

# TD Second principe

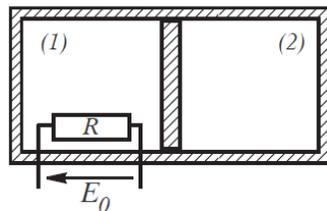
## Exercice 1 : Entropie de mélange (236, 237, 240)

Considérons un cylindre parfaitement isolé, séparé en deux compartiments de volume  $V_0$ , par une paroi escamotable. Initialement, chaque compartiment contient un GP à la même température  $T_0$ . Supposons que l'un renferme de l'hélium ( $n_1$  moles,  $C_{Vm1} = 3R/2$ ) et l'autre du dihydrogène ( $n_2$  moles,  $C_{Vm2} = 5R/2$ ). Supprimons la paroi escamotable ; on atteint un nouvel état d'équilibre caractérisé par :  $V_F = 2V_0$ ,  $p_F$  et  $T_F$ , les deux gaz, par diffusion, constituant un GP unique.

1. Calculer  $p_F$  et  $T_F$ .
2. Effectuer un bilan entropique pour cette transformation.

## Exercice 2 : Bilan entropique (236, 238, 239, 241)

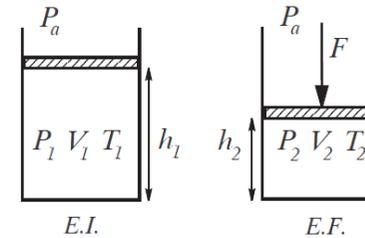
Les deux compartiments contiennent le même gaz parfait de capacité thermique molaire  $C_{Vm}$  initialement dans le même état  $\{p_0, T_0, V_0\}$ . Les parois sont calorifugées ainsi que le piston. Ce dernier se déplace sans frottement dans le cylindre. On fait passer un courant I dans la résistance  $R$  de telle sorte que la transformation du gaz puisse être considérée comme quasi-statique, et jusqu'à ce que la pression devienne  $p_F$ .



1. Déterminer l'état thermodynamique du gaz dans chaque compartiment.
2. Donner l'expression de l'énergie fournie par le générateur qui alimente la résistance en fonction des données.
3. Calculer la variation d'entropie du système complet (sans résistance).

## Exercice 3 : Compression irréversible (237, 238, 239)

Un cylindre vertical de section  $S$  est fermé par un piston horizontal de masse négligeable, mobile sans frottement. Une masse  $m$  d'air (considéré comme un gaz parfait de masse molaire  $M$ ) est enfermée dans le cylindre, à la température initiale  $T_1$  et la pression initiale  $p_1 = p_a$  ( $p_a$  note la pression ambiante supposée constante).



$R$  est la constante des gaz parfaits et  $\gamma$  note le rapport des capacités thermiques à pression et à volume constant.

Données :

$S = 100 \text{ cm}^2$  ;  $m = 7,25 \text{ g}$  ;  $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$  ;  $T_1 = 300 \text{ K}$  ;  $p_a = 1 \text{ bar}$  ;  $\gamma = 1,4$ .

1. Calculer  $V_1$ , le volume initial de l'air, et la hauteur  $h_1$  (distance entre le piston et le fond du cylindre).
2. Exprimer la variation élémentaire d'entropie d'une masse  $m$  de gaz parfait, au cours d'une transformation quasi-statique, en fonction de  $m$ ,  $R$ ,  $M$ ,  $\gamma$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $T_1$  et  $T_2$ .

Les parois du cylindre ainsi que le piston sont diathermanes, ce qui signifie qu'ils autorisent les transferts thermiques (on dit aussi qu'ils sont « perméables à la chaleur »). L'ensemble du dispositif se trouve dans une atmosphère maintenue à la température ;  $T_a = T_1 = 300 \text{ K}$ . On applique brutalement la force  $F = 1\,000 \text{ N}$  sur le piston. On appelle  $p_2$  et  $V_2$  la pression et le volume de l'air lorsque celui-ci atteint l'équilibre thermique avec le milieu extérieur.

3. Calculer le taux de compression  $\tau = \frac{p_2}{p_1}$  et la hauteur  $h_2$  finale.
4. Calculer le travail  $W$  reçu par l'air au cours de l'évolution  $1 \rightarrow 2$ .
5. Calculer la variation d'entropie  $\Delta S_{\text{air}}$  de l'air pour cette évolution. Le signe de cette variation est-il « choquant » ?

## Exercice 4 : Sens d'un cycle (236, 237, 241)

Une mole de gaz parfait ( $\gamma = 1,4$ ) subit la succession de transformations suivante :

- détente isotherme de  $p_A = 2 \text{ bar}$  et  $T_A = 300 \text{ K}$  jusqu'à  $p_B = 1 \text{ bar}$ , en restant en contact avec un thermostat à  $T_T = 300 \text{ K}$ ;
  - évolution isobare jusqu'à  $V_C = 20,5 \text{ L}$  toujours en restant en contact avec le thermostat à  $T_T$  ;
  - compression adiabatique réversible jusqu'à l'état  $A$ .
1. Représenter l'allure du cycle dans un diagramme de Clapeyron puis dans un diagramme entropique  $(T, S)$ . S'agit-il d'un cycle moteur ou récepteur ?
  2. Déterminer l'entropie créée entre  $A$  et  $B$ .
  3. Calculer la température en  $C$ , le travail  $W_{BC}$  et le transfert thermique  $Q_{BC}$  reçus par le gaz au cours de la transformation  $BC$ . En déduire l'entropie échangée avec le thermostat ainsi que l'entropie créée.
  4. Calculer la valeur numérique de l'entropie créée au cours d'un cycle. Le cycle proposé est-il réalisable ? Le cycle inverse l'est-il ?

## Résolution de problème (235)

### *Document : Thermodynamique et physique statistique*

Nous considérons un système de  $N$  objets microscopiques identiques : atomes, molécules, ions ou spins, ... On suppose que le système est isolé. Son énergie totale  $E$ , son nombre de particules  $N$  et son volume  $V$  sont conservés.

Prenons le cas d'un thermos d'eau parfaitement isolé. Suivant l'échelle que l'on choisit, on peut donner deux images de ce thermos d'eau :

- $10^{24}$  particules tournent, vibrent et s'agitent dans tous les sens en faisant des collisions incessantes.
- un fluide au repos, entièrement décrit par des paramètres d'états.

L'idée de la thermodynamique est de décrire les objets du seul point de vue macroscopique. L'état macroscopique à l'équilibre est défini par la donnée de  $(E, V, N)$ .

L'objet de la physique statistique est d'expliquer les propriétés macroscopiques à partir des propriétés microscopiques des constituants du système. Au niveau microscopique, il y a un très grand nombre d'états microscopiques distincts  $\Omega(E, V, N)$  qui ont cette énergie  $E$ , ce même volume  $V$  et ce nombre  $N$  de particules. On dit que ce sont les micro-états compatibles avec le macro-état  $(E, V, N)$ . Un **micro-état** est la spécification détaillée d'une configuration microscopique d'un système. Le système visite ce micro-état au cours de ses fluctuations thermiques.

Le postulat fondamental de la physique statistique d'équilibre est :

**Étant donné un système isolé en équilibre, il se trouve avec probabilités égales dans chacun de ses micro-états accessibles.**

Donc la probabilité d'un micro-état est alors donnée par

$$P(\sigma) = \frac{1}{\Omega(E, V, N)}$$

Il en découle que le macro-état le plus probable (celui qui est observé à l'échelle macroscopique) est celui qui correspond au plus grand nombre de micro-états.

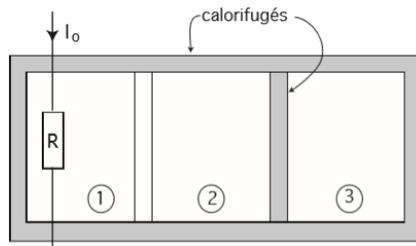
On définit l'entropie statistique du système par  $S(E, V, N) = k_B \ln(\Omega(E, V, N))$ .

Cette formule a été introduite par Boltzmann en 1902.

- Vérifié que cette définition est compatible avec les propriétés de l'entropie définies en thermodynamique. Elle a la bonne unité, elle est additive, extensive, et est maximale à l'équilibre.

### Oral de concours : CCP MP 2015

À l'état initial, les trois compartiments contiennent chacun  $n$  moles de gaz parfait à  $(T_0, p_0, V_0)$ .



Le système subit une transformation lente. Dans le compartiment 3, la température finale est  $T_3 = aT_0$ .

1. Quelle est la pression finale  $p_1$  dans le compartiment 1 ?
2. Déterminer  $V_3$  final dans 3.
3. Déterminer  $V_1$  final dans 1.
4. Déterminer le travail électrique  $W_e$  fourni.
5. Déterminer  $\Delta S$  du système puis l'entropie créée.