
Chapitre P0

Grandeurs physiques

I. Système international (SI)

I.1) Définition du SI

Une **grandeur physique** est une propriété d'un phénomène ou d'une substance **mesurable expérimentalement**.

Exemples : la vitesse du son, la température de la pièce, la masse de la Terre, ...

La valeur d'une grandeur s'exprime comme le produit d'un nombre par une **unité**. L'unité est une grandeur de référence ayant la même **dimension** (c'est-à-dire la même nature) que la grandeur mesurée.

Exemple : la hauteur de la tour Eiffel est de 324 m, c'est-à-dire que c'est une longueur 324 fois plus grande qu'un mètre.

Pour faciliter les échanges, il est important que les unités soient définies de façon précise et universelle. C'est le rôle du **Système International d'Unités (SI)** décidé par le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM).

Les grandeurs ne sont pas indépendantes les unes des autres : elles sont liées entre elles soit par des définitions ($v = d/t$) soit par des lois physiques ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$). Par conséquent les unités ne sont pas indépendantes non plus.

Le SI a choisi **7 grandeurs de base**, et définit une unité pour chacune d'entre elles :

Grandeur	Dimension	Unité	Symbole
masse	M	kilogramme	kg
longueur	L	mètre	m
temps	T	seconde	s
courant électrique	I	ampère	A
température thermodynamique	Θ	kelvin	K
quantité de matière	N	mole	mol
intensité lumineuse	J	candela	cd

Depuis le 20 mai 2019, ces unités sont définies de telle sorte que 7 constantes universelles aient une valeur exacte :

Le Système international d'unités (SI) est le système d'unités selon lequel :

- la fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium 133 non perturbé, $\Delta\nu_{\text{Cs}}$, est égale à 9 192 631 770 Hz,
- la vitesse de la lumière dans le vide, c , est égale à 299 792 458 m/s,
- la constante de Planck, h , est égale à $6,626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$,
- la charge élémentaire, e , est égale à $1,602\,176\,634 \times 10^{-19} \text{ C}$,
- la constante de Boltzmann, k , est égale à $1,380\,649 \times 10^{-23} \text{ J/K}$,
- la constante d'Avogadro, N_A , est égale à $6,022\,140\,76 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$,
- l'efficacité lumineuse d'un rayonnement monochromatique de fréquence $540 \times 10^{12} \text{ Hz}$, K_{cd} , est égale à 683 lm/W,

où les unités hertz, joule, coulomb, lumen et watt, qui ont respectivement pour symbole Hz, J, C, lm et W, sont reliées aux unités seconde, mètre, kilogramme, ampère, kelvin, mole et candela, qui ont respectivement pour symbole s, m, kg, A, K, mol et cd, selon les relations $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$, $\text{J} = \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$, $\text{C} = \text{A} \cdot \text{s}$, $\text{lm} = \text{cd} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m}^{-2} = \text{cd} \cdot \text{sr}$, et $\text{W} = \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$.

I.2) Autres unités

Les autres grandeurs ont des unités dérivées composées des unités de base. Certaines d’entre elles ont un nom spécifique :

Grandeur dérivée	Unité	Symbole	Définition	Dimension
angle plan	radian	rad	m/m	1
angle solide	stéradian	sr	m ² /m ²	1
fréquence	hertz	Hz	s ⁻¹	T ⁻¹
force	newton	N	kg · m · s ⁻²	M.L.T ⁻²
pression, contrainte	pascal	Pa	N/m ²	M.L ⁻¹ .T ⁻²
énergie, travail, quantité de chaleur	joule	J	N · m	M.L ² .T ⁻²
puissance, flux énergétique	watt	W	J/s	M.L ² .T ⁻³
charge électrique	coulomb	C	A · s	I.T
différence de potentiel électrique	volt	V	W/A	M.L ² .T ⁻³ .I ⁻¹
capacité électrique	farad	F	C/V	M ⁻¹ .L ⁻² .T ⁴ .I ²
résistance électrique	ohm	Ω	V/A	M.L ² .T ⁻³ .I ⁻²
conductance électrique	siemens	S	1/Ω	M ⁻¹ .L ⁻² .T ³ .I ²
flux d’induction magnétique	weber	Wb	V · s	M.L ² .T ⁻² .I ⁻¹
induction magnétique	tesla	T	Wb/m ²	M.T ⁻² .I ⁻¹
inductance	henry	H	Wb/A	M.L ² .T ⁻² .I ⁻²
température Celsius ^(*)	degré Celsius	°C	K	Θ

Note (*)

- La température Celsius t est liée à la température thermodynamique T par la relation : $t/^{\circ}\text{C} = T/\text{K} - 273,15$.
- Une différence de température a la même valeur en degré Celsius et en Kelvin, d’où $1^{\circ}\text{C} = 1\text{ K}$ en amplitude.

D’autres unités sont néanmoins parfois utilisées, par habitude. Le passage aux unités de base se fait à l’aide d’une **conversion**.

Grandeur	Nom de l’unité	Symbole	Valeur en unités SI
temps	minute	min	1 min = 60 s
temps	heure	h	1 h = 60 min = 3600 s
temps	jour	d	1 d = 24 h = 86 400 s
angle plan	degré	°	1° = (π/180) rad
angle plan	minute d’arc	'	1' = (1/60)° = (π/10 800) rad
angle plan	seconde d’arc	"	1" = (1/60)' = (π/648 000) rad
longueur	unité astronomique	au	1 au = 149 597 870 700 m
superficie	hectare	ha	1 ha = 1 hm ²
volume	litre	L	1 L = 1 dm ³
masse	tonne	t	1 t = 10 ³ kg
énergie	électron-volt	eV	1 eV = 1,602 176 634 × 10 ⁻¹⁹ J
vergence	dioptrie	δ	1 δ = 1 m ⁻¹
pression	bar	bar	1 bar = 10 ⁵ Pa
énergie	kilowattheure	kWh	1 kWh = 3,6 × 10 ⁶ J

I.3) Préfixes

De plus, une série de **préfixes** ont été adoptés pour exprimer les valeurs des grandeurs beaucoup plus grandes ou plus petites que l’unité SI elle-même :

Puissance	Nom	Symbole
10 ¹	déca	da
10 ²	hecto	h
10 ³	kilo	k
10 ⁶	méga	M
10 ⁹	giga	G
10 ¹²	téra	T
10 ¹⁵	péta	P
10 ¹⁸	exa	E
10 ²¹	zetta	Z
10 ²⁴	yotta	Y
10 ²⁷	ronna	R
10 ³⁰	quetta	Q

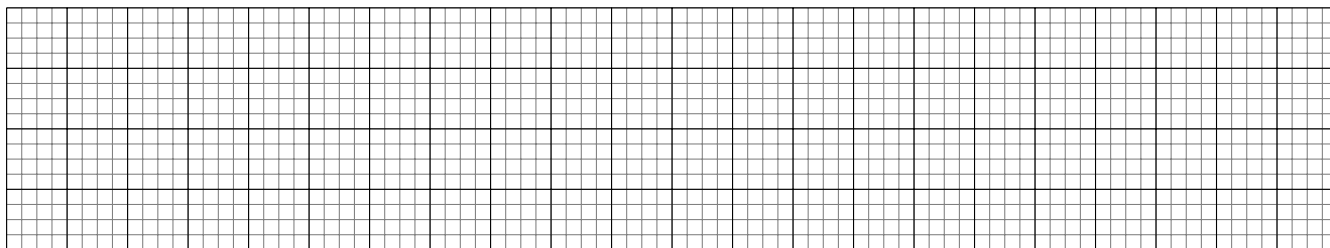
Puissance	Nom	Symbole
10 ⁻¹	déci	d
10 ⁻²	centi	c
10 ⁻³	milli	m
10 ⁻⁶	micro	μ
10 ⁻⁹	nano	n
10 ⁻¹²	pico	p
10 ⁻¹⁵	femto	f
10 ⁻¹⁸	atto	a
10 ⁻²¹	zepto	z
10 ⁻²⁴	yocto	y
10 ⁻²⁷	ronto	r
10 ⁻³⁰	quecto	q

[illegible][illegible]

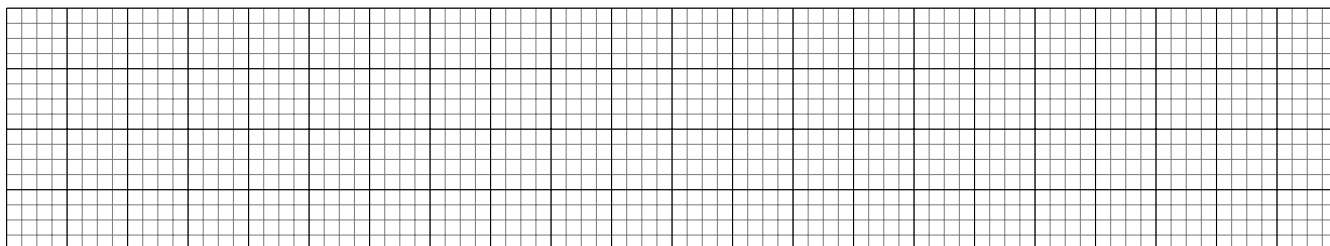
Remarque : les arguments des fonctions mathématiques, ainsi que leurs valeurs, sont nécessairement sans dimension.

[illegible][illegible]

4. Longueur d'onde (Compton) λ_C , en fonction de la constante de Planck h , de la masse d'un électron m_e et de la vitesse de la lumière dans le vide c : $\lambda_C = \frac{hc}{m_e c^2}$



5. Pression P de l'eau en fonction de la profondeur h , de l'intensité de la pesanteur g et de la masse volumique ρ_e de l'eau et de la pression P_0 à la surface : $P = P_0 + \rho_e g h$



II.3) Prédiction de résultats par analyse dimensionnelle

Grâce à l'analyse dimensionnelle, on peut prédire des lois physiques. Pour ce faire, on utilise une **intuition** des grandeurs qui sont liées entre elles dans un phénomène. La contrainte de l'homogénéité permet parfois de déterminer une unique relation possible.

Méthode :

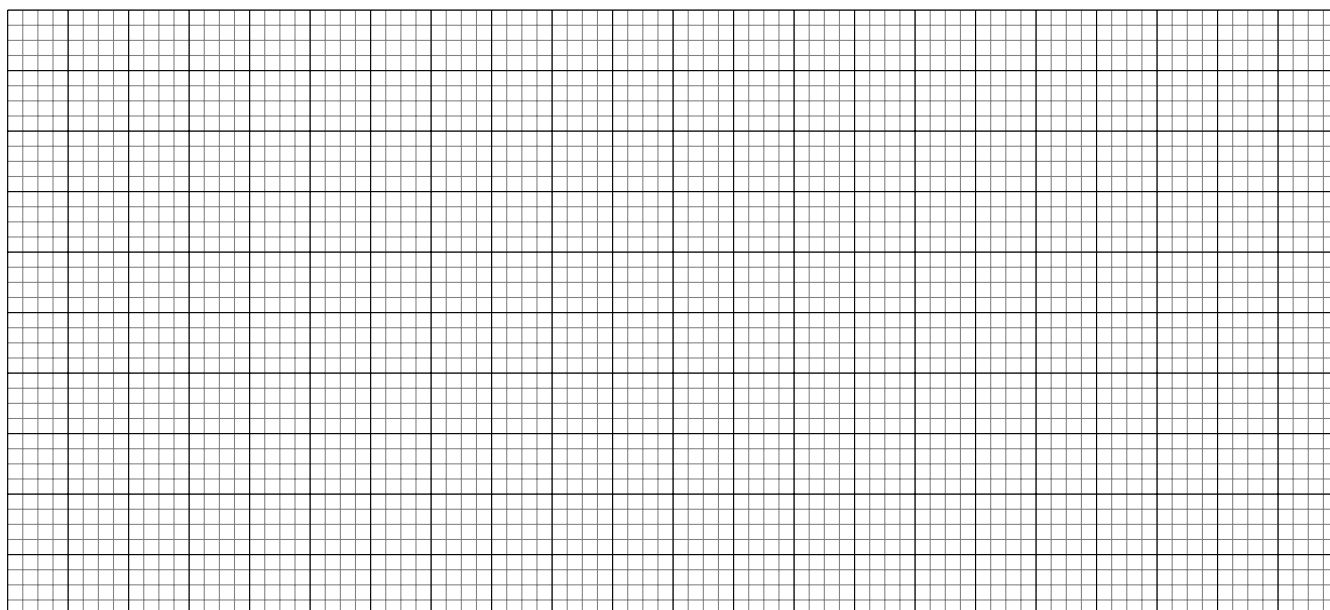
- on suppose que la grandeur y dépend des grandeurs x_1 , x_2 et x_3 ;
- on écrit alors une relation générale entre ces grandeurs : $y = k x_1^{a_1} x_2^{a_2} x_3^{a_3}$ avec k un facteur numérique ;
- on impose l'homogénéité de la relation, ce qui permet d'écrire une équation pour chaque dimension de base ;
- si c'est possible, on résout le système obtenu afin de déterminer les exposants a_1 , a_2 et a_3 .

Exercice

La fréquence f du son joué par une corde vibrante dépend a priori de la longueur L et de la masse volumique ρ de la corde, ainsi que de la force T qui la tend.

On pose $f = k \rho^\alpha L^\beta T^\gamma$ avec k une constante sans dimension.

Déterminer les exposants α , β et γ par analyse dimensionnelle.



Exprimer, avec le nombre correct de chiffres significatifs, les résultats des opérations suivantes :

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Exercice 1. Conversions (★)

Effectuer les conversions suivantes, en utilisant la notation scientifique.

- | | | |
|---|---|--|
| 1. $3,0 \mu\text{m}$ en km | 3. $20 \text{ cm}^2 \cdot \text{ms}^{-1}$ en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ | 5. $3,4 \times 10^3 \text{ tours} \cdot \text{min}^{-1}$ en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ |
| 2. $8,2 \times 10^{-8} \text{ t}$ en g | 4. $0,22 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$ en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ | 6. $30 \text{ kJ} \cdot \text{cm}^{-1}$ en N |

Exercice 2. Calculs numériques (★)

Calculer les grandeurs suivantes et donner le résultat dans les unités du système international (ou avec une grandeur dérivée mais sans préfixe). Attention à la priorité des opérations dans la recherche du nombre de chiffres significatifs.

- Fréquence f d'un signal de période $T = 28 \mu\text{s}$.
- Périmètre p et superficie S d'un rectangle de côtés $L = 14,6 \text{ cm}$ et $\ell = 5,4 \text{ cm}$.
- Célérité c de la houle dans une mer de profondeur $h = 45 \text{ cm}$.
Donnée : $c = \sqrt{gh}$ où $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ est l'intensité du champ de pesanteur.
- Masse volumique de l'air ρ_a à la pression $P = 1,02 \text{ bar}$ et à la température $\theta = 25^\circ\text{C}$.
Donnée : $\rho_a = \frac{MP}{RT}$ où $M = 28,96 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ est la masse molaire de l'air, $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ est la constante des gaz parfait et T est la température en Kelvin.

Exercice 3. Période d'un pendule (★★)

Un pendule est constitué d'un fil de longueur L et de masse négligeable au bout duquel est attachée une bille de masse m et de volume négligeable. L'autre extrémité étant fixée à un clou, le pendule peut osciller de part et d'autre de la verticale sous l'effet de la pesanteur. La période T de ces oscillations dépend *a priori* de m , L et de g , l'intensité de la pesanteur. On pose $T = km^\alpha L^\beta g^\gamma$ avec k un facteur numérique.

- Déterminer les exposants α , β et γ par analyse dimensionnelle.
- Que remarque-t-on ? Était-ce prévisible ?
- Un pendule de 1 m bat la seconde, c'est-à-dire a une période très proche de 2 s . En déduire la valeur de k (on prendra $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$). À quel nombre exact ce résultat fait-il penser ?

Exercice 4. Troisième loi de Kepler (★★)

- Rappeler la loi de Newton pour l'interaction gravitationnelle.
- En déduire la dimension de la constante de gravitation $\mathcal{G}$.
- La période de révolution T d'une planète dépend du demi-grand axe a de son orbite, de la constante de gravitation $\mathcal{G}$ et de la masse du Soleil M_S . En utilisant une analyse dimensionnelle, déterminer la relation qui lie ces grandeurs, à un facteur numérique près.

Exercice 5. Cuisson d'un poulet (★★★★)

La cuisson d'un poulet dans un four se fait par conduction thermique de l'extérieur vers l'intérieur. La rapidité de ce phénomène dépend de la taille d du poulet (son diamètre moyen), de sa masse volumique ρ , de sa capacité thermique massique c et de sa conductivité thermique λ d'unité $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Rappel : la variation d'énergie (interne) ΔU d'un corps de masse m et de capacité thermique massique c lors d'une élévation de température ΔT est $\Delta U = mc\Delta T$.

- Déterminer la dimension de c et λ .
- Par analyse dimensionnelle, proposer une relation reliant la durée de cuisson aux différents paramètres impliqués.
- Il faut 1 h de cuisson pour cuire un poulet de 1 kg , combien en faut-il pour un poulet de 2 kg ?

Réponses

Exercice 1 : 1. $3,0 \times 10^{-9} \text{ km}$; 2. $8,2 \times 10^{-8} \text{ g}$; 3. $2,0 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; 4. $2,2 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$; 5. $3,6 \times 10^2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; 6. $3,0 \times 10^6 \text{ N}$.

Exercice 2 : 1. $f = 3,6 \times 10^4 \text{ Hz}$; 2. $p = 4,00 \times 10^{-1} \text{ m}$; $S = 7,9 \times 10^{-3} \text{ m}^2$; 4. $c = 2,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; 5. $\rho = 1,19 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Exercice 3 : 1. $\alpha = 0$; $\beta = \frac{1}{2}$; $\gamma = -\frac{1}{2}$; 3. $k = 6,26$.

Exercice 4 : 2. $\dim(\mathcal{G}) = \text{M}^{-1} \text{L}^3 \text{T}^{-2}$; 3. $T = ka^{3/2} \mathcal{G}^{-1/2} M_S^{-1/2}$.

Exercice 5 : 1. $\dim(c) = \text{L}^2 \text{T}^{-2} \Theta^{-1}$; $\dim(\lambda) = \text{M} \text{L} \text{T}^{-3} \Theta^{-1}$; 2. $\Delta t = k \frac{\rho c d^2}{\lambda}$; 3. $\Delta t \approx 95 \text{ min}$.