TD Second principe - Correction

Exercice 1 : Entropie de mélange (236, 237, 240)

1. $T_F = T_0$ et $p_F = \frac{(n_{H_2}+n_{He})RT_0}{2V_0} = \frac{p_1+p_2}{2}$
2. Pour un GP on a $\Delta S = \frac{nR}{\gamma-1}\ln\left(\frac{Tf}{Ti}\right) + \text{nRln}\left(\frac{Vf}{Vi}\right) = (n_{H_2} + n_{He})\text{Rln}2$ car $Vf = 2Vi$. Attention on doit faire ce bilan pour chaque gaz puis utiliser l'extensivité de l'entropie. Le système est isolé donc $S_c = (n_{H_2} + n_{He})Rln2$.

Exercice 2 : Bilan entropique (236, 238, 239, 241)

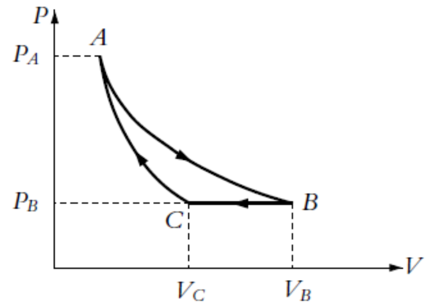
1. La partie droite est un système fermé comportant un GP qui subit une transformation quasi-statique adiabatique : on peut utiliser la loi de Laplace $pV^\gamma = cst$. Alors $V_2 = V_0(\frac{p_0}{p_f})^{\frac{1}{\gamma}}$, $T_2 = V_0(\frac{p_f}{p_0})^{1-\frac{1}{\gamma}}$. De plus $p_f\left(2V_0 - V_0\left(\frac{p_0}{p_f}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\right) = nRT_1 \Leftrightarrow T_1 = T_0\left(2\frac{p_f}{p_0} - \frac{p_f}{p_0}\left(\frac{p_0}{p_f}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\right) = T_0\left(2\frac{p_f}{p_0} - \left(\frac{p_f}{p_0}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}}\right)$
2. $W_{élec} = nC_{Vm}(T_1 + T_2 - 2T_0)$
3. On a un GP donc $\Delta S = \Delta S1 + \Delta S2 = nC_{Vm}\ln\left(\frac{T2}{T0}\right) + \text{nRln}\left(\frac{V2}{V0}\right) + nC_{Vm}\ln\left(\frac{T1}{T0}\right) + \text{nRln}\left(\frac{V1}{V0}\right) = nC_{Vm}\ln\left(\frac{T1}{T0}\right) + \text{nRln}\left(\frac{V1}{V0}\right)$ car $\Delta S2 = 0$

Exercice 3 : Compression irréversible (237, 238, 239)

1. $V_1 = 6{,}2\ L$ alors $h_1 = 62{,}4\ cm$
2. $\Delta S = S_f - S_i = C_v ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nRln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = \Delta S = \frac{mR}{M}\left(\frac{1}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)\right)$
3. $p_2 = p_1 + \frac{F}{S} = 2\ bar$ alors $\tau = 2$ et $h_2 = 31{,}2\ cm$
4. $W_{1\to2} = -p_2(V_2 - V_1) = 620J$
5. $\Delta S = -nR\ln\left(\frac{pf}{pi}\right) = -1{,}44J/K$

Exercice 4 : Cycle monotherme (236, 237, 241)

1. Pour calculer V_B, on applique l'équation du gaz parfait en B sachant que $T_B = T_A$, soit : $V_B = \frac{nRT_A}{p_B} = 24{,}9L$. On a donc $V_B > V_C$. Le cycle tourne dans le sens horaire : c'est un cycle moteur.



2. On a $\Delta S_{AB} = S_B - S_A = C_p ln\left(\frac{T_T}{T_T}\right) - nRln\left(\frac{p_B}{p_A}\right) = -nRln\left(\frac{p_B}{p_A}\right)$ La transformation étant isotherme et le gaz parfait, ΔU_{AB} donc $Q = -W$. L'évolution du gaz est de plus quasi-statique, le travail reçu est donc $W_{AB} = nRT_A ln\left(\frac{p_B}{p_A}\right)$. Finalement : $Q = -nRT_A ln\left(\frac{p_B}{p_A}\right)$ donc $S_e = -nRln\left(\frac{p_B}{p_A}\right) = \Delta S_{AB}$ la transformation est donc réversible.

3. Pour calculer la température en C, on applique encore l'équation du gaz parfait $T_C = \frac{p_B V_C}{nR} = 246{,}6K$.
   Il s'agit d'une transformation isobare donc $W_{BC} = p_B(V_B - V_C) = 440J$
   Avec le premier principe on a $Q_{BC} = \Delta H_{BC} = \frac{\gamma nR}{\gamma-1}(T_C - T_B) = -1{,}55kJ$
   $S_e = \frac{Q}{T_T} = -5{,}17\,J/K$
   $$\Delta S_{BC} = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}\ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) = -5{,}7\,J/K$$
4. On peut alors calculer l'entropie créée $S_c = -0{,}54\,J/K$
   Ce résultat est en contradiction avec le second principe, puisque l'entropie créée ne peut être que positive : cette transformation est donc irréalisable.
   L'entropie totale créée sur le cycle est celle créée entre B et C, puisqu'elle est nulle pour les deux autres transformations qui sont réversibles. Ce cycle est donc irréalisable pratiquement puisque l'entropie créée est négative. En revanche le cycle récepteur correspondant (ACBA) est possible. On verra effectivement dans le chapitre sur les machines thermiques qu'un cycle moteur monotherme (c'est à dire en contact avec un seul thermostat) ne peut exister.