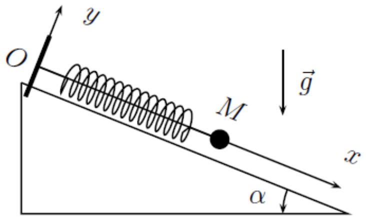
TD Approche énergétique du mouvement

Exercice 1 : Masse + ressort (117, 120)

On accroche un point matériel M de masse m au bout d'un ressort situé sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale.
On prendra le point $x = 0$ comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur et on supposera l'absence de tout frottement.
On donne $m = 200\ g$, $l_0 = 30\ cm$, $k = 10\ N.m^{-1}$, $g = 10\ m.s^{-2}$ et $\alpha = 30°$.

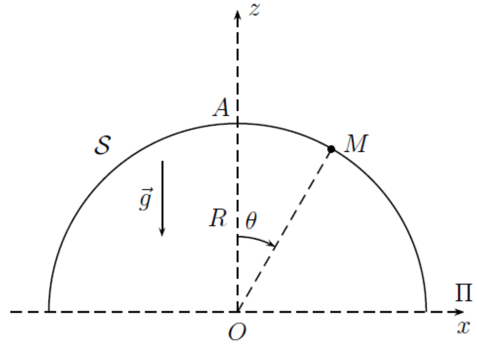


1. Donner l'expression de l'énergie potentielle E_p de M en fonction des données et de x. Tracer la courbe $E_p(x)$.
2. On lâche M en $x = 20\ cm$ avec une vitesse vers le bas de $1\ m.s^{-1}$. En utilisant le graphe précédent, que peut-on dire du mouvement de M ?
3. À quelle abscisse s'immobilisera M si les frottements ne sont pas tout à fait nuls ?

Exercice 2 : Igloo (115, 116, 122)

Un esquimau, assimilable à un point matériel M de masse m décide de faire du toboggan. Il s'abandonne sans vitesse initiale du sommet A de son igloo assimilable à une demi sphère S de rayon R et de centre O posée sur un plan Π.
On considère que le glissement s'effectue sans frottement.
À la suite d'un déséquilibre infinitésimal, M se met en mouvement en restant dans le plan vertical Oxy. On admet que, dans la phase (1) de son mouvement, M reste en contact avec S, sa position est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$.

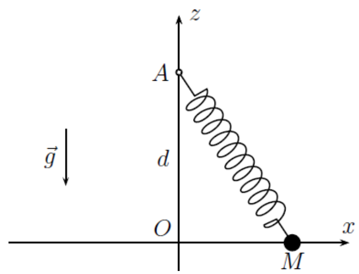
1. Déterminer la vitesse de M en fonction de θ, g et R.



2. Justifier que le poids est une force motrice.
3. Exprimer N la norme de $\vec{N}$ la réaction de S sur M en fonction de m, g et θ.
4. En déduire la valeur θ_0 de θ pour laquelle M n'est plus en contact avec S (phase (2) du mouvement de M) et v_0 la valeur correspondante de v, la vitesse de M.
5. Quelle est la forme de la trajectoire ultérieure de M.

Exercice 3 : Bifurcation (121, 123, 125, 126)

Un point matériel de masse m situé en M se déplace sans frottement le long d'un axe horizontal Ox. Il est lié par l'intermédiaire d'un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k, à un point A situé à la verticale de O tel que $OA = d$.
On note l la longueur AM du ressort.



Déterminer et tracer $E_p(x)$ l'énergie potentielle du point dans le cas $d \geq l_0$ puis et $d < l_0$. En déduire les positions d'équilibre x_{eq} et leur stabilité. Déterminer l'énergie minimale permettant de passer d'une position d'équilibre à une autre

Exercice 4 : Particule chargée (118, 119, 124, 127)

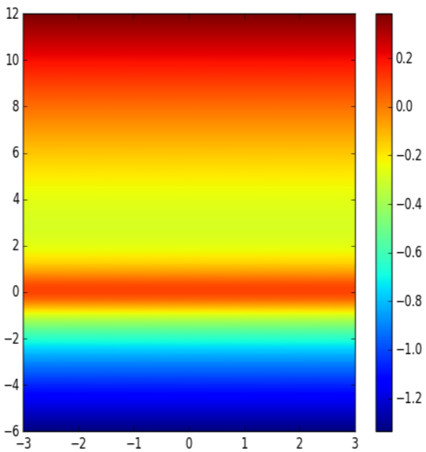
L'axe vertical (Oz) est matérialisé par un fil fin sur lequel peut coulisser sans frottement une très petite sphère, de masse m, portant la charge électrique q positive.
Un cerceau de rayon R et d'axe (Oz), portant une charge électrique positive répartie uniformément sur sa circonférence, crée un champ électrique dont on admettra l'expression sur l'axe (Oz) : $\overrightarrow{E_{axe}}(z) = \alpha \frac{z}{(R^2+z^2)^{3/2}} \overrightarrow{e_z}$ où α est une constante positive.

a. Force subie

1. Exprimer la valeur algébrique $\vec{F}(z)$ de la force d'origine électrique subie par la petite sphère. On rappelle que $\vec{F} = q\vec{E}$. Tracer l'allure des variations de $F(z)$.
2. Pour quelles valeurs de la masse m est-il possible d'obtenir des positions d'équilibre pour la petite sphère ?
On se placera dans ce cas par la suite.

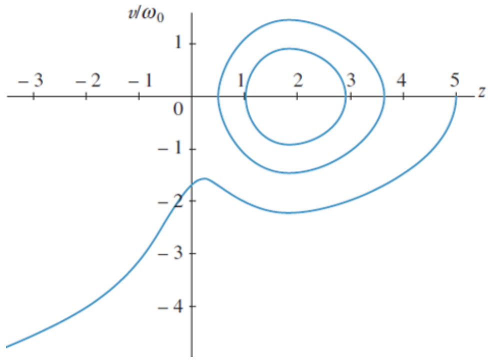
b. Stabilité de l'équilibre

3. Exprimer l'énergie potentielle $E_p(z)$ associée à ce mouvement (on choisit $E_p(0) = 0$). Tracer l'allure des variations de $E_p(z)$, et discuter la stabilité des positions d'équilibre obtenues.
4. Sur le graphe des équipotentielles représenter qualitativement le sens et l'intensité de la force associé.
5. Quelle est la pulsation ω_0 des petites oscillations de la sphère au voisinage de l'équilibre stable ? (On l'exprimera en notant z_e la position d'équilibre stable.)



c. Portrait de phase

On a tracé ci-dessous quelques trajectoires de phase dans le plan $(z, \frac{v}{\omega_0})$ pour diverses conditions initiales.



6. Peut-on préciser le type de conditions initiales qui a été choisi, et le sens d'évolution de la particule sur ces trajectoires ?
7. Proposer quelques commentaires pour les évolutions observées.

Résolution de problème

À quelle distance pensez-vous pouvoir tirer avec le lance-pierre présenté sur l'image suivante ? Quelles seraient les caractéristiques optimales d'un lance pierre destiné à tirer le plus loin possible ?

Oral de concours : X MP 2017

Une masse M et une petite balle de masse $m \ll M$ glissent sans frottement sur un plan. A l'instant initial, la balle est immobile et à la distance L d'un mur, la masse est animée de la vitesse V_0 et vient percuter la balle, la projetant en direction du mur. Les chocs sont élastiques : conservation de l'énergie cinétique et de la quantité de mouvement. Que se passe-t-il ?
Exprimer la distance minimale entre la masse et le mur au cours du mouvement.