

Chapitre P2

Lois de Newton

I Système de points matériels

I.1) Définition

I.2) Centre d'inertie

I.3) Quantité de mouvement

II Forces

II.1) Définition

II.2) Troisième loi de Newton

II.3) Exemples

III Lois de la dynamique

III.1) Première loi de Newton

III.2) Deuxième loi de Newton

III.3) Équilibre

III.4) Conservation de la quantité de mouvement

IV Application aux chutes

IV.1) Chute libre

IV.2) Chute avec frottements fluides

Notions et contenus

Capacités exigibles

Masse d'un système. Conservation de la masse pour système fermé.

Exploiter la conservation de la masse pour un système fermé.

Quantité de mouvement d'un point et d'un système de points. Lien avec la vitesse du centre de masse d'un système fermé.

Établir l'expression de la quantité de mouvement pour un système de deux points sous la forme : $\vec{p} = m\vec{v}(G)$.

Première loi de Newton : principe d'inertie. Référentiels galiléens.

Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.

Notion de force. Troisième loi de Newton.

Établir un bilan des forces sur un système ou sur plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur un schéma.

Deuxième loi de Newton.

Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre de masse d'un système fermé dans un référentiel galiléen.
Capacité expérimentale : mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force par exemple à l'aide d'un microcontrôleur.

Force de gravitation.
Modèle du champ de pesanteur uniforme au voisinage de la surface d'une planète.
Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.

Étudier le mouvement d'un système modélisé par un point matériel dans un champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement.

Modèles d'une force de frottement fluide. Influence de la résistance de l'air sur un mouvement de chute.

Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus par simulation numérique.
Écrire une équation adimensionnée.
Capacité expérimentale : mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.

Questions de cours

- Définir la quantité de mouvement d'un point matériel puis d'un système de points matériels.
- Établir la relation $\vec{p} = m\vec{v}_G$ pour un système de points matériels.
- Énoncer la troisième loi de Newton.
- Définir les interactions gravitationnelle et Coulombienne et montrer qu'elles vérifient la troisième loi de Newton.
- Définir un référentiel galiléen en énonçant la première loi de Newton ; indiquer le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.
- Énoncer la deuxième loi de Newton du mouvement. Montrer que $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G$.
- Démontrer la loi de conservation de la quantité de mouvement pour un système isolé de masse constante. Donner des exemples d'application.
- Déterminer les équations horaires d'une chute libre dans le champ de pesanteur uniforme et en déduire équation de la trajectoire.

Document 1. Interactions fondamentales

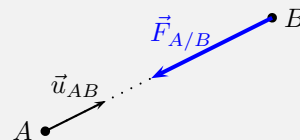
Les particules élémentaires exercent entre elles des forces résultant de 4 interactions fondamentales : gravitationnelle, électromagnétique, faible et forte. Ces deux dernières ont une portée limitée au noyau atomique. En revanche les deux premières s'exercent à tout distance.

1.1) Interaction gravitationnelle

Deux points matériels situés en A et B et de masse m_A et m_B exercent l'un sur l'autre une force attractive :

$$\vec{F}_{A/B} = -\frac{\mathcal{G}m_A m_B}{AB^2} \vec{u}_{AB}$$

où $\vec{u}_{AB}$ est le vecteur unitaire dirigé de A vers B et $\mathcal{G} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ est la **constante de gravitation**.

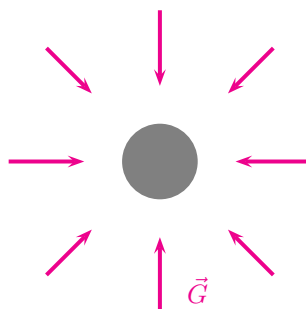


La force exercée par une distribution de masse D sur un point matériel situé en M et de masse m est proportionnelle à m :

$$\vec{F}_{D/M} = m \vec{G}(M)$$

où $\vec{G}(M)$ est le **champ gravitationnel** créé par la distribution de masse au point M .

Par exemple, une distribution de masse à symétrie sphérique, comme celle d'un astre, crée un champ gravitationnel radial.

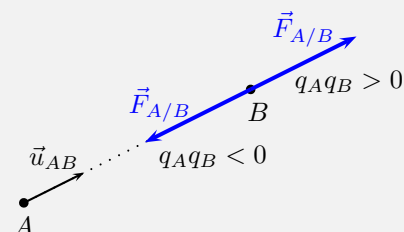


1.2) Interaction coulombienne

Deux points matériels situés en A et B et de charge q_A et q_B exercent l'un sur l'autre une force attractive pour des charges de signes opposés et répulsive sinon :

$$\vec{F}_{A/B} = \frac{q_A q_B}{4\pi\epsilon_0 AB^2} \vec{u}_{AB}$$

où $\vec{u}_{AB}$ est le vecteur unitaire dirigé de A vers B et $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ est la **permittivité du vide**.

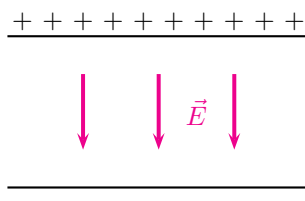


La force exercée par une distribution de charge D sur un point matériel situé en M et de charge q est proportionnelle à q :

$$\vec{F}_{D/M} = q \vec{E}(M)$$

où $\vec{E}(M)$ est le **champ électrique** créé par la distribution de charge au point M .

Par exemple, une distribution de charges opposées réparties uniformément sur deux plans conducteurs parallèles crée un champ électrique uniforme perpendiculaire aux plans.



Document 2. Forces usuelles

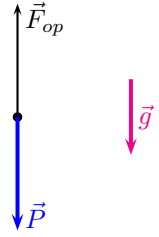
2.1) Poids

Le poids $\vec{P}$ est l'opposé de la force qu'exerce un opérateur sur un objet pour le maintenir immobile dans le référentiel terrestre.

Défini ainsi, le poids n'est pas une vraie force. Il résulte principalement de l'interaction gravitationnelle avec la Terre et les autres astres, mais il prend aussi en compte les effets non-galiléens du référentiel terrestre (forces d'inertie).

Le poids ne dépend que de la masse du système et de sa position relativement à la Terre. On définit alors le **champ de pesanteur** $\vec{g}$ tel que $\vec{P} = m\vec{g}$. Sa direction est la **verticale** d'un lieu.

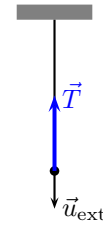
Dans une région de petites dimensions, la direction et la norme de $\vec{g}$ ne varient pas significativement : le champ de pesanteur est uniforme.



2.2) Tension d'un fil

Un fil tendu exerce à ses extrémités une force de tension $\vec{T}$ dirigée dans la direction du fil vers l'autre extrémité, en sens opposé au vecteur unitaire extérieur $\vec{u}_{\text{ext}}$:

$$\vec{T} = -T \vec{u}_{\text{ext}}$$

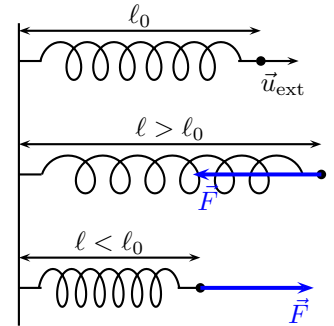


2.3) Force de rappel d'un ressort

Un ressort exerce à ses extrémités une force proportionnelle et en sens inverse à sa déformation. Soit ℓ_0 sa longueur à vide et ℓ sa longueur à un instant donné, la déformation est $\Delta\ell = \ell - \ell_0$. La force de rappel a pour expression :

$$\vec{F} = -k \cdot \Delta\ell \vec{u}_{\text{ext}}$$

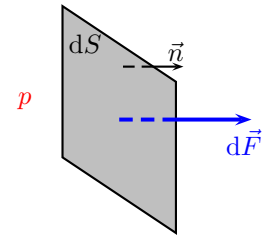
où k est la constante de raideur du ressort et $\vec{u}_{\text{ext}}$ le vecteur unitaire extérieur.



2.4) Forces de pression

Un fluide exerce des forces de pression sur les parois avec lesquelles il est en contact. Soit une portion de paroi d'aire infinitésimale dS , de normale extérieure (au fluide) $\vec{n}$, en contact avec un fluide de pression locale p . La force de pression infinitésimale est :

$$d\vec{F} = p \cdot dS \vec{n}$$

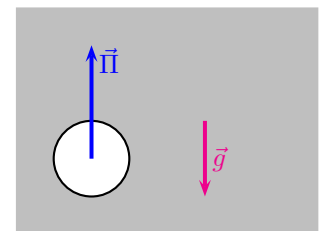


2.5) Poussée d'Archimède

La poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ est la résultante des forces de pression qu'exerce un fluide à l'équilibre sur un objet immergé. Elle est égale à l'opposé du poids du fluide déplacé. Pour un corps de volume V_{imm} immergé dans un fluide de masse volumique ρ_f et dans le champ de pesanteur $\vec{g}$:

$$\vec{\Pi} = -\rho_f V_{\text{imm}} \vec{g}$$

Démonstration : les forces de pression exercées sur l'objet immergé ne dépendent que de sa forme. Si on remplace l'objet par le fluide qu'il a déplacé, les forces de pression restent les mêmes. Le fluide étant au repos, elles compensent l'autre force exercée sur le fluide : son poids. CQFD.



2.6) Forces de frottement fluide

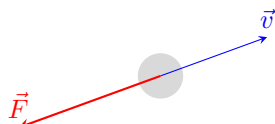
Lorsque l'objet est en mouvement dans le fluide, les forces de pression sont altérées car le fluide doit contourner l'objet. À la poussée d'Archimède s'ajoute deux contributions qui dépendent de la vitesse de l'objet relativement au fluide :

- la **traînée** qui s'oppose à la direction du mouvement relatif : c'est une force de frottement fluide ;
- la **portance** qui est perpendiculaire au mouvement relatif.

La force de frottement fluide peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{f} = -f(v) \vec{e}_t$$

où $v = ||\vec{v}||$ la vitesse instantanée de l'objet relativement au fluide et $\vec{e}_t = \frac{\vec{v}}{v}$ est le vecteur tangent à la trajectoire.



On considère souvent deux cas limites :

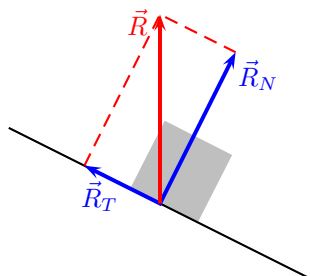
- frottement de Stokes (à faible vitesse, pour les liquides) : $f(v) = \alpha v$;
- frottement de Venturi (à grande vitesse, pour les gaz) : $f(v) = \beta v^2$.

2.7) Force de contact exercée par un support solide

Un objet placé à la surface d'un solide subit des forces de contact réparties sur la surface de contact. Leur résultante peut être décomposée en ses deux composantes normale et tangentielle :

- la **réaction normale du support** $\vec{R}_N$ qui est perpendiculaire à la surface du support et s'oppose à la pénétration de l'objet ;
- la **réaction tangentielle du support** $\vec{R}_T$ qui est tangente au support et **s'oppose au glissement** de l'objet : elle est due aux **frottements solides** entre l'objet et le support.

On fait souvent l'hypothèse de frottements solides négligeables, la réaction est alors normale.



Document 3. Méthode

Quand on étudie un problème de mécanique, la résolution se fait en suivant les étapes suivantes :

1. On indique le **référentiel** d'étude, et on précise s'il est supposé **galiléen**.
2. On indique le **système** étudié.
3. On représente la situation sur un **schéma** avec la base utilisée pour exprimer les vecteurs.
4. On fait l'inventaire des **forces** : on nomme chaque force exercée sur le système, on la représente sur le schéma et on l'exprime vectoriellement dans la base choisie.
5. On cite la **deuxième de Newton** et on l'applique **avec les forces exercées**.
6. On projette cette relation vectorielle sur différents vecteurs de base : on obtient alors les **équations du mouvement**.
7. On **résout** ces équations pour répondre aux questions posées.

Exercice de cours A. Inventaire des forces

Pour les systèmes suivants, nommer les forces exercées et les représenter sur le schéma.



Exercice de cours B. Pendule dans un train

On suspend au plafond d'un train un objet quasi ponctuel de masse m à l'aide d'un fil de longueur L . Lorsque le train accélère avec une accélération constante a , le fil s'incline d'un angle θ avec la verticale. L'intensité de la pesanteur est notée g .

1. Effectuer un bilan des forces exercées sur cet objet.
2. Caractériser l'accélération de l'objet dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
3. En déduire la relation entre θ , a et g

Exercice de cours C. Chute libre

On lance un projectile de masse m dans le champ de pesanteur en absence d'atmosphère. Il part au niveau du sol avec une vitesse initiale de valeur v_0 et dans une direction inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale.

1. Proposer un repère approprié pour l'étude du mouvement du projectile.
2. Donner les composantes en fonction du temps de ses vecteurs accélération, vitesse puis position dans ce repère.
3. En déduire l'équation de sa trajectoire.
4. Comment est le vecteur vitesse au sommet de la trajectoire ? En déduire la flèche, c'est-à-dire la hauteur maximale atteinte par le projectile.
5. Déterminer la portée du tir, c'est-à-dire la distance parcourue avant que le projectile ne revienne au niveau du sol.

Exercice de cours D. Chute avec frottements fluides

On lâche un objet dans l'air sans vitesse initiale. L'air exerce la poussée d'Archimède et une force de frottement fluide de norme $f = kv^2$.

1. À quelle condition portant sur les masses volumiques peut-on négliger la poussée d'Archimède devant le poids ? On suppose cette condition vérifiée.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la composant verticale descendante de la vitesse.
3. Exprimer l'accélération initiale a_0 .
4. La vitesse évolue vers une certaine limite. Que devient l'accélération dans cette limite ? Donner l'expression de la vitesse limite notée v_{lim} .
5. On définit la grandeur $\tau = \frac{v_{\text{lim}}}{a_0}$. Quelle est la dimension de τ ? Que représente-t-elle ?
6. Écrire l'équation différentielle en utilisant comme paramètres uniquement τ et v_{lim} .

Exercice de cours E. Cas du frottement de Stokes

On reprend l'exercice précédent mais avec une force de frottement $f = kv$.

1. Donner l'équation différentielle pour la vitesse.
2. La mettre sous forme canonique et identifier la constante de temps.
3. Résoudre l'équation différentielle en prenant en compte la condition initiale. Représenter le graphe de la vitesse en fonction du temps $v = f(t)$.

Dans tous les exercices, le champ de pesanteur est uniforme et a pour intensité $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Exercice 1. Glaçon qui flotte (★)

Un glaçon de volume V flotte à la surface de l'eau.

Donnée des masses volumiques : $\rho(\text{glace}) = 0,92 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ et $\rho(\text{eau}) = 1,00 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

1. Déterminer la portion volumique de glaçon immergée sous l'eau.
2. Le glaçon fond. Quelle est la variation du niveau de l'eau ?

Exercice 2. Pendule conique (★)

Un pendule simple est constitué d'un point matériel M attaché à l'extrémité d'un fil de longueur $L = 25 \text{ cm}$ dont l'autre extrémité est fixe. Le pendule est mis en mouvement circulaire uniforme, le fil formant avec la verticale un angle α constant.

1. En utilisant les coordonnées cylindriques, déterminer la vitesse angulaire du point matériel en fonction de g , L et α .
2. Montrer que le mouvement circulaire du pendule n'est réalisable que si ω est supérieur à une valeur limite ω_l . Calculer cette valeur.

Exercice 3. Skieur (★★)

Un skieur de masse $m = 80 \text{ kg}$ se trouve immobile en haut d'une piste rectiligne inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$. On néglige pour commencer tous les frottements.

1. En choisissant un repère approprié, déterminer l'accélération du skieur le long de la pente.
2. Déterminer l'équation horaire de sa vitesse puis de sa position.
3. Quelle vitesse atteint-il au bout d'une piste de longueur $L = 500 \text{ m}$? Est-ce réaliste ?
4. Pourquoi la prise en compte de forces de frottement fluide permet-elle de résoudre ce problème ?
5. Calculer la vitesse limite pour des frottements fluides quadratiques tels que $F = \beta v^2$ où $\beta = 0,20 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$. Commenter.

Exercice 4. Entraînement par poulie (★★)

Soit un pavé de masse M posé sur une table horizontale. On l'attache à une masselotte de masse m avec un fil inextensible et de masse négligeable passant par une poulie de masse négligeable. Cette masselotte est suspendue à une hauteur h au-dessus du sol. L'ensemble est initialement immobile. On néglige tous les frottements.

Note : dans ces conditions, la tension du fil a la même intensité T à ses deux extrémités.



1. En étudiant chaque système séparément, relier leurs accélérations respectives à M , m , g et T .
2. Quelle relation existe entre ces deux accélérations ? En déduire leur expression.
3. Exprimer la vitesse atteinte par le pavé lorsque la masselotte est tombée sur le sol. Que devient-elle ensuite ?

Exercice 5. Sèche-linge (★★)

Dans le tambour d'un sèche-linge, on observe le mouvement d'une chaussette sèche. Elle est tout d'abord entraînée par le tambour dans son mouvement de rotation, puis elle s'en détache et retombe en chute libre. L'observation montre qu'à chaque tour, elle décolle du tambour au même endroit.

On modélise le tambour par un cylindre de rayon $R = 30$ cm tournant à 50 tours par minute. La chaussette que l'on assimile à un point matériel M de masse $m = 50$ g. On s'intéresse à la première phase du mouvement.

1. Décrire le mouvement de la chaussette dans cette phase. Donner la vitesse et l'accélération de la chaussette dans un système de coordonnées appropriées.
2. Écrire la relation fondamentale de la dynamique. En déduire les composantes de la réaction du tambour sur la chaussette en fonction de l'angle.
3. Pour quel angle la réaction normale s'annule-t-elle ?
4. Que se passe-t-il en ce point ?

Exercice 6. Plongeon (★★★)

Un baigneur de masse $m = 70$ kg effectue un plongeon. Son centre d'inertie est initialement à une hauteur $h = 2$ m au-dessus de l'eau, sa vitesse initiale est $v_0 = 5$ m · s⁻¹ et sa trajectoire fait un angle $\alpha = 45^\circ$ au-dessus de l'horizontale.

1. Déterminer les équations horaires du mouvement, que l'on suppose de chute libre.
2. À quel instant entre-t-il dans l'eau ? Quel sont alors les coordonnées de son vecteur vitesse $\vec{v}_e$?

Après être entré dans l'eau, le baigneur est soumis à la poussée d'Archimède et à une force de frottement visqueux $\vec{F} = -k\vec{v}$ avec $k = 250$ SI.

Donnée : la densité moyenne du corps humain par rapport à l'eau est $d = 0,9$.

3. Établir l'équation différentielle vérifiée par le vecteur vitesse du centre d'inertie du baigneur.
4. Déterminer $\vec{v}(t)$ en prenant comme origine des dates l'instant de l'entrée dans l'eau.
5. En déduire l'évolution de sa profondeur en fonction du temps.
6. À quel instant le plongeur commence-t-il à remonter ? Quelle est alors la profondeur atteinte ? Commenter

Réponses

Exercice 1 : 1. 92 %.

Exercice 2 : 2. $\omega_l = 6,26$ rad · s⁻¹.

Exercice 3 : 1. $a_x = 4,9$ m · s⁻² ; 3. $v_f = 70$ m · s⁻¹ ; 5. $v_{\text{lim}} = 44$ m · s⁻¹.

Exercice 4 : 2. $a = \frac{m}{M+m}g$; 3. $v = \sqrt{2ha}$.

Exercice 5 : 3. $\theta = 147^\circ$.

Exercice 6 : 2. $v_{ex} = 3,54$ m · s⁻¹ ; $v_{ez} = -5,84$ m · s⁻¹ ; 3. $m(1 - 1/d_h)\vec{g} - k\vec{v} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$; 6. $p_f = 1,4$ m.