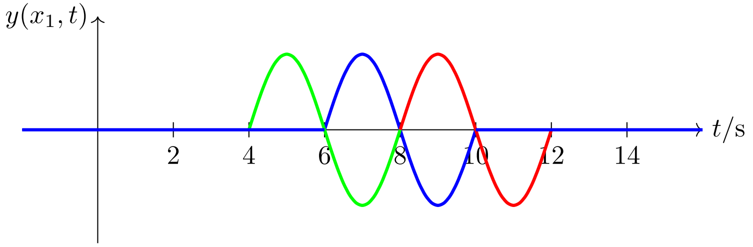
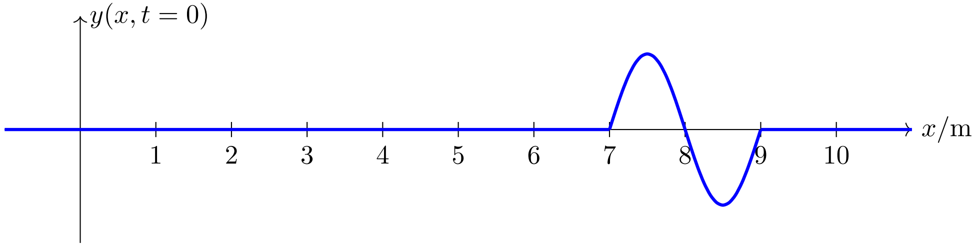
Exercice 1. Représentations graphiques d'ondes

1. L'onde se propage dans le sens des x décroissants. Le signal en $x_1 = 4{,}0\,\mathrm{m}$ est en avance sur celui en $x_2 = 3{,}0\,\mathrm{m}$ (courbe rouge), d'une durée $\tau = (x_1 - x_2)/c = 2\,\mathrm{s}$.
   De la même façon, il est en retard de 2 s sur le signal en $x_3 = 5{,}0\,\mathrm{m}$ (courbe verte).



2. Le début de la perturbation est ressentie à l'instant $t = 6\,\mathrm{s}$ en $x_1 = 4{,}0\,\mathrm{m}$. Depuis l'instant $t = 0$, elle a parcouru une distance $d = ct = 3{,}0\,\mathrm{m}$ dans le sens des x décroissants, et était donc ressentie à la position $x_1 + d = 7{,}0\,\mathrm{m}$.
   La fin de la perturbation est ressentie à l'instant $t' = 10\,\mathrm{s}$ en $x_1 = 4{,}0\,\mathrm{m}$. Depuis l'instant $t = 0$, elle a parcouru une distance $d' = ct' = 5{,}0\,\mathrm{m}$ dans le sens des x décroissants, et était donc ressentie à la position $x_1 + d' = 9{,}0\,\mathrm{m}$.
   On a donc l'allure suivante pour l'allure du canal à $t = 0$:



Exercice 2. Ondes sismiques

1. $t_P = t_0 + d/v_P$ (date d'émission + retard dû à la propagation) et $t_S = t_0 + d/v_S$.
2. $\Delta t = t_S - t_P = d/v_S - d/v_P = d\dfrac{v_P - v_S}{v_P \times v_S}$.
3. Alors $\boxed{d = \Delta t \dfrac{v_P \times v_S}{v_P - v_S}}$.
   L'échelle du sismographe est de 13 cm pour 24 s. L'écart entre les temps d'arrivée des ondes P et S est de 6,3 cm sur le graphe soit $\Delta t = 11{,}4\,\mathrm{s}$ par produit en croix. Il vient $\boxed{d = 96\,\mathrm{km}}$.
4. Il faut plusieurs sismomètres pour localiser le séisme par triangulation.

Exercice 3. Ondes de surface

1. Les effets de la pesanteur dominent ceux de la capillarité si $gk > \gamma k^3/\rho$ soit si $k < \sqrt{\dfrac{g\rho}{\gamma}}$. Or $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ donc il faut que $\boxed{\lambda = \dfrac{2\pi}{k} > 2\pi\sqrt{\dfrac{\gamma}{g\rho}} = 1{,}7\,\mathrm{cm}}$. On se place dans le cas d'une dominance large soit $\lambda \gg 1{,}7\,\mathrm{cm}$.
2. La relation de dispersion vaut alors $\omega = \sqrt{gk\tanh(kh)}$.
   La vitesse de phase a pour expression $\boxed{v_\varphi = \dfrac{\omega}{k} = \sqrt{\dfrac{g\tanh(kh)}{k}}}$.
   Ce résultat dépend de k donc de λ : l'eau est un milieu dispersif pour les ondes de surface.
3. Si $\lambda \gg h$ alors $kh \ll 1$ et on peut faire l'approximation $\tanh(kh) \approx kh$.
   La vitesse de phase devient alors $\boxed{v_\varphi \approx \sqrt{gh}}$ qui est constant : dans ce cas l'eau n'est pas dispersive. Cepepdant le résultat dépend de la profondeur, ce qui conduire à une déformation de l'onde notamment à l'approche des côtes.

Exercice 4. Cuve à ondes

On utilise l'échelle : 50 cm en réalité correspond à 5,5 cm sur l'image. On mesure, le long d'un rayon, la distance entre des fronts d'onde séparés par 10 longueurs d'onde : 4,0 cm sur le papier soit 36 cm en réalité. Ainsi la longueur d'onde vaut $\lambda = 3{,}6\,\mathrm{cm}$.

Ainsi $\omega = 2\pi f = 31\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ et $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = 1{,}7 \times 10^2\,\mathrm{rad\cdot m^{-1}}$.

On peut alors calculer $\tanh(kh) = \dfrac{\omega^2}{gk + \gamma k^3/\rho} = 0{,}53$.

Il vient alors $h = \dfrac{1}{k}\tanh^{-1}(kh)$ soit $\boxed{h = 2{,}9\,\mathrm{mm}}$, ce qui est du bon ordre de grandeur pour une cuve à onde.

Exercice 5. Effet Doppler

1. A la date t l'émetteur est à la position $x = v_0 t$. L'onde doit parcourir une distance $d = |x' - x|$, elle arrive donc au récepteur avec un retard $\tau = d/c$. Il le reçoit donc à l'instant $t' = t + \tau = t + |x' - v_0 t|/c$.
   On peut distinguer deux cas :
   — si $x' > v_0 t$ (récepteur à droite de l'émetteur), $\boxed{t' = (1 - v_0/c)t + x'/c}$;
   — si $x' < v_0 t$ (récepteur à gauche de l'émetteur), $\boxed{t' = (1 + v_0/c)t - x'/c}$.
2. Le signal reçu à l'instant t' est identique au signal émis en t : $p_R(t') = p_E(t)$. Il faut donc exprimer t en fonction de t' pour obtenir une expression ne dépendant que de t' l'instant de réception de l'onde.
   D'après la question précédente, on a deux situations :
   — si $x' > v_0 t$, $t = (t' - x'/c)/(1 - v_0/c)$ d'où
   $$\boxed{p_R(t') = A\cos\left(2\pi\frac{f}{1 - v_0/c}(t' - x'/c)\right)}$$
   — si $x' < v_0 t$, $t = (t' + x'/c)/(1 + v_0/c)$ d'où
   $$\boxed{p_R(t') = A\cos\left(2\pi\frac{f}{1 + v_0/c}(t' + x'/c)\right)}$$
3. $\boxed{f' = f/(1 \mp v_0/c)}$ et $\boxed{\lambda' = (1 \mp v_0/c)\lambda}$ où les signes $-$ et $+$ correspondent respectivement au rapprochement de l'émetteur (récepteur à droite) et à l'éloignement de l'émetteur (récepteur à gauche). Ainsi dans une situation d'approche, la fréquence de l'onde reçue est plus élevée que celle de l'onde émise, et c'est l'inverse pour le cas de l'éloignement. Ceci constitue l'effet Doppler.
   Lorsque $v_0 = c$, il y a une singularité dans le cas du rapprochement. Dans ce cas $t' = x'/c$ est une constante : toutes les ondes émises arrivent en même temps. C'est une onde de choc possédant une amplitude gigantesque.
4. Les longueurs d'ondes des ondes reçues sont supérieures à leur valeur dans le référentiel de la source (dans ce référentiel, l'émetteur est immobile, comme le laboratoire). On en conclut que c'est le signe + qui apparait dans la formule de la question précédente, donc qu'il y a éloignement de la galaxie.
5. On isole v_0 dans la formule : $\boxed{v_0 = c(\lambda'/\lambda - 1}$). On obtient respectivement pour les deux raies : $\boxed{v_0 = 2{,}65 \times 10^6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}$ et $\boxed{v_0 = 2{,}46 \times 10^6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}$, deux valeurs cohérentes entre elles.