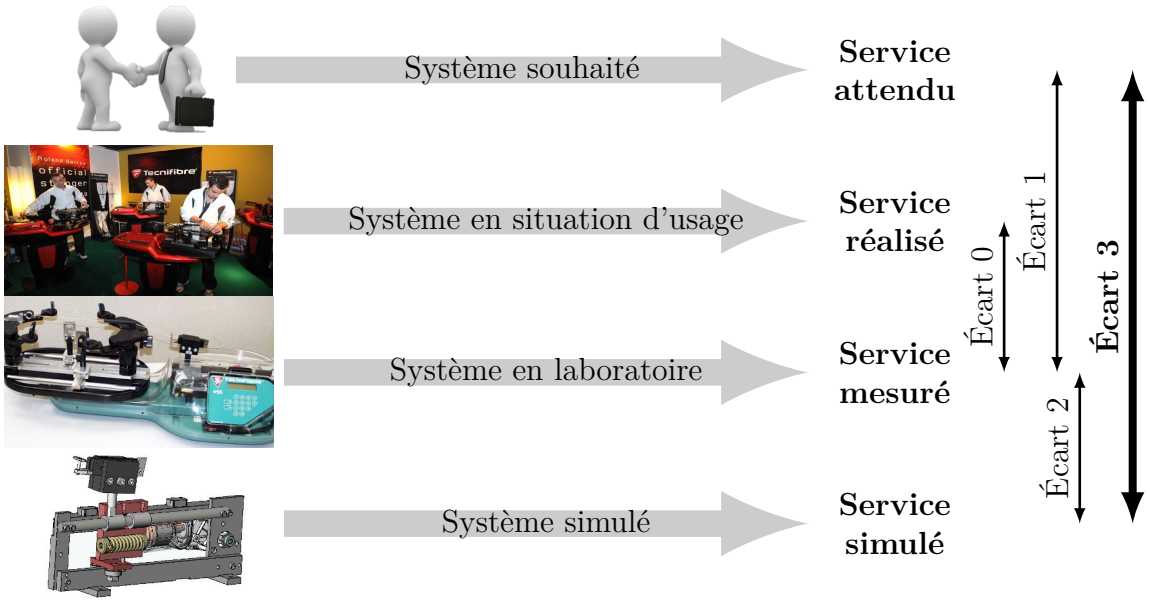
Modélisation des systèmes asservis

— TDs —



Écart 0 – évalue la fiabilité et la fidélité du système de laboratoire didactisé par rapport au système réel. Il répond aux questions « le système de laboratoire est-il représentatif du système réel ? Permet-il de l'étudier de manière fiable ? »

Écart 1 – évalue le respect du CDCF par le système réel sur prototype instrumenté en laboratoire. Il répond à la question « le système réalisé, répond-il au CDCF ? ».

Écart 2 – évalue la fiabilité du modèle et de ses hypothèses. Il répond à la question « le modèle est-il correct ? ».

Écart 3 – évalue, en phase de conception, le respect du CDCF à partir d'un modèle simulé. Il répond à la question « le modèle du système satisfait-il les exigences du CDCF ? ».

Activités de TD

Exercices

Exercice 1 – Modélisation de systèmes par schéma-blocs 3
Exercice 2 – Commande de déplacement d'un bras de robot 4
Exercice 3 – Mécanisme d'éjection 5
Exercice 4 – Modélisation d'un véhicule auto-balancé Segway© 7
Exercice 5 – Enceinte chauffée 9
Exercice 6 – Robot portique 3 axes Lexium Max R 11
Exercice 7 – Éolienne de forte puissance 14
Exercice 8 – Système anti-shimmy pour train d'atterrissage d'avion 16
Exercice 9 – Parabole de radar en poursuite 20

Nicolas Mesnier, lycée international Jean Perrin, Lyon
Compléments & mises à jour sur le site des MPSI
https://cahier-de-prepa.fr/mpsi-perrin

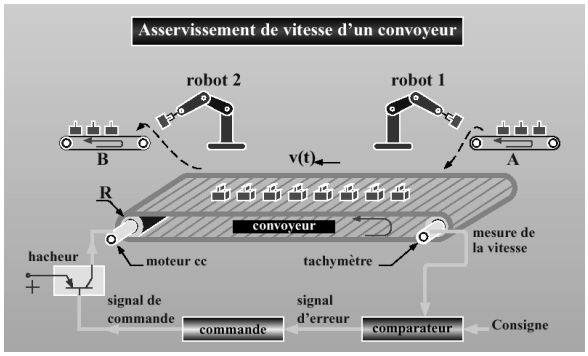
— Version du 5 octobre 2026 —

— Exercice 1 —

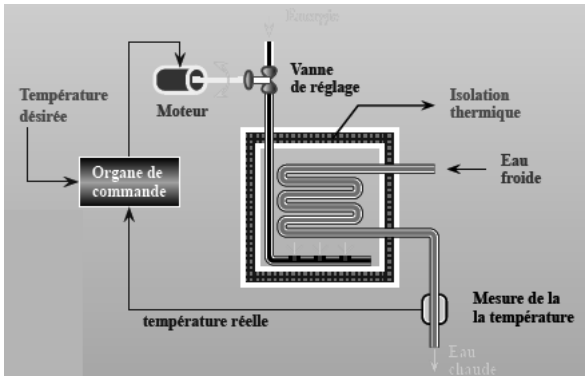
Modélisation de systèmes par schéma-blocs

Question 1.1. *On cherche à modéliser le fonctionnement sous forme de schéma-blocs des systèmes suivants sur un logiciel (Scilab) permettant de simuler leur comportement.*

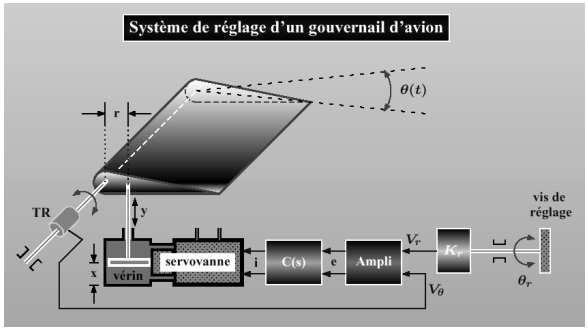
Exemple 1 – Asservissement en vitesse d'un convoyeur



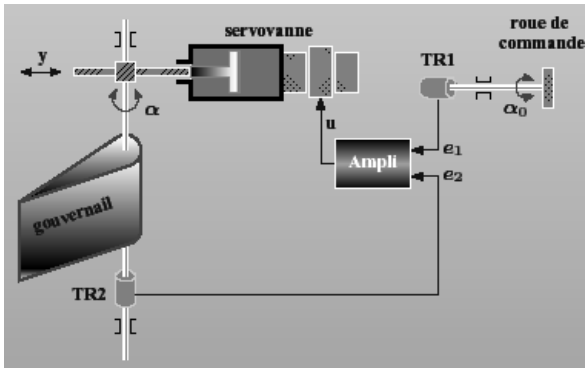
Exemple 2 – Régulation de température d'un échangeur de chaleur



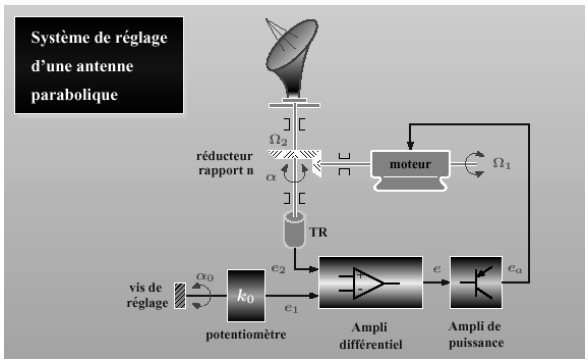
Exemple 3 – Système de réglage d'un gouvernail d'avion



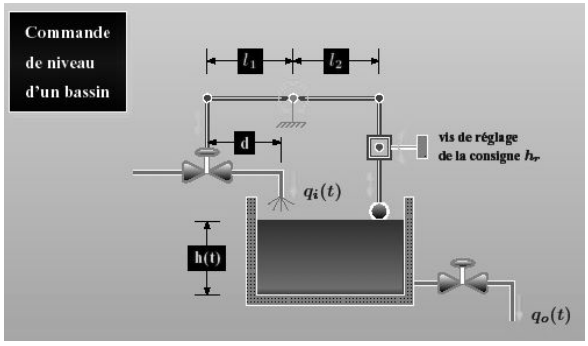
Exemple 4 – Système de réglage d'un gouvernail de navire



Exemple 5 – Système de réglage d'une antenne parabolique

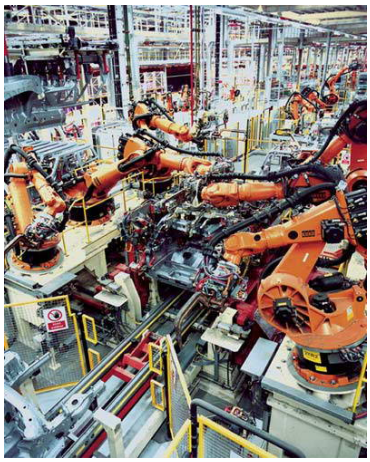


Exemple 6 – Régulation de niveau dans un réservoir



— Exercice 2 —

Commande de déplacement d'un bras de robot



Dans une chaîne automobile, les robots servent, entre autres, à déplacer des tôles embouties afin de faciliter le montage final. Pour des questions de rentabilité, on cherche à minimiser le temps de cycle donc le temps de déplacement du bras robotisé. Pour cela, on envisage deux types de loi de commande :

1. une loi en trapèze de vitesse ;
2. une loi de type « sinus ».

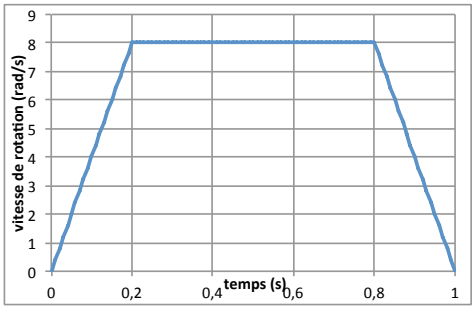


Figure 2.1 – Loi en trapèze de vitesse.

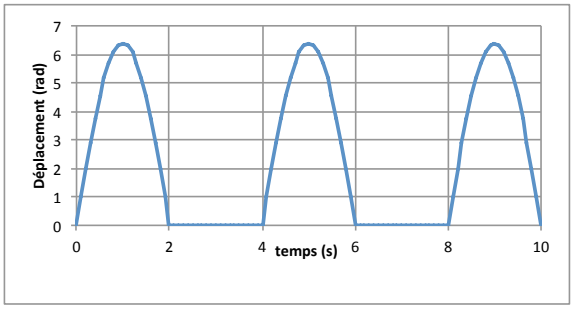


Figure 2.2 – Loi de type « sinus ».

Question 2.1. *Déterminer la transformée de la Laplace des deux lois.*

La loi de commande nécessaire au niveau du process est caractérisée de la manière suivante : vitesse de déplacement constante hors phase d'accélération/décélération, et comprise entre 73 et 77 $\mathrm{tr}\cdot\mathrm{min}^{-1}$.

Question 2.2. *Une des deux lois proposées satisfait-elle cette exigence ?*

— Exercice 3 —

Mécanisme d'éjection

L'étude porte sur le mécanisme d'éjection d'un bac d'un chariot de transport. Le bac est poussé sur un poste de stockage par un pousseur électrique (moteur électrique entraînant un système poulie-courroie).

> **Extrait du cahier des charges**
> Le client de cette machine stipule que chaque bac doit être poussé de $1\,\text{m} \pm 5\,\text{cm}$. On cherche à vérifier si cela est respecté ou non.

Objectifs

Vérifier le cahier des charges pour le modèle de commande décrit ci-dessous et savoir construire un signal composé de signaux élémentaires retardés.

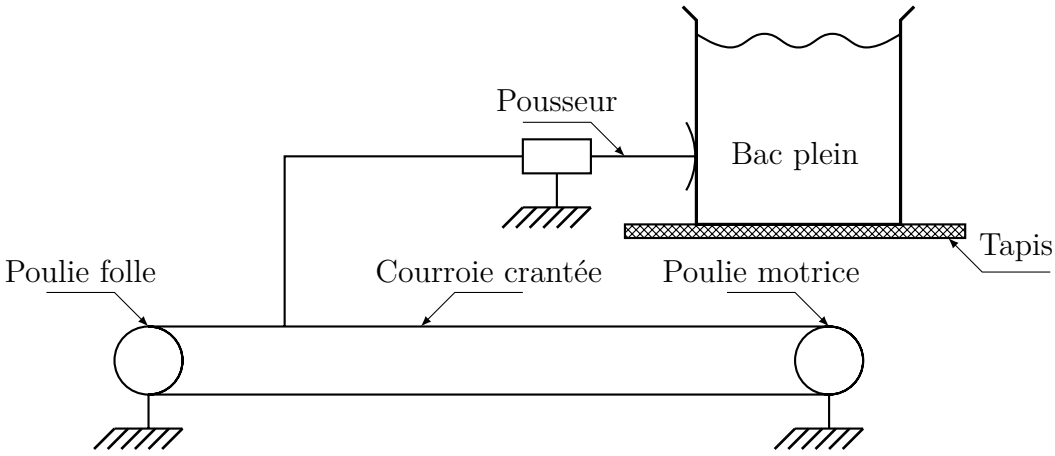


Figure 3.1 – Shématisation d'un modèle d'éjection.

Ce mécanisme est doté d'un capteur capable de détecter en temps réel la position du bac (notée pos(t)) et permettant ainsi de l'asservir en temps réel :

- la donnée d'entrée du système est la tension de consigne $u_c(t)$ (en V), représentant la position que l'on souhaite avoir à chaque instant (chaque volt représente 10 cm) ;
- la donnée de sortie est la position du moteur pos(t) (en m).

Une étude montre que le comportement de ce système peut être décrit par la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau\, p} \qquad \text{avec} \quad K = 0{,}1\,\text{m}\cdot\text{V}^{-1} \quad \text{et} \quad \tau = 2\,\text{s}.$$

Dans ce qui suit, on se place dans les conditions de Heaviside.

Question 3.1. *Donner l'expression de POS(p).*

Afin d'éviter d'éventuelles éclaboussures, on ne veut pas créer de mouvement trop brusque au bac. Pour cela, on souhaite imposer un signal d'entrée en échelon progressif.

Définition 3.1 (Échelon progressif)
On appelle « échelon progressif » une fonction commençant par une rampe puis, une fois son amplitude maximum atteinte, continue de manière constante (comme un échelon).

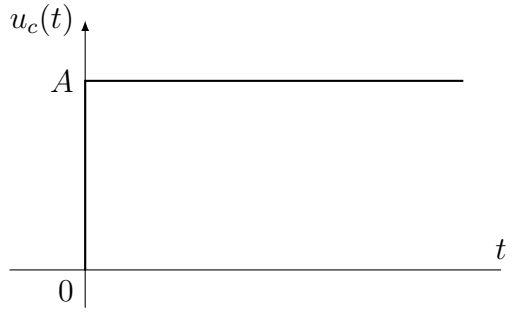


FIGURE 3.2 – Échelon classique

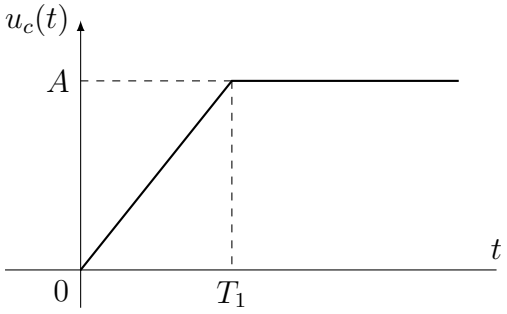
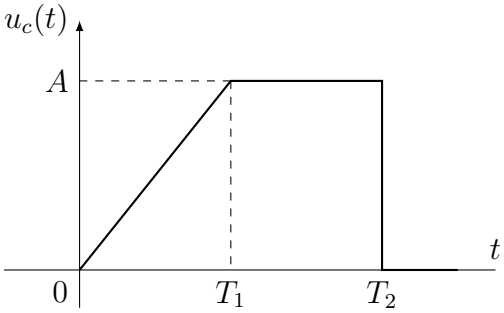


FIGURE 3.3 – Échelon progressif

Question 3.2. *Donner la définition mathématique temporelle de la fonction « échelon progressif » et déterminer alors $U_c(p)$.*

Après avoir poussé le bac, le retour du pousseur peut se faire plus rapidement (il n'y a plus de risque de secousse). La consigne $u_c(t)$ peut donc revenir à la valeur nulle à la manière de la figure ci-contre.



Question 3.3. *Modifier l'expression de la consigne d'entrée, dans le domaine temporel comme dans le domaine de Laplace.*

Question 3.4. *Montrer que l'expression de la réponse POS(p) du système est égale à :*

$$\mathrm{POS}(p) = \frac{KA}{T_1}\left(\underbrace{\frac{1}{(1+\tau p)p^2}}_{(1)} - \underbrace{\frac{1}{(1+\tau p)p^2}e^{-T_1 p}}_{(2)}\right) - KA\underbrace{\frac{1}{(1+\tau p)p}e^{-T_2 p}}_{(3)}$$

Question 3.5. *Par décomposition en éléments simples, déterminer l'expression de la réponse temporelle pos(t).*

On considère les valeurs suivantes : $A = 1\,\mathrm{m}$ et $T_1 = \dfrac{T_2}{2}$.

Question 3.6. *Calculer la position pos(T_2) avec $T_2 = 10\,\mathrm{s}$. Le cahier des charges est-il respecté ? Si non, proposer une action sur $H(p)$ permettant de satisfaire l'exigence.*

— Exercice 4 —

Modélisation d'un véhicule auto-balancé Segway©

Le support de l'étude est le véhicule auto balancé Segway©. Il s'agit d'un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en ville. En termes de prestations, il est moins rapide qu'une voiture ou qu'un scooter, plus maniable, plus écologique (selon les rédacteurs du sujet), moins encombrant et nettement plus moderne.

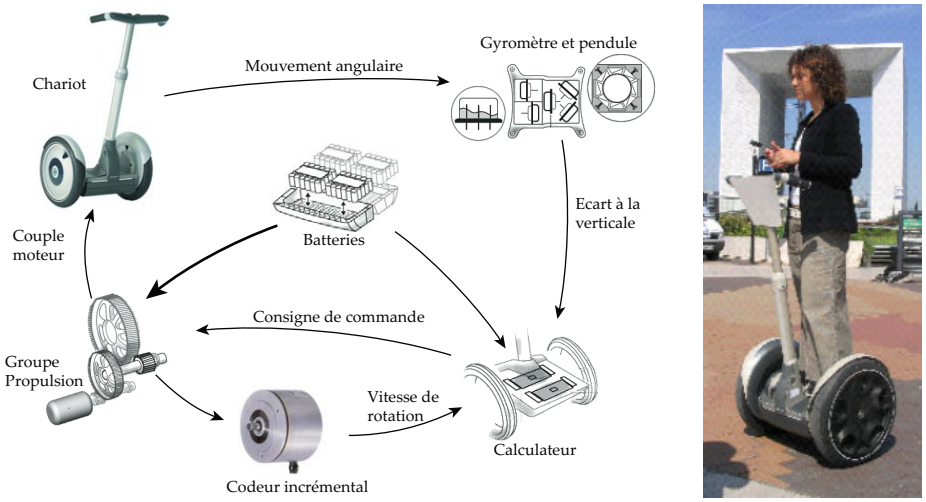


Figure 4.1 – Schéma d'organisation structurelle.

La conduite du Segway© se fait par inclinaison du corps vers l'avant ou vers l'arrière, afin d'accélérer ou freiner le mouvement. Les virages à droite et à gauche sont quant à eux commandés par la rotation de la poignée directionnelle située sur la droite du guidon.

La spécificité de ce véhicule est d'avoir deux roues qui ont le même axe de rotation, avec son centre de gravité situé au-dessus de l'axe commun des roues, si bien qu'on se demande comment rester à l'équilibre une fois monté sur la plate-forme. Tout comme le cerveau permet à l'homme de tenir debout sans tomber grâce à l'oreille interne, le système comporte un dispositif d'asservissement d'inclinaison, maintenant la plate-forme du véhicule à l'horizontale ou encore la barre d'appui, supposée orthogonale à cette plate-forme, à la verticale. Le Segway© comporte à cet effet des capteurs et des microprocesseurs transmettant des consignes aux deux moteurs électriques équipant les deux roues.

Objectifs

Vérifier les performances de l'asservissement d'inclinaison par rapport à la verticale.

La chaîne d'action permettant de réguler l'inclinaison du Segway© est réalisée par :

— un moto-réducteur qui permet de délivrer un couple C_m :

$$C_m(t) = K_m \, u_c(t)$$

avec $u_c(t)$ la tension de commande ;

— l'ensemble chariot et conducteur. Les équations de comportement dynamique peuvent se mettre sous la forme :

$$a\,\frac{\mathrm{d}^2\Phi}{\mathrm{d}t^2}(t) = b\,C_m(t) + c\,\Phi(t)$$

avec $\Phi(t) = \Psi(t) + \alpha(t)$, α étant l'angle d'inclinaison du conducteur par rapport à la barre d'appui.

La partie commande est constituée :

— d'un comparateur qui élabore le signal écart

$$\epsilon(t) = \Psi_c(t) - \Psi(t)$$

où $\Psi_c(t)$ est la consigne d'inclinaison du plateau du chariot par rapport à la verticale et $\Psi(t)$ son inclinaison mesurée ;

— d'un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ qui adapte l'écart pour commander le système.

Afin de stabiliser le système, la grandeur de commande du moto-réducteur $u_c(t)$ est élaborée à partir de :

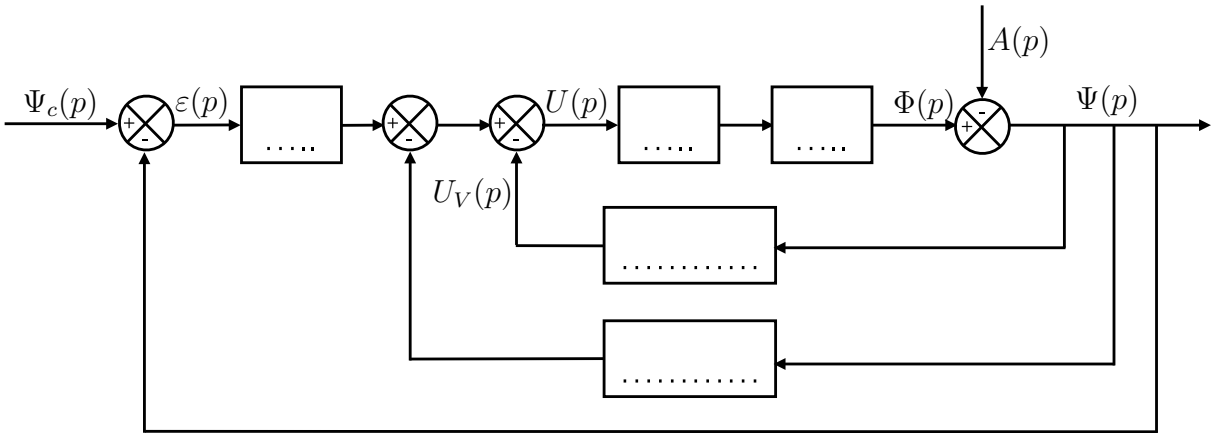
— la mesure de la vitesse angulaire par un gyromètre qui fournit la tension $u_V(t)$:

$$u_V(t) = K_V\,\frac{\mathrm{d}\Psi(t)}{\mathrm{d}t}$$

— la mesure de la position angulaire par un pendule qui fournit la tension $u_P(t)$:

$$u_P(t) = K_P\,\Psi(t)$$

Question 4.1. *Compléter le schéma-blocs fonctionnel du Segway©.*



Question 4.2. *Déterminer l'expression canonique de la fonction de transfert* $\dfrac{\Psi(p)}{\Psi_c(p)}$. *Préciser son ordre et sa classe.*

— Exercice 5 —

Enceinte chauffée

Le système représenté ci-dessous est chargé de maintenir la température d'une enceinte. Le chauffage est assuré par un échangeur thermique, la vanne v permet de réguler le débit du fluide calorifique dans l'échangeur.

> **Extrait du cahier des charges**
> La température dans la chambre doit être maitrisée au degré près.

Objectif

On cherche à vérifier l'exigence de précision de cette installation.

On note :

- $\alpha(t)$: l'angle d'ouverture de la vanne ;
- $q(t)$: débit dans l'échangeur ;
- $\theta_1(t)$: température en sortie de l'échangeur.

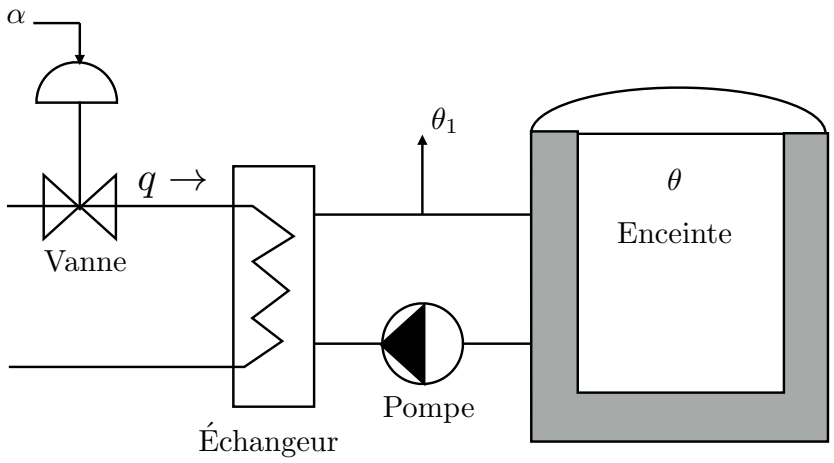


Figure 5.1 – Enceinte chauffée.

La loi de fonctionnement de la vanne est caractérisée par l'équation $q(t) = k_0\ \alpha(t)$, donnant le débit en fonction de l'angle d'ouverture. Les deux autres équations caractérisent le transfert de chaleur :

- dans l'échangeur : $\theta_1(t) + \tau_1\ \dfrac{\mathrm{d}\theta_1}{\mathrm{d}t}(t) = k_1\ q(t)$;
- dans l'enceinte : $\theta(t) + \tau_2\ \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}(t) = k_2\ \theta_1(t)$.

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles. L'entrée du système est l'angle d'ouverture de la vanne et la température de l'enceinte est la sortie. On note :

— $A(p)$ la transformée de Laplace de $\alpha(t)$;
— $Q(p), \Theta(p), \Theta_1(p)$ les transformées respectives de $q(t)$, $\theta(t)$ et $\theta_1(t)$.

Question 5.1. *Traduire dans le domaine de Laplace les équations de fonctionnement.*

Question 5.2. *Tracer le schéma-blocs du système.*

Question 5.3. *Déterminer la fonction de transfert* $H_0(p) = \dfrac{\Theta(p)}{A(p)}$.

Afin de réguler la température, on choisit de motoriser la vanne et on installe un capteur dans l'enceinte qui permet de mesurer la température θ. Cette température est comparée à la température de consigne θ_C. En fonction de cet écart, la vanne s'ouvre ou se ferme. Le schéma donné figure 5.2 précise la structure de l'asservissement.

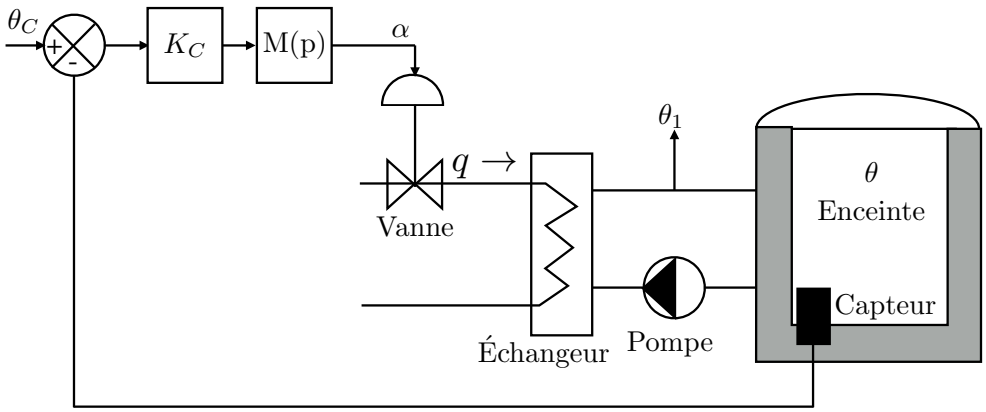


FIGURE 5.2 – Enceinte chauffée et régulée.

La fonction de transfert du moteur est :

$$M(p) = \frac{A(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{(1 + T_m\, p)p}$$

Question 5.4. *Compléter le schéma-blocs du système dont l'entrée est* θ_C.

Question 5.5. *Déterminer la fonction de transfert du système* $H_F(p) = \dfrac{\Theta(p)}{\Theta_C(p)}$.

On suppose pour la suite que le système est stable.

Question 5.6. *Déterminer la valeur finale pour une entrée en échelon* $\theta_C(t) = \theta_0\, u(t)$. *Conclure sur le respect du cahier des charges.*

— Exercice 6 —

Robot portique 3 axes Lexium Max R

Le dispositif d'entraînement en translation suivant, est constitué d'un moteur à courant continu à commande par l'induit, d'un réducteur et d'un système poulie courroie de transformation de mouvement. La schématisation est fournie ci-dessous.

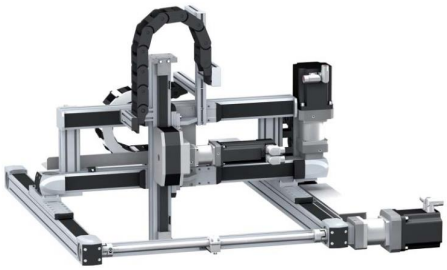
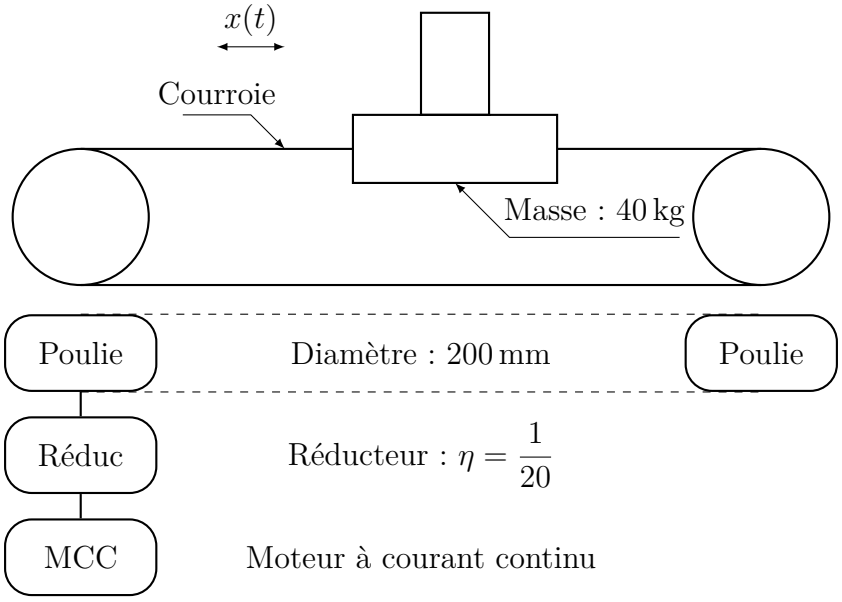


Figure 6.1 – Robot portique 3 axes.

> **Extrait du cahier des charges**
> Le déplacement de chaque axe doit être précis (erreur statique de position nulle).

Objectif

Déterminer la fonction de transfert caractérisant le fonctionnement asservi de chaque axe et vérifier les performances de précision exigées.



6.1 Étude du moteur utilisé

Autour d'un point de fonctionnement (en charge), le comportement d'un moteur à CC peut être modélisé par les équations suivantes :

$$u_c(t) = R\, i(t) + L\, \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(t) + e(t) \tag{1}$$

$$e(t) = K_e\, \omega_m(t) \tag{2}$$

$$C(t) = K_c\, i(t) \tag{3}$$

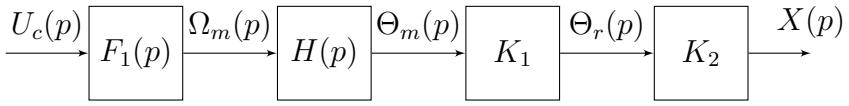
$$J\, \frac{\mathrm{d}\omega_m}{\mathrm{d}t}(t) + f\, \omega_m(t) = C(t) \tag{4}$$

Question 6.1. *Réaliser le schéma-blocs correspondant à la modélisation du moteur à courant continu utilisé.*

Question 6.2. *Déterminer l'expression canonique de la fonction de transfert* $F_1(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_c(p)}$.

6.2 Ajout de la transformation de mouvement

On place en bout de l'arbre moteur un réducteur et un système poulie courroie.

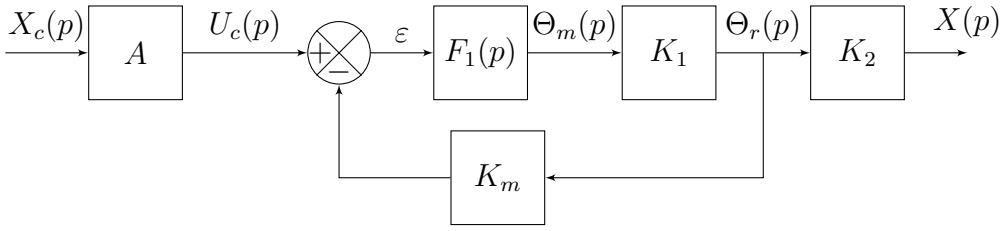


Question 6.3. *Identifier les fonctions de transfert* K_1, K_2 *et* $H(p)$.

Question 6.4. *Déterminer l'expression canonique de la fonction de transfert* $F_2(p) = \dfrac{X(p)}{U_c(p)}$.

6.3 Asservissement de l'ensemble

Pour asservir le système en position, on place un capteur potentiométrique angulaire à la sortie du réducteur. Il fournit une tension U_{mes} proportionnelle à la position angulaire Θ_r. Un adaptateur est placé en amont du comparateur afin de convertir la consigne de l'utilisateur en une tension comparable à celle relevée par le capteur.

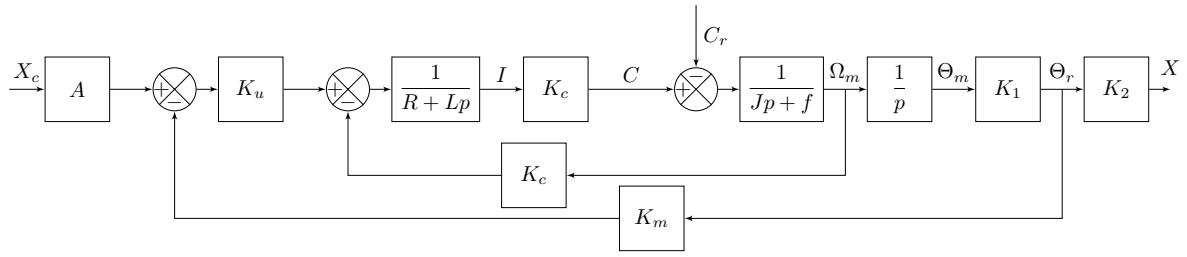


Question 6.5. *Préciser la fonction puis déterminer l'expression du gain* A.

Question 6.6. *Déterminer l'expression canonique de la fonction de transfert en boucle fermée* $\dfrac{X(p)}{X_c(p)}$.

6.4 Prise en compte d'une perturbation

Si l'on tient compte du couple résistant sur le moteur, le schéma-blocs devient :



Question 6.7. *À l'aide du principe de superposition, déterminer une expression de* $X(p)$ *en fonction de* $X_c(p)$ *et* $C_r(p)$. *En déduire les expressions canoniques des deux transmittances* $T_1(p) = \dfrac{X(p)}{X_c(p)}$ *et* $T_2(p) = \dfrac{X(p)}{C_r(p)}$.

Question 6.8. *Déterminer l'expression de l'erreur statique de position consécutive à un échelon de position* $x_c(t) = x_0\ u(t)$ *et un échelon de couple résistant* $C_r(t) = C_0\ u(t)$. *Préciser si le cahier des charges est respecté.*

— Exercice 7 —

Éolienne de forte puissance

L'étude porte principalement sur l'asservissement de position du module d'orientation de l'éolienne face au vent. Le moteur hydraulique, lié à la nacelle, permet, quand la machine est à l'arrêt, de la positionner face au vent grâce à la girouette. À cette fin, un pignon solidaire du moteur vient s'engrener sur une couronne liée au mât. Une fois l'éolienne correctement placée, le moteur est arrêté, le circuit hydraulique reste ouvert et permet d'amortir les faibles changements de direction du vent. Si la nacelle n'est pas alignée face au vent pendant plus de 5 secondes, le moteur hydraulique entre en action pour réaligner la nacelle dans la direction de la girouette.

On désire asservir la position angulaire θ de la nacelle à la position angulaire θ_c, de la girouette. La position angulaire θ_c de la girouette est convertie en une tension V_c, proportionnelle à θ_c, par un potentiomètre linéaire circulaire de gain K_c.

La position angulaire θ de la nacelle est mesurée par un capteur de position dont le gain est également $K_p = 15\,\mathrm{V}/180°$, et qui fournit une tension V proportionnelle à θ.

L'écart entre la tension de consigne V_c et la tension mesurée V est évalué au niveau d'un comparateur idéal qui élabore le signal $\varepsilon_V = V_c - V$. Le signal ε_V est traité par un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ pour fournir la tension U aux bornes d'un amplificateur de gain $K_A = 0{,}2\,\mathrm{mA}\cdot\mathrm{V}^{-1}$, permettant de fournir le courant $I(p)$ à la servovalve de gain $K_{SV} = 40\,\mathrm{cm}^3\cdot\mathrm{s}\cdot\mathrm{mA}^{-1}$. On appelle Q le débit d'huile en sortie de la servovalve ; ce débit pilote le moteur hydraulique entraînant la nacelle. La vitesse angulaire $\Omega(p)$ de la nacelle se déduit de Q par la fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{Q(p)} = \frac{1/Q_0}{1 + \dfrac{2\xi}{\omega_0}p + \dfrac{1}{\omega_0^2}p^2}$$

avec :

$$Q_0 = 8 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^3\cdot\mathrm{rad}^{-1} \qquad \omega_0 = 2\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1} \qquad \xi = 0{,}25$$

Enfin, une intégration permet finalement d'obtenir la position angulaire θ de la nacelle.

Objectif

Modéliser l'ensemble et vérifier la précision du système souhaitée par le cahier des charges : $\varepsilon_s = 0°$ et $\varepsilon_t < 0{,}5\,°\cdot s^{-1}$.

Question 7.1. *Représenter le schéma fonctionnel complet.*

Question 7.2. *Déterminer une expression du gain K_c.*

Question 7.3. *Déterminer l'expression canonique de la fonction de transfert en boucle fermée du système complet.*

Question 7.4. *Déterminer, en l'absence de correcteur (c'est-à-dire avec $C(p) = 1$), l'erreur statique de position consécutive à un échelon de consigne unitaire.*

Question 7.5. *Déterminer, toujours en l'absence de correcteur, l'erreur statique de traînage.*

Question 7.6. *Conclure quant au respect du cahier des charges en l'absence de correcteur et proposer, si besoin, un réglage.*

— Exercice 8 —

Système anti-shimmy pour train d'atterrissage d'avion

L'atterrisseur auxiliaire d'un avion est sujet à de violentes oscillations latérales. Cette oscillation que l'on appelle « shimmy » est le résultat d'un couplage entre une oscillation cinématique (due à la dissymétrie des pneus) et une vibration de flexion de l'atterrisseur (provoquée par les vibrations de torsion autour de son axe élastique).

Le système anti-shimmy permet de s'opposer à ces oscillations et de diminuer leurs amplitudes. Le système anti-shimmy est représenté en annexe pour deux positions.

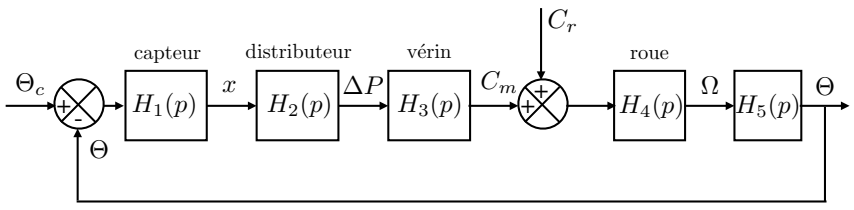
Une courroie circule sans possibilité de glissement sur le tambour volant et sur le fourreau de l'atterrisseur. Le capteur constitué d'un galet intercalé entre les deux brins de la courroie détecte un écart entre θ_c angle de consigne donné par le pilote et θ angle de la roue directrice. Cet écart engendre le déplacement du tiroir du distributeur qui alimente le vérin pour faire tourner la roue. Dès que l'on a $\theta = \theta_c$, le capteur et donc le distributeur reviennent en position centrale. Le vérin n'est alors plus alimenté et la roue reste dans sa position.

> **Extrait du cahier des charges**
> On souhaite une correction présentant une erreur statique nulle, pour une perturbation constante.

Objectifs

Modéliser le système anti-shimmy et regarder son influence sur une perturbation provoquant une rotation « parasite » des roues d'avion.

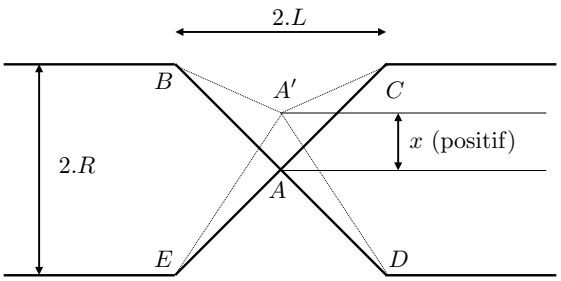
On négligera les tensions des courroies sur le tambour volant, les galets du distributeur et le fourreau de l'atterrisseur. Le système anti-shimmy est modélisé à l'aide du schéma-blocs suivant dont on se propose de calculer les fonctions de transfert.



On se place pour tout le problème, dans les conditions de Heaviside, c'est-à-dire avec des conditions initiales nulles. On négligera les frottements au niveau des liaisons. On note R le rayon d'enroulement de la courroie sur le tambour volant et le rayon d'enroulement du fourreau de l'atterrisseur. Pour cette partie, on négligera le diamètre des galets de renvoi.

Question 8.1. *Déterminer la fonction de transfert $H_1(p)$ du capteur.*

Ci-contre sont respectivement représentés la position pour $x = 0$ (trait fort) et la position pour $x \neq 0$ (trait pointillé). On note λ la longueur $A'B$ et λ_0 la longueur AB.



a. Déterminer les valeurs de λ et λ_0 en fonction de R, L et x.

b. Déterminer $\lambda_0 - \lambda$ en fonction de R et $\Delta\Theta = \Theta_c - \Theta$.

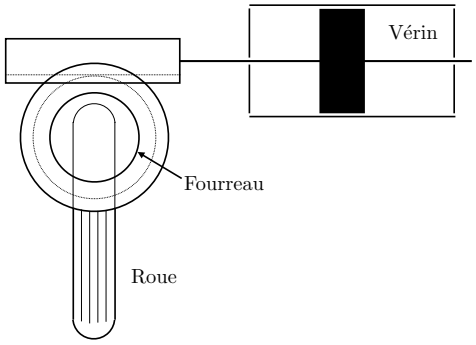
c. Le déplacement x est faible devant les autres grandeurs. Linéariser λ obtenu en a.

d. Déterminer la valeur de K telle que : $x = K\ \Delta\Theta$. En déduire l'expression de $H_1(p)$.

L'expression de K n'est pas nécessaire par la suite, on prendra $H_1(p) = K$.

Question 8.2. *Déterminer la fonction de transfert $H_2(p)$ du distributeur sachant que l'équation caractéristique est $\Delta P = K_D\ x$ où ΔP est la différence de pression, x le déplacement du capteur et K_D est un gain pur en Pa/m. En déduire l'expression de la fonction de transfert $H_2(p)$.*

Dans ce qui suit, on cherche à déterminer la fonction de transfert $H_3(p)$ du vérin à double tige de section S (représenté ci-contre) qui permet d'entraîner en rotation l'ensemble {fourreau + roue} avec la loi de commande :



$$\theta(t) = K_V\ y(t) \qquad (5)$$

où :
- θ est la position angulaire de l'ensemble {fourreau + roue} ;
- y est la position de la tige du vérin ;
- K_V est un gain pur en rad/m.

On appelle R_p le rayon primitif du pignon.

Question 8.3. *Déterminer la relation entre K_V et R_p.*

On s'intéresse à l'orientation du train avant dans le cas où l'avion est en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport au sol. Les énergies cinétiques et les puissances sont calculées par rapport au référentiel galiléen lié à l'avion. En appliquant le théorème l'énergie cinétique à l'ensemble Σ, on aboutit à la relation suivante :

$$\frac{S}{K_V}\Delta P(t) + C_r(t) = \left(J + \frac{m}{K_V^2}\right)\ddot{\theta}(t) \qquad (6)$$

Question 8.4. *Déterminer les fonctions de transfert $H_3(p)$ et $H_4(p)$.*

Question 8.5. *Déterminer la fonction de transfert $H_5(p)$.*

Question 8.6. *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte puis en boucle fermée du système global pour une entrée en perturbation C_r nulle.*

On suppose pour la suite que la fonction de transfert en boucle fermée est de la forme :

$$FTBF(p) = \frac{1}{1 + b\,p^2}$$

Question 8.7. *Déterminer la réponse à un échelon $\theta_c(t) = \theta_{c0}\,u(t)$. Préciser si le système est stable. Conclure.*

Influence d'un amortisseur de direction

Pour rendre le système plus stable, la liaison pivot d'orientation du fourreau est équipée d'un amortisseur en rotation dont l'action est modélisée par un coefficient de frottement visqueux f en N·m·s. En appliquant le théorème l'énergie cinétique à l'ensemble Σ, on aboutit alors à la relation suivante :

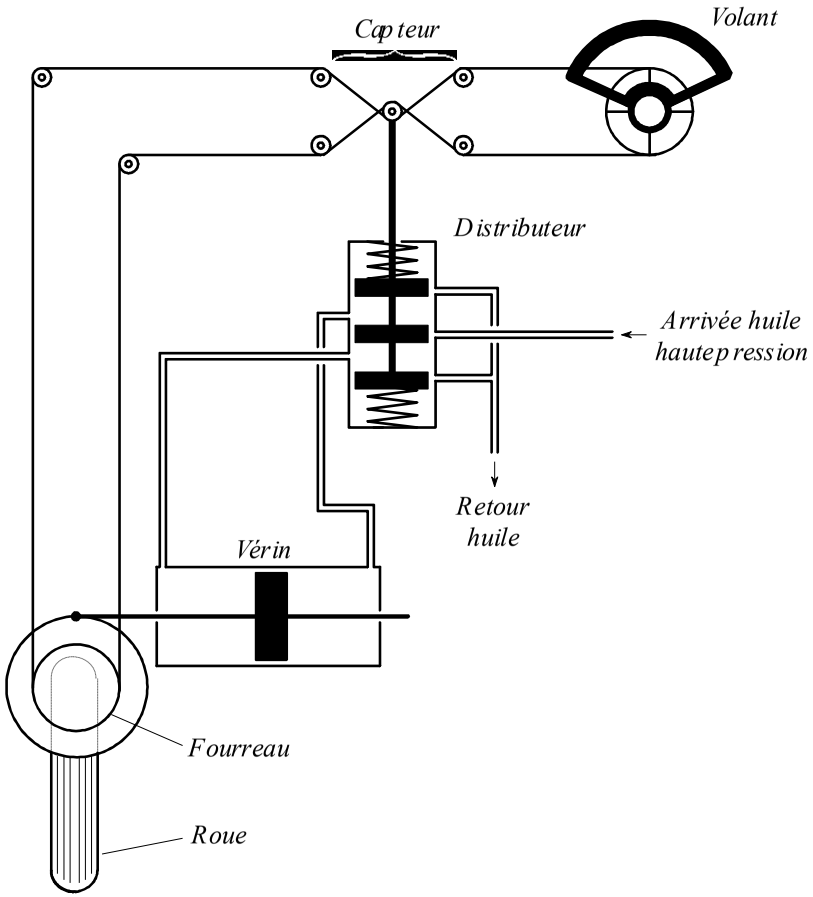
$$\frac{S}{K_V}\Delta P(t) + C_r(t) - f\,\dot{\theta}(t) = \left(J + \frac{m}{K_v^2}\right)\ddot{\theta}(t) \tag{7}$$

Question 8.8. *Sachant que seule la fonction de transfert $H_4(p)$ change par rapport à la partie précédente, déterminer les nouvelles expressions des fonctions de transfert en boucle ouverte et fermée du système global.*

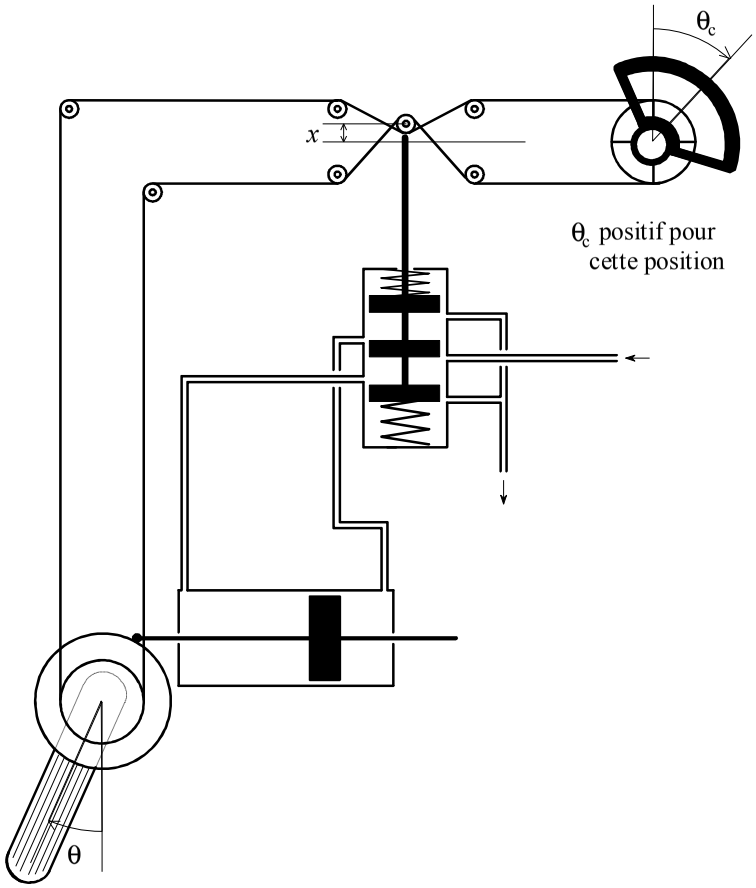
Question 8.9. *Pour une perturbation C_r nulle, déterminer l'erreur statique ε_s de position pour un échelon de la forme $\theta_c(t) = \theta_{c0}\,u(t)$.*

On se place en régime établi avec $\theta_c = 0$.

Question 8.10. *Déterminer l'erreur statique ε_s de position pour une perturbation que l'on modélisera comme un échelon d'amplitude C_{r0}. Préciser si le cahier des charges est respecté. Justifier votre réponse.*



Système anti-shimmy
en position centrale.



Système anti-shimmy
avec une consigne θ_c du pilote

— Exercice 9 —

Parabole de radar en poursuite

On envisage l'étude de l'asservissement en position angulaire d'un radar de poursuite destiné à connaître avec précision la position et la vitesse d'un mobile évoluant dans l'espace aérien. Le système comporte une antenne parabolique émettant dans une direction précise appelée axe radioélectrique. Cet axe est repéré par les angles de « site » et de « gisement » comme le montre la figure 9.1.

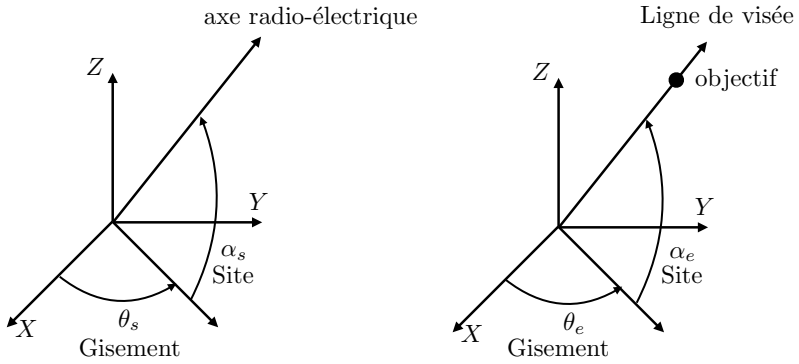


Figure 9.1 – Définition des grandeurs.

Des capteurs de position permettent d'avoir en permanence une image des angles θ_s et α_s. En présence d'une cible réfléchissante, l'écho reçu par la parabole dépend du « dépointage angulaire » entre l'axe radioélectrique et la ligne de visée. Le dispositif radar est capable de délivrer deux tensions proportionnelles aux écarts angulaires $\theta_e - \theta_s$ et $\alpha_e - \alpha_s$. On se propose d'étudier l'asservissement en gisement de la tourelle porte-parabole dont l'organisation matérielle est donnée figure 9.2. L'asservissement en site se fera sur le même principe.

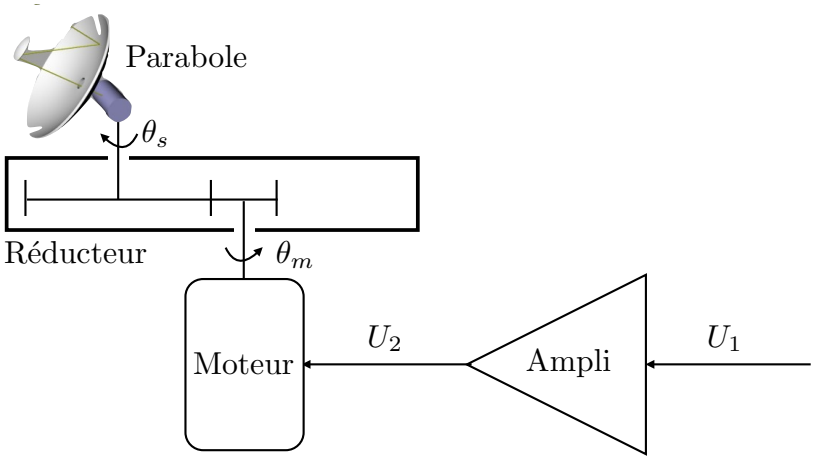


Figure 9.2 – Modélisation du système.

Hypothèses :

- la conception du système permet de négliger les frottements ;
- l'inductance de l'induit du moteur sera négligée ;
- la variation de site ne modifie pas le moment d'inertie autour de l'axe des z.

Objectifs

Vérifier la performance de l'asservissement du radar selon le critère de précision.

Modélisation du comportement

- réducteur : $\dfrac{\theta_m(t)}{\theta_s(t)} = \dfrac{\omega_m(t)}{\omega_s(t)} = r$, avec $\omega_i(t) = \dfrac{\mathrm{d}\theta_i}{\mathrm{d}t}(t)$
- amplificateur : $\dfrac{U_2(t)}{U_1(t)} = A$
- moteur :
  - équation électrique : $U_2(t) = R\, i(t) + e(t)$
  - équation mécanique : $C_m(t) = J\, \dfrac{\mathrm{d}\omega_m}{\mathrm{d}t}(t)$
  - équations électromécaniques : $C_m(t) = K_m\, i(t)$ et $e(t) = K_e\, \omega_m(t)$.

- r : rapport de réduction ;
- R : résistance de l'induit du moteur ;
- K_e : constante de f.e.m. ;
- K_m : constante de couple ;
- $U_1(t)$: tension d'alimentation ;
- $U_2(t)$: tension aux bornes du moteur ;
- A : coefficient d'amplification de puissance ;
- $\theta_m(t)$ et $\omega_m(t)$: angle et vitesse de rotation du moteur ;
- $\theta_s(t)$ et $\omega_s(t)$: angle et vitesse de rotation de la parabole ;
- J : inertie totale ramenée à l'axe du moteur ;
- $i(t)$: courant consommé par le moteur ;
- $e(t)$: force électromotrice induite.

Question 9.1. *Écrire l'ensemble des équations d'évolution du système dans le domaine de Laplace pour des conditions initiales nulles.*

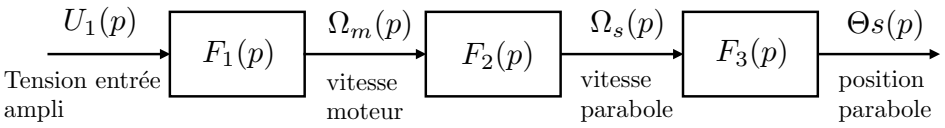


FIGURE 9.3 – Schéma-blocs du système.

Question 9.2. *Montrer que l'on peut modéliser le système sous la forme d'un schéma fonctionnel donné en figure 9.3. Donner les expressions des fonctions de transfert $F_1(p)$, $F_2(p)$ et $F_3(p)$. Faire l'application numérique : $r = 1000$; $A = 10$; $R = 0{,}5\,\Omega$; $K_e = 0{,}5\,\mathrm{V\cdot s\cdot rad^{-1}}$; $Km = 0{,}5\,\mathrm{N\cdot m\cdot A^{-1}}$; $J = 0{,}02\,\mathrm{kg\cdot m^2}$.*

Question 9.3. *Déterminer l'expression canonique de la fonction de transfert* $\dfrac{\Theta_s(p)}{U_1(p)}$.

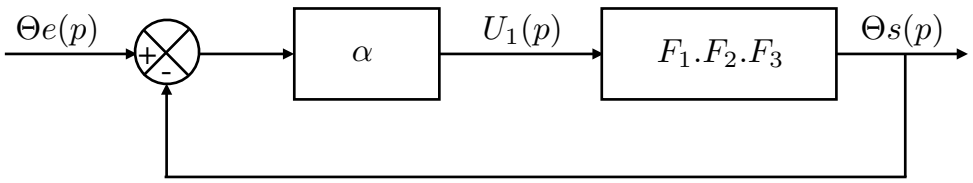


FIGURE 9.4 – Schéma-blocs de l'asservissement.

On envisage le fonctionnement du système asservi selon la structure donnée figure 9.4.

Question 9.4. *Déterminer une la transmittance* $\dfrac{U_1(p)}{\Theta_e(p) - \Theta_s(p)}$.

On prend $\alpha = 500$ V.

Question 9.5. *À partir de l'équation précédente et celle de la question 9.3, montrer que la fonction de transfert du système bouclé peut se mettre sous la forme :*

$$FTBF(p) = \frac{1}{1 + \dfrac{2\xi}{\omega_0}p + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}} \tag{8}$$

En déduire les valeurs numériques de ξ *et* ω_0.

Question 9.6. *Déterminer l'erreur statique de position consécutive à une consigne de position* θ_{e0}.

L'objet à suivre impose une loi de commande de la position angulaire de la forme $\theta_e(t) = \omega_e\ t\ u(t)$ où ω_e est une constante et $u(t)$ est la fonction échelon.

Question 9.7. *Déterminer l'expression de la réponse temporelle du système puis tracer son allure.*

Question 9.8. *Conclure sur le respect du cahier des charges du point de vue de la précision en poursuite.*