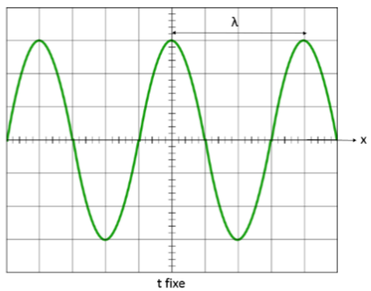
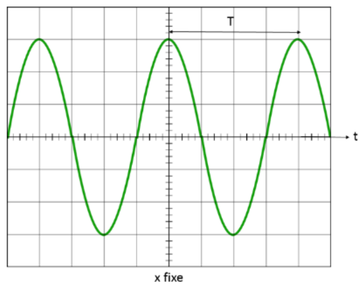
TD Propagation d'un signal - Correction

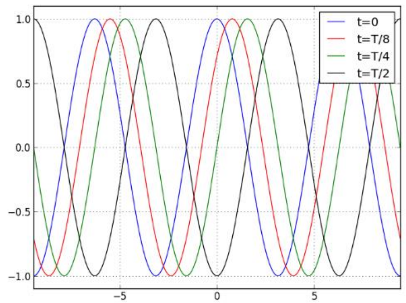
Exercice 1 : Lecture graphique (76, 80)

Amplitude crête-à-crête : $1{,}6 - 0{,}6 = 2{,}2\ V$. Amplitude : $S_m = 1{,}1\ V$.
Valeur moyenne : $< s >= S_0 = 0{,}5\ V$.
Période : on prend plusieurs périodes pour avoir la plus grande précision possible : $(4{,}15 - (-4{,}4))/6 = 1{,}43\ s$ donc $f = 0{,}70\ Hz$.
Phase à l'origine : sinus est maximum en $\frac{\pi}{2}$ donc $2\pi f t + \varphi = \frac{\pi}{2}$ en $t = 0{,}2\ s$ donc $\varphi = 0.88\ rad$.
Donc $s(t) = \ S_0\ + S_m cos(2\pi f t + \varphi)$
Une onde ultrasonore a une fréquence supérieur a 20000 Hz.

Exercice 2 : Evolution temporelle d'une onde (79, 81)

1. Le vecteur d'onde k s'exprime en m^{-1}.
2. 



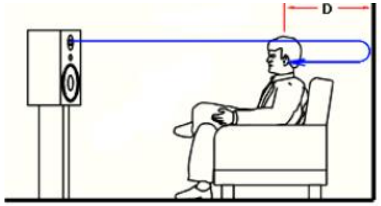
   On sait que $\lambda = cT$.
3. 

Exercice 3 : Cuve à ondes (77, 78, 81, 84, 85)

1. Pour 10 cm on a 7 longueurs d'ondes. Donc $\lambda = \frac{10}{7} = 1{,}4\ cm$. On a $c = \lambda f = 0{,}25\ m/s$.
2. Pour $x > 0$ on a $s(x,t) = s_0 + A cos(\omega t - kx + \varphi)$
   Pour $x < 0$ on a $s(x,t) = s_0 + A cos(\omega t + kx + \varphi)$
3. Au cours de la propagation, l'énergie que le vibreur transmet à la surface de l'eau se répartit sur des cercles de plus en plus grands. Il est donc raisonnable que l'amplitude de l'onde diminue au fur et à mesure que le cercle s'agrandit.
4. Le milieu est dispersif car la vitesse de phase dépend de la longueur d'onde.
5. Si $\lambda \ll h$ alors $kh \gg 1$, donc $v_\varphi = \sqrt{g\frac{th(kh)}{k}}$ devient $v_\varphi = \sqrt{\frac{g}{k}}$
   Si $\lambda \gg h$ alors $kh \ll 1$, donc $v_\varphi = \sqrt{g\frac{th(kh)}{k}}$ devient $v_\varphi = \sqrt{gh}$.
6. Dans le cas $\lambda \ll h$ la vitesse de phase croit avec la longueur d'onde, ce qui n'est pas observé expérimentalement.
   Dans le cas $\lambda \gg h$ le milieu n'est pas dispersif, ce qui n'est pas le cas ici.
7. A l'aide d'une régression linéaire, on peut montrer que $v_\varphi = \frac{cst}{\sqrt{\lambda}}$.

Exercice 4 : Écoute musicale (82, 86, 87)

1. En plus de la distance séparant l'enceinte de l'auditeur, l'onde réfléchie parcourt une distance $2D$ correspondant à un aller-retour entre l'auditeur et le mur. Cela se traduit par un décalage temporel $\Delta\tau = \frac{2D}{c}$



2. Les deux ondes sont harmoniques et synchrones. Leur déphasage est relié au retard temporel par $\Delta\varphi = \omega\Delta\tau = \frac{4\pi f D}{c}$.
3. Il peut y avoir une diminution de l'amplitude si l'onde directement incidente et l'onde réfléchie sur le mur interfèrent destructivement, c'est-à-dire si elles sont en opposition de phase.
4. La condition d'opposition de phase se traduit par $\Delta\varphi_p = (2p+1)\pi$ soit $f_p = \frac{(2p+1)c}{4D}$.
   Les fréquences du domaine audible courent de $fmin = 20\,Hz$ à $fmax = 20\,kHz$. Les fréquences où les interférences sont destructives augmentent avec p. Pour qu'aucune d'entre elles ne fasse partie du domaine audible, il faut donc que $f_{p=0} = \frac{c}{4D} > 20\,kHz$.
   Soit $D < \frac{c}{4fmax} = 4{,}3\,mm$. Il faudrait donc que les oreilles de l'auditeur soient presque collées au mur ! Compte tenu de l'encombrement dû à l'arrière de la tête, c'est tout simplement impossible.
5. Les interférences ne sont parfaitement destructives que si les deux ondes ont même amplitude, mais l'amplitude de l'onde émise par une enceinte décroît avec la distance qu'elle parcourt. Par conséquent, si l'auditeur est suffisamment loin du mur, l'onde réfléchie sur le mur a une amplitude suffisamment faible devant l'onde directement incidente pour que l'effet des interférences ne soit pas perceptible.
   Un revêtement adéquat absorbera une partie de l'onde incidente sans la réfléchir, ce qui aura le même résultat sur les interférences.
6. L'écart moyen entre deux fréquences pour lesquelles l'amplitude mesurée est minimale vaut $\Delta f = 0{,}84\,kHz$.
   D'après les questions précédentes, $\Delta f = \frac{c}{2D}$ donc $D = \frac{c}{2\Delta f} = 20\,cm$.
7. L'amplitude est maximale dans le cas d'interférences constructives, et vaut alors $2A_0$. Sa valeur en décibels vaut

$$\Delta I_{dB} = 20\log\left(\frac{2A_0}{A_{ref}}\right) = 20\log(2) + 20\log\left(\frac{A_0}{A_{ref}}\right)$$
$$= 20\log\left(\frac{A_0}{A_{ref}}\right) + 6dB$$

   Comme la valeur maximale de la différence de niveau sonore est de l'ordre de $6\,dB$ à une fréquence d'environ $5{,}65\,kHz$, on peut penser que les ingénieurs qui ont réalisé l'expérience ont choisi $A_{ref} = A_0$.

Exercice 5 : Interférence à deux ondes (88, 89, 90)

1. $\delta(M) = (S_2M - S_1M) = \sqrt{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} - \sqrt{\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2}$
   En faisant un développement limité en $\frac{x}{D} \ll 1$, $\frac{a}{D} \ll 1$ et $\frac{y}{D} \ll 1$ au premier ordre non nul, on a $\delta(M) = \frac{ax}{D}$
2. En utilisant la formule de Fresnel, on a

$$I = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta(M)\right)\right) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{ax}{D}\right)\right)$$

3. $\delta'(M) = (\mathrm{n}-1)\mathrm{e} + (S_2M - S_1M) = (\mathrm{n}-1)\mathrm{e} + \delta(M) = (\mathrm{n}-1)\mathrm{e} + \frac{ax}{D}$

4. La frange d'ordre zéro est telle que $\delta'(M_0) = 0$, donc $(\mathrm{n}-1)\mathrm{e} + \frac{ax_0}{D} = 0$ donc $x_0 = -\frac{(n-1)eD}{a} \approx -1\ cm$.
5. L'interfrange est de $i = \frac{\lambda_0 D}{a}$ il a défilé $\frac{x_0}{i}$ franges soit $\frac{(n-1)e}{\lambda_0} \approx 20$ franges.