

Chapitre P25

Introduction à la physique quantique

Notions et contenus	Capacités exigibles
Photon : énergie et impulsion.	Décrire un exemple d'expérience mettant en évidence la nécessité de la notion de photon.
Onde de matière associée à une particule. Relation de de Broglie.	Décrire un exemple d'expérience mettant en évidence le comportement ondulatoire de la matière. Évaluer des ordres de grandeurs typiques intervenant dans des phénomènes quantiques.
Fonction d'onde : introduction qualitative, interprétation probabiliste.	Interpréter une expérience d'interférences (matière ou lumière) « particule par particule » en termes probabilistes.
Inégalité de Heisenberg spatiale.	Établir par analogie avec la diffraction des ondes lumineuses, l'inégalité en ordre de grandeur : $\Delta p \Delta x \geq \hbar$.
Modèle planétaire de Bohr. Limites.	Exploiter l'hypothèse de quantification du moment cinétique orbital pour obtenir l'expression des niveaux d'énergie électronique de l'atome d'hydrogène.

Questions de cours

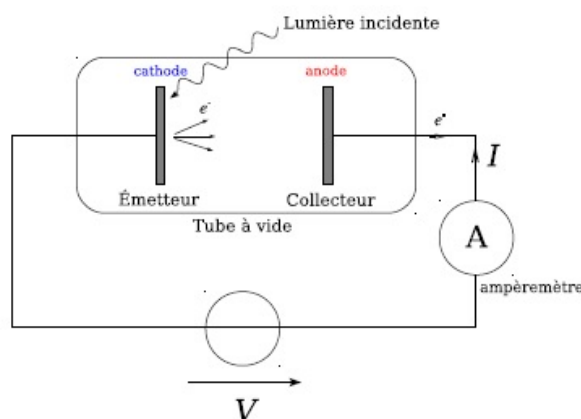
- Définir un photon et donner la relation de Planck-Einstein.
- Définir une onde de matière et donner la relation de de Broglie.
- Définir la fonction d'onde d'une particule et donner ses propriétés.
- Énoncer l'inégalité d'Heisenberg spatiale et donner son interprétation.

Document 1. Effet photoélectrique

On observe qu'une plaque de zinc initialement chargée négativement, se décharge lorsqu'elle est éclairée par un rayonnement ultraviolet. Ce phénomène, nommé effet photoélectrique, a été découvert par Heinrich Hertz en 1887.

1.1) Expérience de Lenard (Nobel de Physique 1905 « pour ses travaux sur les rayons cathodiques »)

Une plaque métallique (la cathode) enfermée dans une cellule à vide est soumise à un rayonnement monochromatique de fréquence ν . Ce rayonnement arrache des électrons à la cathode, qui atteignent une autre plaque (l'anode) qui lui fait face. Un ampèremètre permet de mettre en évidence le courant électrique que provoque le passage de ces électrons dans le circuit. De plus, on impose entre les plaques une tension qui ralentit les électrons arrachés. En déterminant la tension qui les empêche d'atteindre l'anode, on en déduit leur énergie cinétique maximale.



L'expérience montre ¹ :

- qu'il existe une fréquence seuil pour la lumière incidente, en dessous de laquelle l'effet ne se produit pas,
- qu'en dessus de cette fréquence seuil, le courant observé est proportionnel à l'intensité du rayonnement,
- et que l'énergie cinétique maximale des photoélectrons ne dépend pas de l'intensité de la lumière incidente.

Un modèle ondulatoire de la lumière permet d'expliquer pourquoi des électrons sont arrachés à la cathode, mais prédit qu'il y a d'autant plus d'électrons arrachés que la lampe envoie d'énergie sur la plaque, indépendamment de la fréquence du rayonnement : cette prévision n'est pas en accord avec les résultats de l'expérience.

1.2) Article historique d'Einstein (Nobel de Physique 1921 « pour ses apports à la physique théorique, et en particulier pour sa découverte de la loi de l'effet photoélectrique »)

Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de lumière (extrait), Annalen der Physik, Vol XVII, 1905, p. 132-148. Traduction publiée dans "Albert Einstein, Oeuvres choisies, Quanta" Seuil/CNRS Éditions

« La conception usuelle, selon laquelle l'énergie de la lumière est distribuée de façon continue dans l'espace où elle est rayonnée, présente, quand on tente d'expliquer les phénomènes photoélectriques, de très sérieuses difficultés qui sont exposées dans un travail décisif de M. Lenard. La conception selon laquelle la lumière excitatrice est constituée de quanta d'énergie $h\nu$ ² permet de concevoir la production de rayons cathodiques³ de la façon suivante. Des quanta d'énergie pénètrent dans la couche superficielle du corps ; leur énergie est transformée, au moins en partie, en énergie cinétique des électrons. La représentation la plus simple que l'on puisse s'en faire est celle d'un quantum de lumière cédant son énergie à un seul électron ; nous allons supposer que c'est bien ce qui se passe.

Il n'est pas exclu cependant que des électrons ne prennent qu'une partie de l'énergie des quanta de lumière. Un électron auquel une énergie a été fournie à l'intérieur du corps atteint la surface en ayant perdu une partie de son énergie cinétique. Nous allons supposer, de plus, que tout électron doit, pour pouvoir quitter un corps, fournir un travail W_0 (caractéristique du corps). Les électrons qui quittent le corps avec la vitesse normale la plus élevée sont ceux qui se trouvent immédiatement à la surface et qui ont été excités normalement à celle-ci.

L'énergie cinétique de ces électrons est ⁴ $E_{c,\max} = h\nu - W_0$.

[...] Autant que je puisse en juger, notre conception n'est pas en contradiction avec les propriétés de l'effet photoélectrique, telles qu'elles ont été observées par M. Lenard. Si chaque quantum d'énergie de la lumière excitatrice cède son énergie à un électron indépendamment de tous les autres, la distribution des vitesses des électrons, c'est-à-dire la qualité du rayonnement cathodique produit, est indépendante de l'intensité de la lumière excitatrice ; en revanche le nombre des électrons qui quittent le corps doit, lui, être toutes choses égales par ailleurs, proportionnel à l'intensité de la lumière excitatrice. »

1. Voir l'animation sur : <http://phet.colorado.edu/en/simulation/photoelectric>

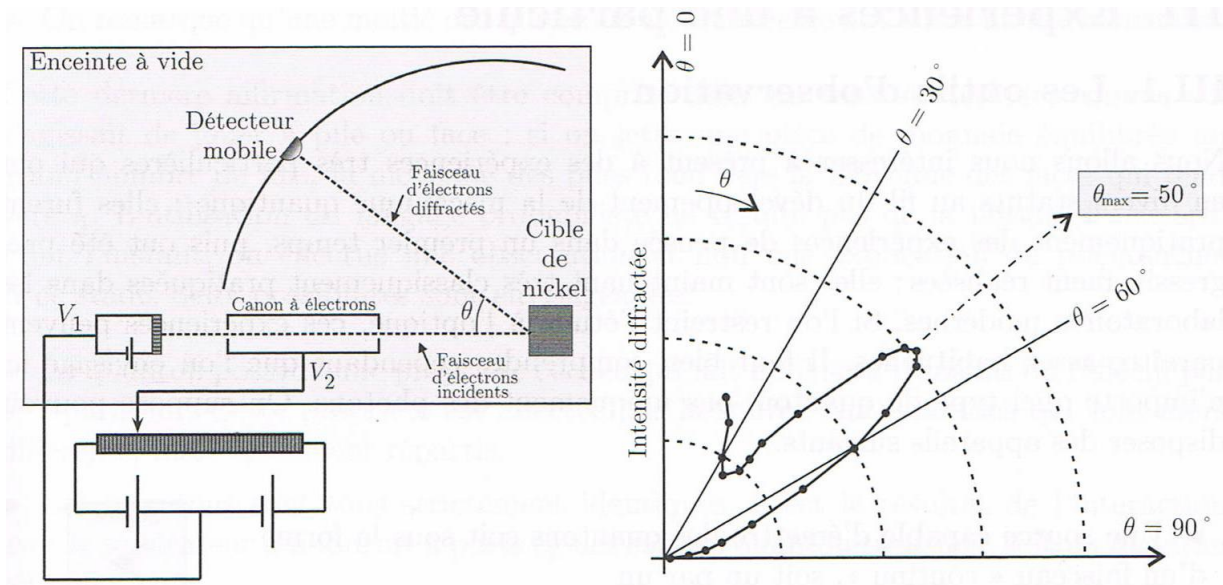
2. Einstein a utilisé à l'époque une notation différente

3. rayons cathodiques : faisceaux d'électrons

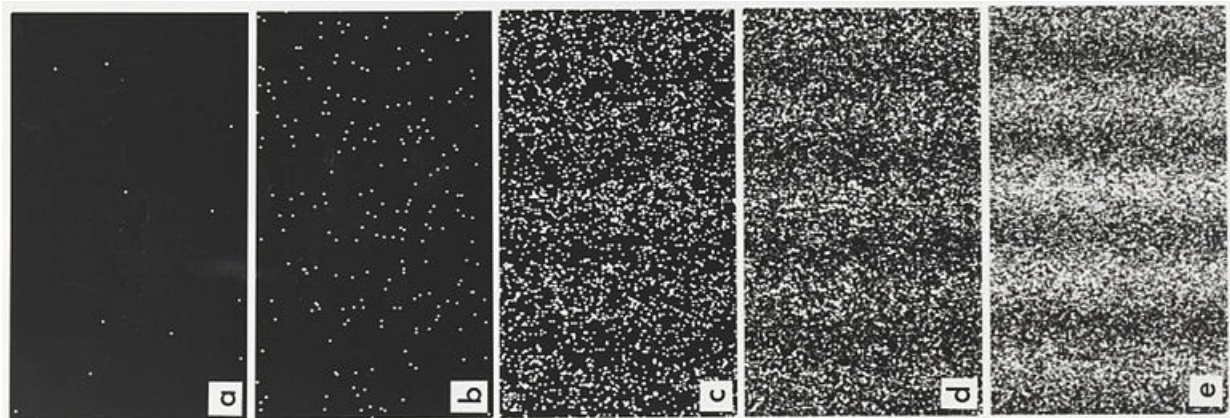
4. W_0 représente l'énergie minimale nécessaire pour extraire un électron du métal, nommée travail d'extraction

Document 2. Diffraction d'électrons : expérience de Davisson et Germer (1927)

En bombardant une cible de nickel monocristallin par un flux homocinétique d'électrons (c'est-à-dire ayant la même vitesse contrôlée par une tension), on observe leur réflexion dans une direction privilégiée. C'est le même comportement que l'on observe pour des rayons X.

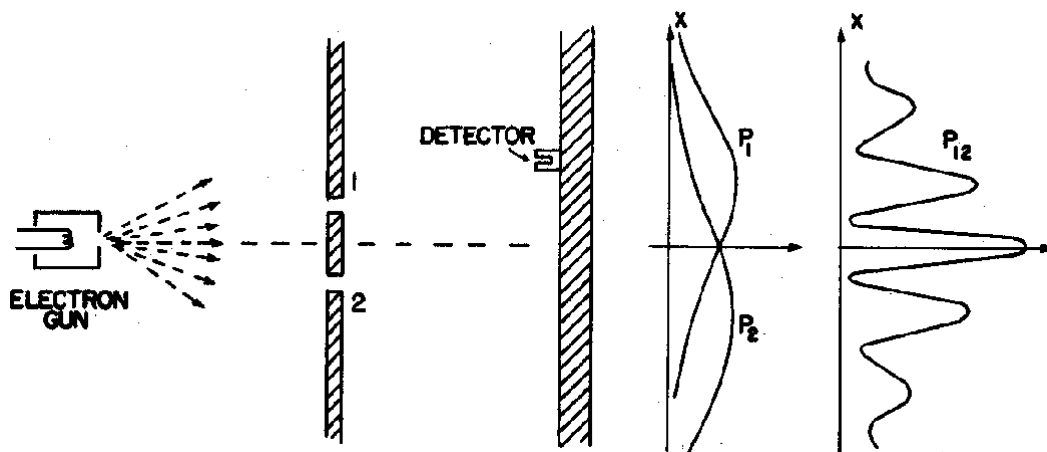


Document 3. Electrons projetés un à un vers un fil métallisé chargé



Expérience réalisée par A. Tonomura en 1989. Nombre d'électrons : a) 11 ; b) 200 ; c) 6000 ; d) 40 000 ; e) 140 000.

Document 4. Probabilité de détection d'une particule dans l'expérience des fentes d'Young



Données :

- électronvolt $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$
- constante de Planck $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
- masse de l'électron $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Exercice de cours A. Photons et effet photoélectrique

Le travail d'extraction pour le zinc vaut $W_0 = 3,4 \text{ eV}$.

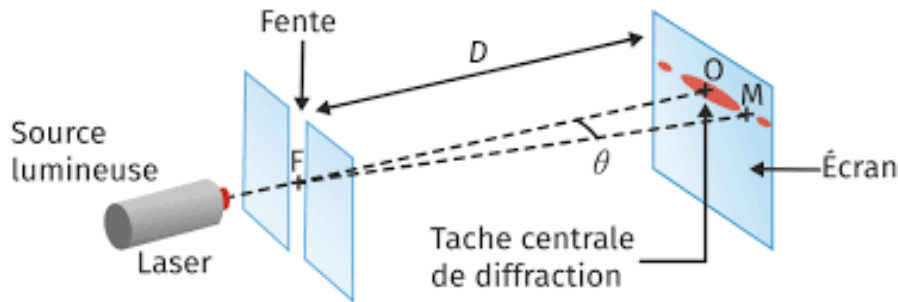
1. Déterminer la longueur d'onde seuil pour observer l'effet photoélectrique avec le zinc. Dans quel domaine spectral se trouve-t-elle ?
2. Soit une source monochromatique à cette longueur d'onde émettant un rayonnement de puissance $\mathcal{P} = 0,50 \text{ W}$. Quel est le nombre de photons émis par seconde ?

Exercice de cours B. Ordres de grandeurs intervenant dans les phénomènes quantiques

1. Les électrons dans l'expérience de Davisson et Germer ont une énergie cinétique de 54 eV . Calculer la longueur d'onde de Broglie de l'onde de matière qui leur est associée. Justifier que le caractère ondulatoire de ces électrons est mis en évidence dans l'expérience.
2. Soit un être humain de masse $m = 70 \text{ kg}$ marchant à la vitesse $v = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Faut-il prendre en compte son comportement ondulatoire au passage d'une porte ?

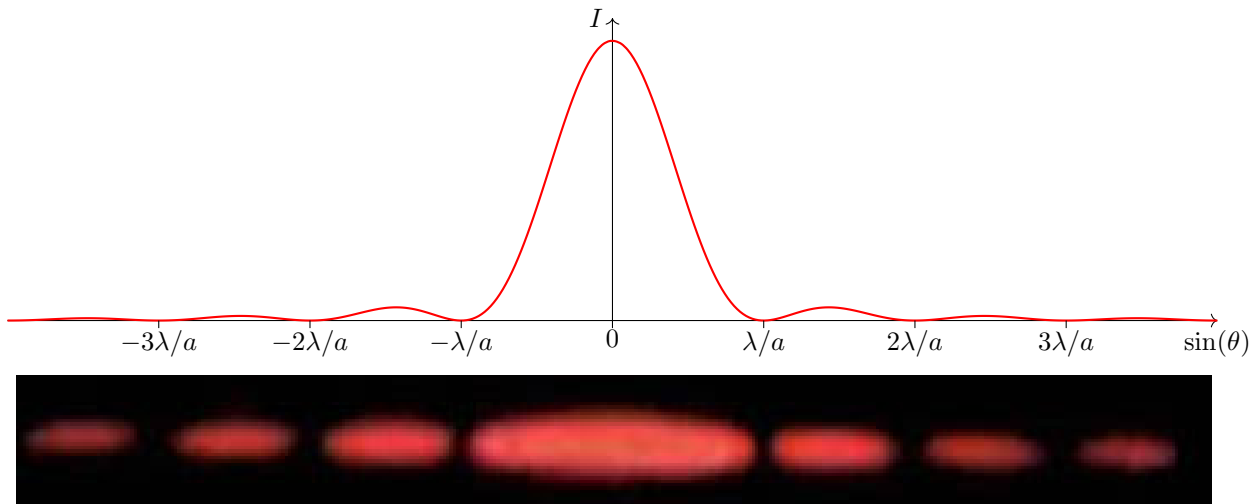
Exercice de cours C. Diffraction d'un photon

Lorsqu'un faisceau lumineux est envoyé à travers une fente suffisamment fine, on observe un phénomène de diffraction, c'est-à-dire un éclatement de la direction de propagation perpendiculairement à l'axe de la fente.

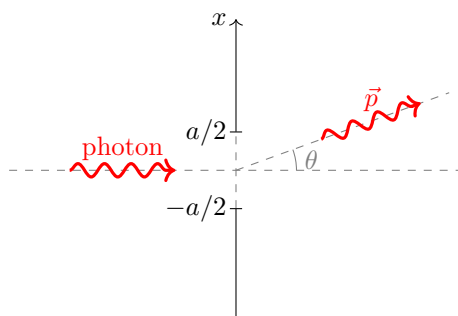


Cet éclatement est d'autant plus important que la largeur de la fente est faible. Ce phénomène contre-intuitif s'explique en fait simplement par la nature ondulatoire de la lumière. Tout se passe comme si des sources lumineuses ponctuelles distribuées continûment dans la partie éclairée de la fente, émettaient des rayonnements en phase qui interfèrent ensuite sur l'écran.

Avec ce modèle, on obtient la répartition suivante en fonction de $\sin(\theta)$ où θ est l'angle de diffraction (relativement à la direction non-déviée) :



Considérons un photon du faisceau lorsqu'il traverse la fente :



1. Le passage au travers de cette fente constitue en fait une détermination de la position de la photon selon l'axe Ox . Quel est l'ordre de grandeur de l'incertitude Δx sur cette mesure ?
2. La direction de propagation du photon détermine les composantes de son impulsion \vec{p} . Exprimer sa composante p_x selon l'axe Ox en fonction de sa longueur d'onde λ et de θ .
3. Quelle est la valeur minimale, en ordre de grandeur, de l'incertitude sur $\sin \theta$ au sein du faisceau diffracté ? En déduire celle sur p_x , notée Δp_x .
4. Donner alors la valeur minimale, en ordre de grandeur, du produit $\Delta x \cdot \Delta p_x$.

Exercice de cours D. Modèle de Bohr

Rutherford propose en 1911 un modèle planétaire de l'atome d'hydrogène où l'électron est en orbite circulaire autour du noyau supposé fixe en un point O dans le référentiel d'étude.

Soit Oz l'axe normal au plan de l'orbite.

1. Rappeler l'expression de la force exercée par le noyau sur un électron.
2. En déduire la vitesse v d'un électron en fonction du rayon r de son orbite, et de constantes.
3. En déduire le moment cinétique L_{Oz} et l'énergie mécanique \mathcal{E}_m de l'électron.

Pour rendre compte du spectre de raies discret de l'atome d'hydrogène et de sa stabilité, Bohr postule en 1913 que l'électron ne peut occuper que certaines orbites stables telles que le moment cinétique est quantifié : $L_{Oz}(n) = n\hbar$ avec n un entier naturel appelé nombre quantique principal et $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ est la constante de Planck réduite.

4. Montrer que l'énergie mécanique et le rayon sont aussi quantifiés : donner leur expression en fonction de n .
5. En déduire une relation simple entre le périmètre de l'orbite et la longueur d'onde de de Broglie de l'électron. Interpréter.
6. En faisant l'hypothèse que l'émission d'un photon est due à la transition de l'électron d'une orbite d'énergie \mathcal{E}_n à une orbite d'énergie \mathcal{E}_p avec $p < n$, vérifier la loi observée par Balmer en 1885 donnant la longueur d'onde λ des raies de l'hydrogène :

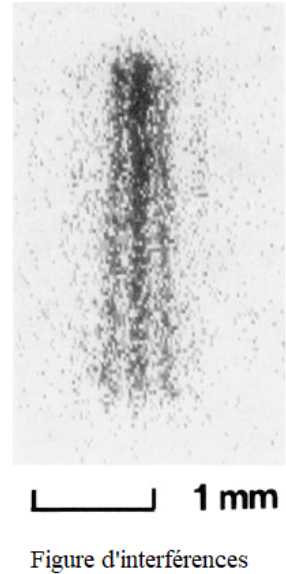
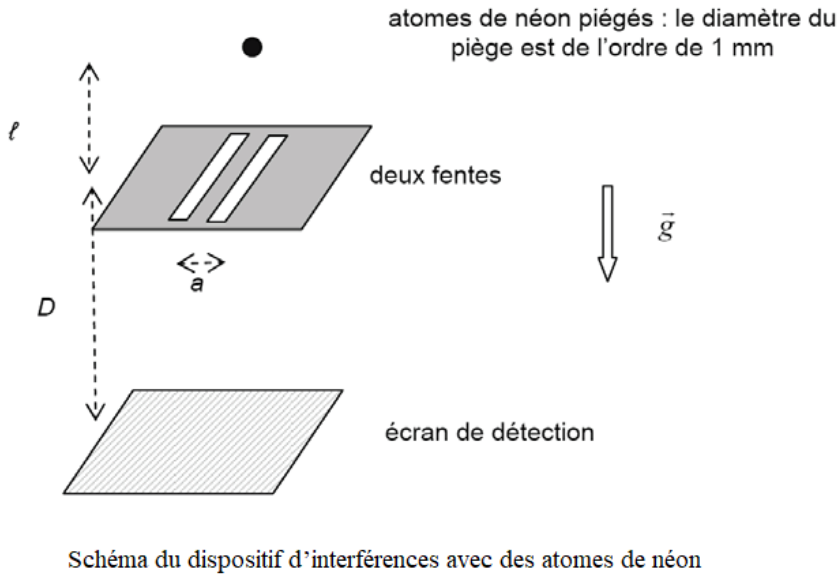
$$\frac{1}{\lambda} = R_h \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$$

On donnera l'expression de la constante de Rydberg R_h en fonction de constantes fondamentales.

Exercice 1. Interférences d'atomes froids

En 1992, une équipe japonaise a réalisé une expérience d'interférences atomiques. Le dispositif expérimental illustré ci-dessous utilise des atomes de néon piégés et refroidis par laser à une température de 2,5 mK de manière à minimiser leur agitation thermique moyenne. L'utilisation d'atomes légers (masse $m = 3,35 \times 10^{-26}$ kg) et refroidis permet de disposer de valeurs de longueur d'onde de de Broglie plus élevées.

Lorsque ces atomes quittent le piège, ils tombent dans le champ de pesanteur et sont alors en chute libre. Ils atteignent avec une vitesse $v = 1,22 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ deux fentes d'Young de largeur $b = 2,0 \mu\text{m}$ séparées de la distance $a = 6,0 \mu\text{m}$. Un écran MPC (Microchannel Plate Detector) situé à la distance $D = 113 \text{ mm}$ de la double fente détecte les atomes de néon avec une résolution de l'ordre de $20 \mu\text{m}$. La figure d'interférences obtenue en libérant les atomes du piège est constituée d'environ 6 000 impacts atomiques.



- Comment se manifestent sur l'écran d'observation les caractères corpusculaire d'une part et ondulatoire d'autre part des atomes de néon ?
- Calculer la valeur de la longueur d'onde de de Broglie λ associée aux atomes de néon au niveau des fentes d'Young. Pourquoi les atomes de néon doivent-ils être traités comme un objet quantique ?
- On rappelle que la tache centrale de la figure de diffraction d'une onde de longueur d'onde λ passant à travers une ouverture de largeur b est limitée par un angle θ tel que $\sin \theta = \frac{\lambda}{b}$.
Évaluer la largeur de la tache centrale de diffraction pour un atome diffracté par une des fentes et comparer à la résolution du MPC.
- Dans une expérience d'interférences lumineuses avec des fentes d'Young, l'interfrange est donné par la formule $i = \lambda D/a$. Calculer la valeur attendue dans l'expérience ci-dessus.
- Estimer la valeur i_{exp} de l'interfrange obtenu expérimentalement. Proposer une hypothèse quant à l'écart observé.

Exercice 2. Oscillateur harmonique quantique

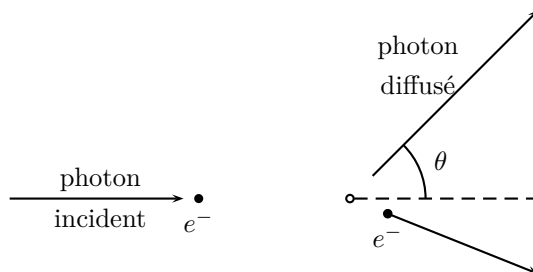
Soit un système masse-ressort unidimensionnel constitué d'un point matériel de masse m attaché à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . On note x l'élongation $\ell - \ell_0$ du ressort au cours du mouvement. On note $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ la pulsation propre du système.

- Exprimer $x(t)$ pour des conditions initiales quelconques. En déduire l'expression de l'énergie mécanique \mathcal{E}_m en fonction de k et de l'amplitude X_m de $x(t)$.
- Exprimer les valeurs moyennes $\langle x \rangle$, $\langle p_x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle p_x^2 \rangle$ en fonction de \mathcal{E}_m , m et k .
- En utilisant l'inégalité d'Heisenberg, montrer que l'énergie mécanique prend une valeur minimale que l'on exprimera en fonction de \hbar et de ω_0 .

Exercice 3. Effet Compton

L'américain Arthur Compton a réalisé en 1923 l'expérience suivante. Il a envoyé des rayons X durs (c'est-à-dire une onde électromagnétique de fréquence élevée, donc de très faible longueur d'onde λ comprise environ entre 1 pm et 1 nm) sur une mince feuille de graphite. Il a observé que l'onde diffusée (déviée) avait une longueur d'onde λ' dépendant de la direction de diffusion θ selon la relation :

$$\lambda' - \lambda \approx \frac{h}{m_e c} (1 - \cos(\theta))$$



1. En quoi cette expérience montre-t-elle la nature corpusculaire de la lumière ?
2. Montrer que la relation entre λ et λ' est homogène.
3. Calculer la valeur de la longueur Compton $\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$. Pourquoi la variation de longueur d'onde est plus facilement mise en évidence avec des rayons X durs qu'avec des rayons de longueur d'onde supérieure ?
4. Exprimer l'énergie d'un photon de longueur d'onde λ_c . Interpréter le résultat.

On s'intéresse dans la suite au cas $\theta = \pi$ (rétrodiffusion).

5. Ecrire la relation entre λ , λ' et λ_c dans ce cas-là.
6. Pour des rayons incidents tels que $\lambda = 7,08 \times 10^{-11}$ m, déterminer λ' et la vitesse de l'électron éjecté en utilisant la conservation de l'énergie du système {électron+photon}.
7. Montrer numériquement que la quantité de mouvement du système est également vérifiée.

Exercice 4. Fonction d'onde de l'électron de l'atome d'hydrogène

Dans l'orbitale 1s correspondant à l'état fondamental de l'atome d'hydrogène, la fonction d'onde de l'électron en coordonnées sphériques est $\Psi(r) = C e^{-r/a_0}$ où $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = 53$ pm est le rayon de Bohr et C une constante.

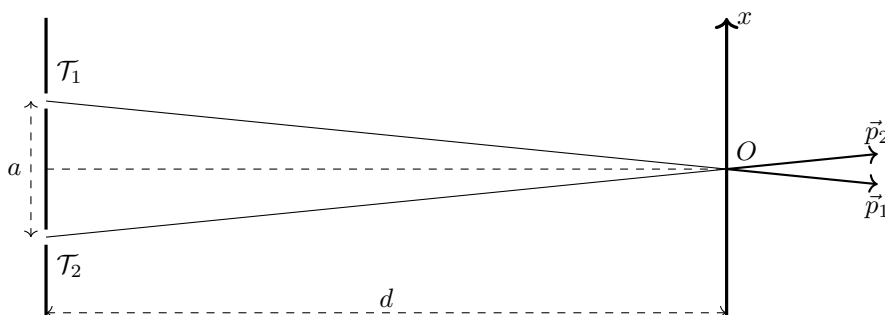
On donne : $\int_0^\infty e^{-\alpha r} r^n dr = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$.

1. Justifier que le volume élémentaire compris entre les sphères de rayons r et $r + dr$ est $dV = 4\pi r^2 dr$.
2. Exprimer la probabilité $dP(r)$ de trouver l'électron dans ce volume.
3. Pour quelle valeur de r la densité de présence $\frac{dP}{dr}$ est-elle maximale ? Interpréter.
4. Déterminer C en utilisant la condition de normalisation la fonction d'onde.
5. Déterminer la distance moyenne entre l'électron au noyau.

Exercice 5. Par où est passé le photon ?

Dans une expérience de trous de Young photon par photon, on imagine le stratagème suivant afin de déterminer par quel trou chaque photon est passé. L'écran est mobile dans son plan selon la direction Ox ; chaque impact de photon communique au plan la composante p_x de sa quantité de mouvement, que l'on peut mesurer par un système mécanique.

Les photons sont de longueur d'onde λ , les trous séparés de a et l'écran à la distance d des trous où $d \gg a$. On rappelle l'interfrange de la figure d'interférence obtenue : $i = \frac{\lambda d}{a}$.



1. Exprimer la composante selon Ox de la quantité de mouvement d'un photon arrivant au point O de l'écran situé sur la médiatrice des trous, selon qu'il provienne du trou \mathcal{T}_1 ou du trou \mathcal{T}_2 . Donner la différence de ces composantes. Ce résultat ne dépend pas du point d'impact du photon.
2. Comment doit être la dispersion Δp_x de ces composantes si l'on souhaite distinguer par quel trou le photon est passé ?
3. En déduire une inégalité vérifiée par la dispersion Δx dans ce cas.
4. Comparer à i . Que s'attend-on à observer sur l'écran après un très grand nombre d'impacts ?
5. Qu'est-ce qu'illustre ce résultat ?

Réponses

Exercice 1 : 2. $\lambda = 1,62 \times 10^{-8}$ m ; 3. $L = 1,9$ mm ; $i_{th} = 3,1 \times 10^{-4}$ m ; $i_{exp} = 2 \times 10^{-4}$ m.

Exercice 2 : 1. $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} k X_m^2$; 2. $\langle x^2 \rangle = \frac{\mathcal{E}_m}{k}$; $\langle p_x^2 \rangle = m \mathcal{E}_m$; 3. $\mathcal{E}_m \geq \frac{1}{2} \hbar \omega_0$.

Exercice 3 : 3. $\lambda_c = 2,4 \times 10^{-12}$ m ; 6. $\lambda' = 7,56 \times 10^{-11}$ m ; $v = 2,0 \times 10^7$ m · s⁻¹.

Exercice 4 : 3. $r = a_0$; 4. $C = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}}$; 5. $\langle r \rangle = \frac{3}{2} a_0$.

Exercice 5 : 2. $\Delta p_x \ll \frac{ah}{d\lambda}$; 3. $\Delta x \gg \frac{d\lambda}{4\pi a}$