TD Conversion électromécanique - Correction

Exercice 1 : Frein électromagnétique (279, 281, 283)

1. On oriente la bobine dans le sens MNPQ en faisant attention aux signes.

- $0 < X < b$:
  Le flux est $\phi = BaX$, d'où $e = -Bav$ et $i = -\frac{Bav}{R}$.
  L'équation mécanique est $m\frac{dv}{dt} = +Bai$, d'où $\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2a^2}{mR}v$ ou $\frac{dv}{dX} = -\frac{B^2a^2}{mR}$ car $dX = vdt$.
- $d < X < d + b$
  On a de manière analogue $\phi = Ba(b + d - X)$ d'où $i = \frac{Bav}{R}$ et $m\frac{dv}{dt} = -Bai$.
  L'équation finale est identique à celle obtenue précédemment.
- En dehors de cas intervalle, ϕ est constant et v aussi

2. $V(X)$ est affine sur deux intervalles de longueur b. On en déduit donc $\Delta v = 2\frac{B^2a^2}{mR}b$ si $v_0 > v_c = 2\frac{B^2a^2}{mR}b$
   Si $v_0 < v_c = 2\frac{B^2a^2}{mR}b$, le conducteur s'immobilise dans le champ.
3. Energie dissipée par effet Joule : $\int_{debut}^{fin} Ri^2dt = \int_{debut}^{fin} \frac{B^2a^2v^2}{R}\,dt = \int_{debut}^{fin} \frac{B^2a^2}{R}vdX = \frac{B^2a^2}{R}\Big(\int_0^b \Big(-\frac{B^2a^2}{mR}X + v_0\Big)dX + \int_d^{d+b}\Big(-\frac{B^2a^2}{mR}X + v_0 + \frac{B^2a^2}{mR}(d-b)\Big)dX\Big) = \frac{B^2a^2}{R}\Big(\Big(-\frac{B^2a^2}{mR}\frac{b^2}{2}\Big) + v_0b - \frac{B^2a^2}{mR}\Big(\frac{(d+b)^2}{2} - \frac{d^2}{2}\Big) + v_0b + \frac{B^2a^2}{mR}(d-b)b = \frac{B^2a^2}{R}\Big(-2\Big(\frac{B^2a^2}{mR}\frac{b^2}{2}\Big) + 2v_0b - \frac{B^2a^2}{mR}(db) + \frac{B^2a^2}{mR}(d-b)b = -\frac{B^2a^2}{R}\Big(2\frac{B^2a^2}{mR}b^2 - 2v_0b\Big)$ .On a une variation d'énergie cinétique de $\Delta E_c = \frac{1}{2}m\Big(\Big(v_0 - 2\frac{B^2a^2}{mR}b\Big)^2 - v_0^2\Big) = \frac{1}{2}m\Big(\Big(2\frac{B^2a^2}{mR}b\Big)^2 - 4v_0\frac{B^2a^2}{mR}b\Big) = \frac{B^2a^2}{R}\Big(2\frac{B^2a^2}{mR}b^2 - 2v_0b\Big) = -E_{joule}$. L'énergie cinétique est dissipée par effet Joule des courants de Foucault.

Exercice 2 : Dynamo (280, 282)

1. Pour modéliser la bobine, on associe en série la résistance interne, une inductance pure et la f.e.m. induite du fait de la rotation notée e. On peut aussi ne pas faire figurer l'inductance, mais il faut prendre en compte dans e le flux total et non pas le flux externe seulement. Le flux est $\varphi = NBS\,cos(\omega t)$ d'où $e = -\frac{d\varphi}{dt} = NBS\omega\,sin(\omega t)$ On utilise ensuite la loi des mailles : $e = (r+R)i + L\frac{di}{dt}$ et l'équation différentielle est donc
$$\frac{NBS\omega}{L}\,sin(\omega t) = \frac{r+R}{L}i + \frac{di}{dt}$$
2. La solution générale est $i(t) = \lambda\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + I_m\,cos(\omega t + \varphi)$ avec $\tau = \frac{L}{r+R}$. La solution homogène en exponentielle décroissante correspond au régime transitoire alors que la solution particulière correspond au régime sinusoïdal forcé qui est atteint au bout de quelques $\tau = 0{,}47\ ms$.
3. On utilise la notation complexe et puis on prendra le module à la fin. $\underline{I_m}\left(j\omega + \frac{1}{\tau}\right) = \frac{NBS\omega}{L}(-j)$ alors $I_m = \frac{NBS\omega}{L\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}}}$. Puis pour avoir la valeur efficace, on divise par $\sqrt{2}$ et numériquement $Ieff = 0{,}23\ A$

Exercice 3 : Treuil (280, 281, 282)

1. On fait l'hypothèse de i dans le sens positif. Alors la force de Laplace est suivant $+\overrightarrow{e_x}$. Donc il faut avoir un courant positif dans le sens négatif. Le générateur est mis en convention générateur (donc la flèche de E est suivant $\overrightarrow{e_y}$).
2. Equation mécanique $m\ddot{x} = mg - ilB$

Equation électrique $E - e - Ri = 0$ avec $e = -\frac{d\varphi}{dt} = -lv(t)B$ donc $E + lv(t)B - Ri = 0$ alors $\frac{E+lv(t)B}{R} = i$

On a donc $m\frac{dv}{dt} = mg - lB\frac{E+lv(t)B}{R} = mg - \frac{lBE}{R} - \frac{l^2B^2}{R}v$

On a l'équation $\frac{dv}{dt} + \frac{l^2B^2}{mR}v = g - \frac{lBE}{mR}$.

3. Alors $v(t) = v_l\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$ avec $v_l = \frac{g-\frac{lBE}{mR}}{\frac{l^2B^2}{mR}} = \frac{gmR-lBE}{l^2B^2}$ et $\tau = \frac{mR}{l^2B^2}$

4. Bilan de puissance : $\frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \frac{d}{dt}(mgx) - ilBv$ et $Ei + lviB - Ri^2 = 0$

   Donc $\frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2}\right) + \frac{d}{dt}(-mgx) + Ri^2 = Ei$ soit en régime permanent $P_{géné} = P_{joule} + + \frac{d}{dt}(Epp)$. L'énergie fournie par le générateur sert à monter la masse et est dissipée par effet Joule.