'un alternateur est constitué d'un cadre rectangulaire vertical d'aire  $S$  tournant sans frottement autour de son axe de symétrie vertical  $\Delta$ . Autour de ce cadre sont enroulées  $N$  spires de fil conducteur qui alimente le réseau électrique, que l'on modélise par sa résistance  $R$  et son auto-inductance  $L$ .

L'ensemble est placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  horizontal uniforme.

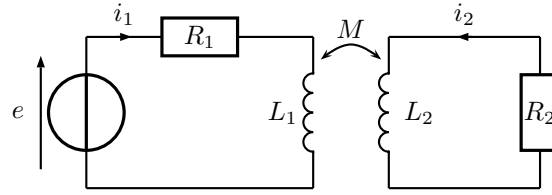
La rotation du rotor se fait à une vitesse angulaire  $\omega$  imposée par une turbine, de sorte que l'angle  $\theta$  sur la figure a l'évolution temporelle suivante :  $\theta(t) = \omega t - \pi/2$ .



1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'intensité  $i(t)$  du courant dans le circuit.
2. On se place en régime sinusoïdal forcé. En déduire l'amplitude complexe  $\underline{I}$  de  $i(t)$ .
3. Exprimer le couple de Laplace exercé par le champ magnétique  $\vec{B}$  sur l'alternateur et montrer que sa moyenne temporelle  $\langle \Gamma \rangle$  est proportionnelle à la partie réelle de  $\underline{I}$ .
4. En déduire l'expression de  $\langle \Gamma \rangle$  en fonction de  $N$ ,  $B$ ,  $S$ ,  $L$ ,  $R$ ,  $B$  et  $\omega$ . Interpréter son signe.
5. Déterminer la puissance mécanique moyenne de la turbine qui entraîne le rotor de cet alternateur, ainsi que la puissance moyenne dissipée par effet Joule. Comparer ces deux puissances.

**Exercice 1. Étude de circuits couplés (★★)**

On étudie le circuit ci-dessous, où les bobines sont idéales. Ce circuit modélise une plaque de cuisson à induction, le circuit secondaire étant le fond d'une casserole.



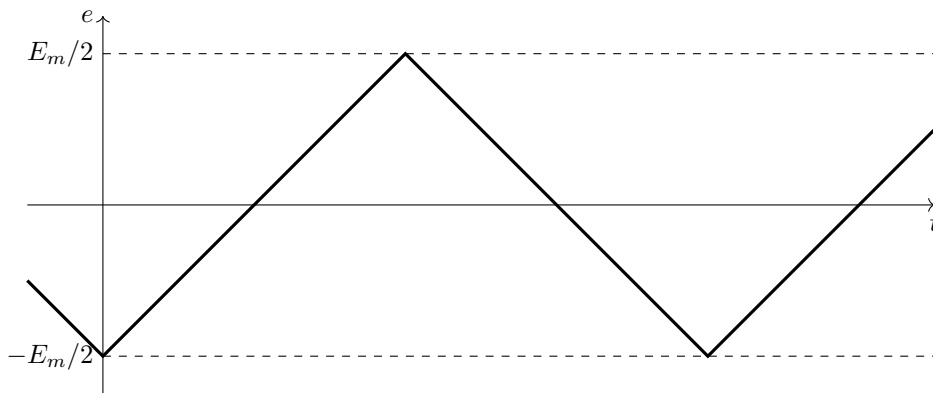
1. Établir les équations électriques de fonctionnement des circuits.
2. On se place en régime sinusoïdal forcé, avec  $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$ . Déterminer la relation entre les amplitudes complexes  $\underline{I}_1$  et  $\underline{I}_2$ .
3. En déduire l'expression de  $\underline{I}_1$  en fonction de  $E_0$ , puis celle de  $\underline{I}_2$  en fonction de  $E_0$ .
4. On se place à haute fréquence. Comment évolue l'amplitude réelle de  $i_2$  quand  $M$  diminue, c'est-à-dire quand on éloigne la casserole ?

**Exercice 2. Mesure d'une inductance mutuelle (★★)**

Pour mesurer une inductance mutuelle expérimentalement, on utilise le montage de l'exercice précédent en mettant le circuit secondaire en sortie ouverte (pas de résistance  $R_2$ ), d'où  $i_2 = 0$ .

1. Donner l'équation électrique simplifiée pour le courant  $i_1$  dans le cas d'une sortie ouverte.
2. Déterminer son expression en régime permanent sous la forme  $i_1(t) = a'.t + b'$  lorsque  $e(t) = a.t + b$ .
3. En déduire que la tension  $u_2$  aux bornes de la bobine du circuit secondaire est constante et donner son expression en fonction de  $a$ .

Le tension  $e$  est produite par un GBF réglé en mode triangulaire. Elle a pour période  $T$  et pour amplitude crête à crête  $E_m$  :



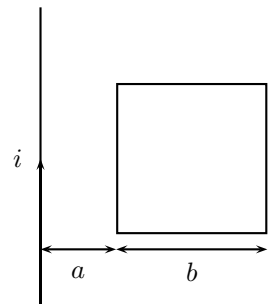
4. Déterminer  $a$  pour les portions croissantes et pour les portions décroissantes. Représenter (sans souci d'échelle) la tension  $u_2$  résultante sur le graphe précédent.
5. En déduire une méthode pour mesurer l'inductance mutuelle  $M$ .

**Exercice 3. Inductance mutuelle entre un fil et une spire (★★)**

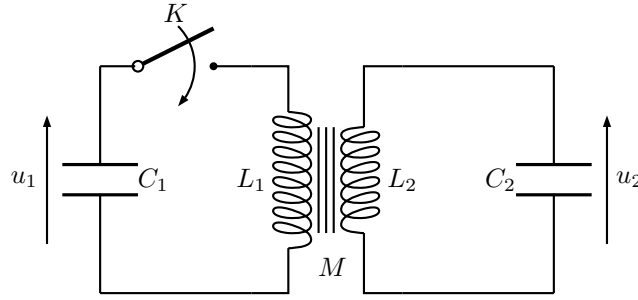
Soit un fil rectiligne parcouru par un courant  $i$  d'intensité  $i$ . On place une spire carrée de côté  $b$  à la distance  $a$  du fil (voir schéma).

Donnée : le champ magnétique créé par un fil rectiligne est orthoradial, de norme  $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$  à distance  $r$  du fil.

1. Exprimer le flux du champ magnétique créé par le fil à travers la spire, que l'on aura orienté de façon arbitraire.
2. En déduire l'inductance mutuelle  $M$  entre les deux circuits. Application numérique avec  $a = 2$  cm et  $b = 4$  cm.
3. Un courant  $i = \sqrt{2}I_{eff} \cos(2\pi ft)$  parcourt le fil avec  $I_{eff} = 10$  A et  $f = 50$  Hz. En déduire la valeur efficace de la f.é.m. induite dans la spire carrée. Peut-on mesurer ainsi à distance l'intensité parcourant un fil ?

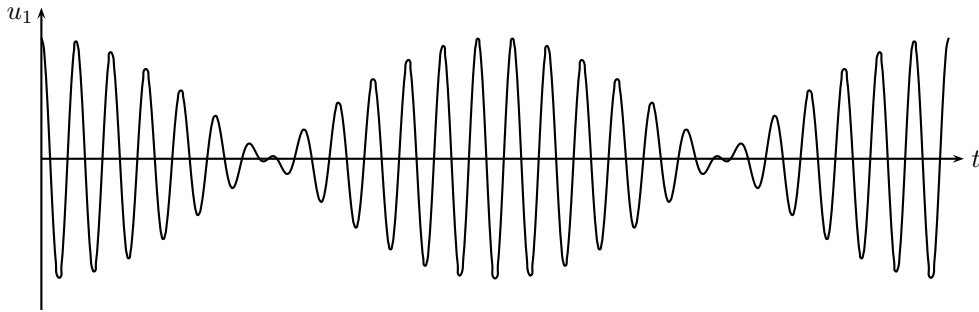


## Exercice 4. Oscillateurs couplés (★★★)



Deux circuits série  $(L_1, C_1)$  et  $(L_2, C_2)$ , où  $L_1 = L_2 = L$  et  $C_1 = C_2 = C$ , sont couplés par induction mutuelle de coefficient  $M$ . Initialement le condensateur  $C_1$  est chargé sous la tension  $u_0$  et le condensateur  $C_2$  est déchargé. On ferme l'interrupteur à l'instant de date  $t = 0$ .

- Rappeler l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$  d'un circuit  $(L, C)$ .
- Établir les équations différentielles couplées sur les tensions  $u_1$  et  $u_2$  aux bornes des condensateurs.
- Découpler ces équations en posant  $x = u_1 + u_2$  et  $y = u_1 - u_2$ . On définira deux nouvelles pulsations propres  $\omega_x$  et  $\omega_y$  que l'on exprimera en fonction de  $\omega_0$  et du rapport  $M/L$ .
- Intégrer les équations obtenues et en déduire les expressions de  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$ . On les exprimera comme des produits de fonctions sinusoïdales.
- Que deviennent ces expressions dans la limite  $M \ll L$ ?
- On a obtenu le graphe ci-dessous pour  $u_1$ . En déduire le rapport  $M/L$  qui est très petit.



## Exercice 5. Freinage par induction (★★)

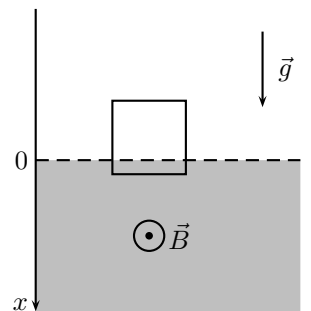
Un spire carré de côté  $a$  tombe dans le plan du schéma sous l'effet de la pesanteur d'intensité  $\vec{g} = g\vec{e}_x$ . Sa masse est notée  $m$ , sa résistance électrique  $R$ , son inductance propre est négligeable. L'espace est divisé en deux régions :

- pour  $x < 0$ , il n'y a pas de champ magnétique,
- pour  $x > 0$ , un champ magnétique est présent. Il est uniforme, stationnaire et orthogonal au plan du schéma :  $\vec{B} = B_0\vec{e}_z$ .

On note  $x_C$  l'abscisse du côté inférieur de la spire. Lorsque elle atteint la zone où le champ magnétique est présent,  $x_C = 0$  et la vitesse verticale de la spire est  $v_0$ .

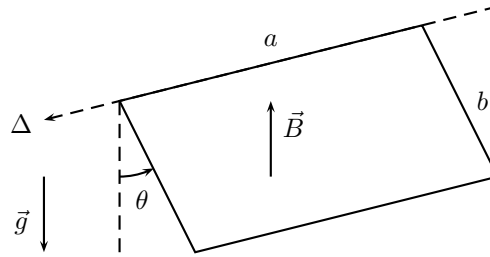
On s'intéresse tout d'abord à la phase où la spire est à cheval sur les deux régions, c'est-à-dire  $0 \leq x_C \leq a$ .

- Exprimer la force électromotrice induite dans la spire.
- En déduire la force de Laplace qui s'exerce sur la spire pendant cette phase.
- Déterminer l'expression de la vitesse de la spire  $v(t)$ . On introduira une constante de temps  $\tau$ .
- En pratique,  $\tau$  est bien plus grand que la durée  $t_1$  de cette phase. Simplifier l'expression de  $v(t)$  et en déduire  $t_1$ .
- Décrire le mouvement ultérieur de la spire (pour  $x_C > a$ ).



**Exercice 6. Oscillations d'un cadre conducteur (★★)**

Un cadre conducteur rectangulaire de côtés  $a$  et  $b$  peut tourner sans frottement autour d'un axe  $\Delta$  confondu avec l'un de ses côtés de longueur  $a$ . La masse totale du cadre est  $m$ , son moment d'inertie par rapport à  $\Delta$  est  $J$ , sa résistance est  $R$  et on néglige son auto-inductance. Le cadre est placé dans un champ de pesanteur et un champ magnétique vertical ascendant. L'inclinaison du cadre par rapport à la verticale est noté  $\theta$ .



On écarte le cadre d'un angle  $\theta_0$  puis on le lâche sans vitesse initiale.

- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $\theta$ .
- La simplifier dans le cas de petites oscillations. Quels sont les différents types d'évolution possibles ?

**Exercice 7. Haut-parleur électrodynamique (★★★)**

Un haut-parleur est schématisé ci-après à gauche. De symétrie autour de l'axe  $(Ox)$  indiqué, il se compose d'un aimant permanent fixe, assurant un champ magnétique radial d'intensité constante et uniforme  $B$  dans son entrefer.

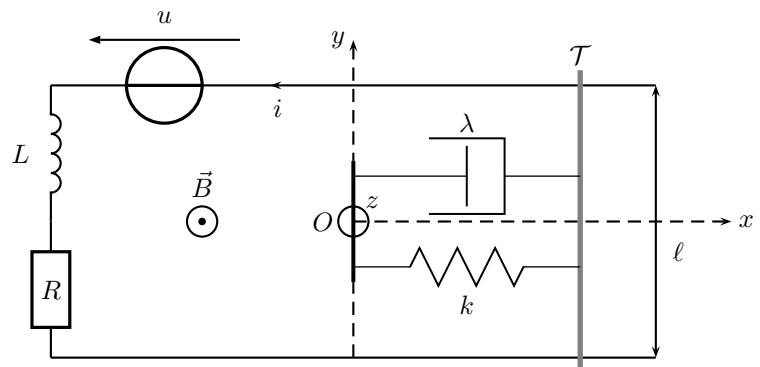
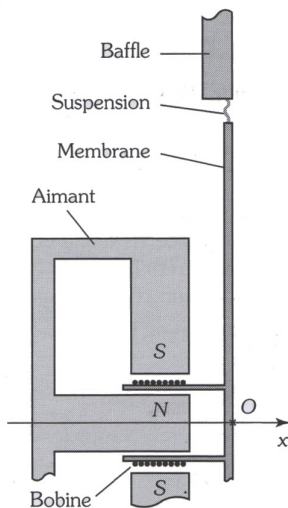
Une membrane est fixée à un baffle plan, rigide, immobile, de grandes dimensions, par une suspension souple lui permettant un mouvement de translation suivant l'axe  $(Ox)$ . Par ailleurs, cette suspension exerce une force de rappel  $\vec{F}_r = -kx\vec{e}_x$  qui ramène la membrane à sa position d'équilibre  $x = 0$ .

Sur cette membrane est collé un cylindre portant une bobine de longueur  $\ell$  de fil, possédant une résistance interne  $R$ , un coefficient d'auto-inductance  $L$ . Elle est soumise à une tension  $u(t)$  et une intensité  $i(t)$  la parcourt.

Le couplage du haut-parleur avec l'air est modélisé par une force  $\vec{F}_f = -\lambda x\vec{e}_x$  subie par la membrane.

Pour simplifier la mise en équation, le comportement du dispositif est modélisé par un système de rails de Laplace représenté à droite, où le déplacement de la membrane est modélisé par celui de la tige  $\mathcal{T}$  qui se meut sans frottement solide sur les rails.

- Quelles sont les forces exercées sur la tige de masse  $m$  ? En déduire l'équation de son mouvement.
- Exprimer la puissance des forces de Laplace et *en déduire* la f.é.m. induite dans la tige.
- Représenter le schéma électrique équivalent au système. Écrire l'équation différentielle régissant le circuit électrique.
- Établir une unique équation établissant le bilan global de puissance pour le système. On précisera clairement le sens physique des termes présents. Lequel représente la puissance sonore émise ?
- On se place en régime sinusoïdal forcé. Montrer que plusieurs termes de ce bilan sont nuls en moyenne.
- Définir et exprimer le rendement du haut-parleur.



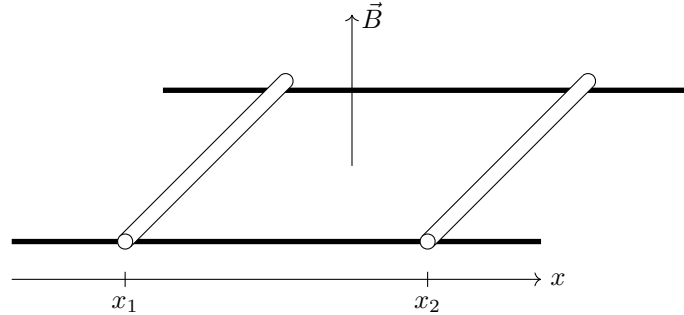
**Exercice 8. Deux tiges en interaction (★★★)**

On considère deux barres de cuivre parallèles, chacune de résistance  $R$  et de masse  $m$ , glissant sans frottement sur deux conducteurs parallèles distants de  $a$ , horizontaux et de résistances nulle.

L'ensemble est plongé dans le champ de pesanteur vertical et dans un champ magnétique uniforme vertical.

À l'instant initial on communique une vitesse  $\vec{v}_{1,0} = v_0 \vec{e}_x$  à la barre de gauche, l'autre étant immobile à une distance  $d$ .

On note  $x_i$  l'abscisse de chaque barre et  $v_i = \dot{x}_i$  la composante de sa vitesse le long des rails.



1. Que va-t-il se passer ?
2. Déterminer l'intensité du courant induit dans le circuit.
3. Établir un système d'équations différentielles couplées pour les vitesses des barres de cuivre.
4. Découpler et intégrer le système différentiel en posant  $\sigma = v_1 + v_2$  et  $\delta = v_1 - v_2$ . Représenter graphiquement sur un même schéma  $v_1(t)$  et  $v_2(t)$ .
5. Effectuer un bilan d'énergie entre  $t = 0$  et  $t \rightarrow \infty$ . Commenter.

**Réponses**

**Exercice 1** : 2.  $I_2 = -\frac{j\omega M}{R_2 + j\omega L_2} I_1$  ;

3.  $I_1 = \frac{(R_2 + j\omega L_2) E_0}{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2) - (j\omega)^2 M^2}$  ;  $I_2 = -\frac{j\omega M E_0}{(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2) - (j\omega)^2 M^2}$ .

**Exercice 2** : 1.  $a = \pm \frac{2E_m}{T}$  ; 3.  $a' = a/R_1$  ;  $b' = b/R_1 - a \cdot L_1/R_1^2$  ; 4.  $u_2 = \pm \frac{2ME_m}{R_1 T}$ .

**Exercice 3** : 1.  $\phi = \frac{\mu_0 i b}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$  ; 2.  $M = 8,8 \times 10^{-9}$  H ;  $e_{eff} = 2,8 \times 10^{-5}$  V.

**Exercice 4** : 3.  $\omega_x = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+M/L}}$  ;  $\omega_y = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-M/L}}$  ;

4.  $u_1(t) = 2u_0 \cos(\omega_0 t) \cos((M/L)\omega_0 t/2)$  ;  $u_2(t) = 2u_0 \sin(\omega_0 t) \sin((M/L)\omega_0 t/2)$  ; 6.  $M/L = 7,4 \times 10^{-2}$ .

**Exercice 5** : 1.  $e = -B_0 a v$  ; 2.  $\vec{F}_L = -\frac{(B_0 a)^2}{R} v \vec{e}_x$  ; 3.  $\tau = \frac{mR}{(B_0 a)^2}$  ;  $v(t) = g\tau + (v_0 - g\tau)e^{-t/\tau}$  ; 4.  $t_1 = \frac{a}{v_0}$ .

**Exercice 6** : 1.  $J\ddot{\theta} + \frac{(Bab)^2}{R} \cos^2(\theta)\dot{\theta} + \frac{mgb}{2} \sin(\theta) = 0$ .

**Exercice 7** : 1.  $m\ddot{x} + kx + \lambda\dot{x} = i\ell B$  ; 2.  $e = -\ell B\dot{x}$  ; 3.  $u - Ri - L\frac{di}{dt} = -e = \ell B\dot{x}$ .

**Exercice 8** : 2.  $i = \frac{Ba}{2R}(v_1 - v_2)$  ; 4.  $v_1(t) = \frac{v_0}{2}(1 + e^{-t/\tau})$  ;  $v_2(t) = \frac{\sigma - \delta}{2} = \frac{v_0}{2}(1 - e^{-t/\tau})$