TD Cinématique

Exercice 1 : Dépassement d'un autocar (94, 95)

Sur une route rectiligne Ox, une voiture (1) de longueur l_1 de vitesse v_1 double un autocar de longueur L et de vitesse V. En face arrive une voiture (2) de longueur l_2 à la vitesse v_2.

1. Quelle distance minimum D entre l'avant de la voiture (1) et l'avant de la voiture (2) permet à la voiture (1) de doubler ?
2. Application numérique avec $l_1 = l_2 = 4\,m$, $L = 20\,m$, $v_1 = v_2 = 90\,km/h$ et $V = 72\,km/h$.

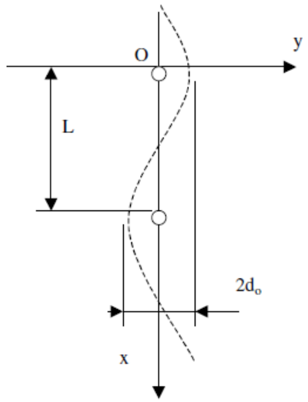
Exercice 2 : Convoyeur hélicoïdal (93, 94, 96, 99)

Un convoyeur hélicoïdal permet le transport rapide de charges lourdes. Ses caractéristiques techniques donnent un rayon moyen de $R = 1{,}00\,m$, 10 tours, un pas de $h = 1{,}50\,m$ par tour.
Le mouvement d'un colis passant dans le convoyeur est assimilé à celui d'un point de position M défini en coordonnées cylindriques, (r, θ, z) par les équations paramétrées suivantes : $r = R$, $\theta = \omega t$ et $z = at$ avec ω, R et a constants. La trajectoire est une hélice enroulée sur un cylindre circulaire.
Le pas h de cette hélice est par définition la distance séparant deux positions successives du mobile sur une même génératrice.

1. Etablir la relation entre a et h.
2. Déterminer le vecteur-vitesse. Construire le trièdre local associé. Montrer qu'il fait un angle α constant avec l'axe (Oz). Calculer tan (α). Quelle est la vitesse de la bande transporteuse (dans sa zone médiane) ?
3. Déterminer le vecteur-accélération. Le mouvement est-il uniforme ? On pourra calculer $\vec{a}.\vec{v}$.
4. Exprimer la distance s parcourue par le mobile sur sa trajectoire en fonction du temps. Quelle est la distance parcourue par un colis lors du transport ?

Exercice 3 : Test de stabilité (94, 97, 98, 100)

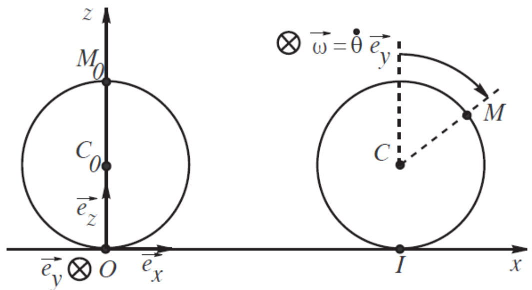
Lors d'un tel test, la voiture, repérée par son centre de gravité G de coordonnées (x, y), est astreinte à suivre une trajectoire sinusoïdale sur une piste horizontale en slalomant entre des plots espacés d'une distance L, de manière à conserver à tout moment une vitesse $\dot{x} = v_0 = 50\,km.h^{-1}$.
Durant le mouvement, la distance minimale entre G et chaque plot est $d_0 = 3{,}0\,m$.



1. Montrer que l'équation $y(x) = A.cos(Bx)$ convient pour décrire la trajectoire et déterminer les valeurs de A et B.
2. Déterminer les vecteurs vitesses et accélérations.
3. Sur le schéma, dessiner les vecteurs vitesses et accélérations.
4. La voiture testée doit tolérer une accélération maximale de $0{,}7g$ ($g = 9{,}8\,m.s^{-2}$). Avec quel espacement L doit-on disposer les plots ?

Exercice 4 : Roue de vélo (99)

Une roue de rayon r et de centre C roule sans glisser sur l'axe (Ox) en restant dans le plan (Ozx). On note $\vec{v} = v\vec{e_x}$ la vitesse, constante, de C dans le référentiel $R = (Oxyz)$. Soit M un point lié à la roue, situé sur la circonférence. Le point M est repéré par l'angle $\theta = (\vec{e_z}; \overrightarrow{CM})$. À l'instant $t = 0$, M est confondu avec M_0.



1. La condition : « la roue ne glisse pas » impose $C_0C = \widehat{M_0M}$. Exprimer la relation entre r, θ, v et t.
2. Déterminer à un instant t quelconque $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{v_{/R}}$ et $\overrightarrow{a_{/R}}$. Commenter l'expression de l'accélération.
3. Représenter qualitativement l'allure de la trajectoire de M dans le référentiel R. Cette trajectoire s'appelle une cycloïde.

Exercice 5 : La face cachée de la Lune (96, 99, 101)

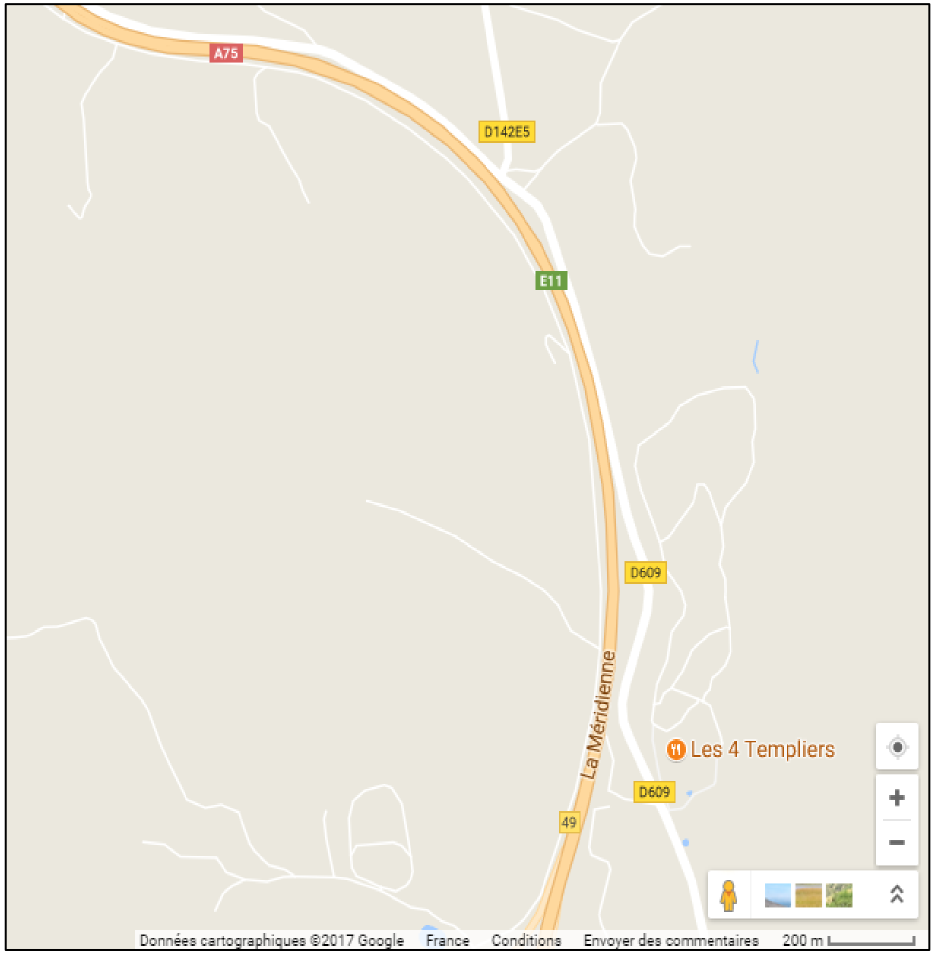
Le référentiel géocentrique est caractérisé par trois directions fixes, définies par le centre de la Terre T et trois étoiles suffisamment éloignées pour que les considérer fixes soient une bonne approximation (on parle souvent de l'étoile polaire et de l'étoile Beta du Centaure, mais en pratique énormément d'étoiles sont suffisamment éloignées pour convenir).
Dans ce référentiel géocentrique, la Lune effectue une révolution circulaire centrée sur la Terre en $27{,}3\ jours$. Les distance du centre de la Terre au centre de la Lune est environ égale à $D = 3{,}8.10^5\ km$.

1. Décrire le mouvement de la Lune dans le référentiel géocentrique, en distinguant notamment s'il s'agit d'un mouvement de translation circulaire ou d'un mouvement de rotation.
2. En déduire la vitesse angulaire $\dot{\theta}_0$ du centre de la Lune sur sa trajectoire.
3. Déterminer la vitesse et l'accélération du centre de la Lune dans le référentiel géocentrique. Calculer numériquement la norme de sa vitesse.
4. Décrire le mouvement de la Lune dans le référentiel sélénocentrique, qui a les mêmes axes de référence que le référentiel géocentrique mais suit le centre de la Lune.
5. Déterminer la vitesse angulaire Ω_p de rotation propre de la Lune, c'est-à-dire de la rotation de la Lune sur elle-même.

Résolution de problème

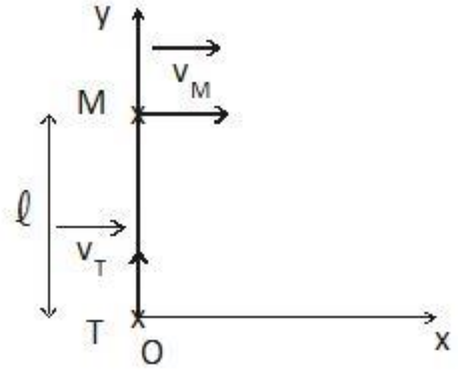
Lors de sa construction, le tracé d'une autoroute doit répondre à de nombreuses normes de sécurité. Dans un virage, le véhicule subit l'effet de la force centrifuge qui tends à provoquer une perte d'adhérence. Il faut donc veiller, pour assurer la stabilité des véhicules, à ce que le tracé d'un virage routier présente une courbure raisonnable au regard de sa vitesse. La norme de tracé des autoroutes impose de maintenir un accélération radiale inférieure à $1{,}3\ m.s^{-2}$.

- Déterminer la limitation de vitesse dans ce virage de l'A75 représenté sur la figure suivante (Extrait d'un tracé d'autoroute (Google Maps))



Oral de concours : ATS 2012

À l'instant initial, la moissonneuse (M) est à une distance l du tracteur (T), alors placé en O.



$\overrightarrow{v_M}$ est parallèle à $\overrightarrow{e_x}$ et $\overrightarrow{v_T}$ est parallèle à $\overrightarrow{e_y}$.

1. Exprimer la distance minimale entre la moissonneuse et le tracteur.
2. Quelle doit-être la direction de $\overrightarrow{v_T}$ pour que la moissonneuse et le tracteur se rencontrent ?