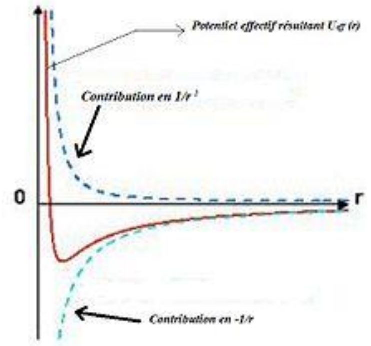
TD Mécanique quantique

Exercice 1 : Expérience de Shimizu (286, 288)

1. Le caractère corpusculaire se manifeste lors de la détection des atomes : chaque atome produit un impact ponctuel, comme le ferait une particule classique. L'aspect ondulatoire se manifeste lui dans la répartition des différents impacts sur l'écran, qui forme une figure d'interférences caractéristique d'un phénomène ondulatoire.
2. L'atome de néon est en chute libre, ce qui impose qu'il se déplace vers le bas, mais se propage dans le dispositif comme une onde. En particulier, il passe par les deux fentes à la fois, les deux ondes issues des deux fentes interférant ensuite. Enfin, lorsque l'atome de néon arrive au niveau de l'écran, son comportement redevient de type corpusculaire et il est détecté en un seul point de l'écran. La probabilité de détecter l'atome en un point est donnée par l'aspect ondulatoire, et redonne en moyenne la figure d'interférences.
3. D'après la relation donnée, $\lambda = \frac{ia}{D}$. D'après les données de l'énoncé, $a = 6\ \mu m$ et $D = 113mm$. On lit sur la figure 2 (sur le bas de la figure 2, la légende précisant que le dispositif est défectueux sur ce qui donne la partie haute) la valeur de l'interfrange $i = 0{,}2mm$. $\lambda = 1.10^{-8}\ m$.
4. La relation de de Broglie permet de relier la longueur d'onde λ à la quantité de mouvement $p = mv$ par $p = \frac{h}{\lambda}$ soit $v = \frac{h}{\lambda m}$. En utilisant la masse molaire pour déterminer la masse d'un atome de néon, on trouve $v = \frac{hN_A}{\lambda M} = 2m/s$.
5. La chute libre se fait sur une hauteur de $D + d \sim 200\ mm$, ce qui donne comme vitesse $v_{th} \sim 2m/s$. Ainsi, la longueur d'onde calculée s'interprète bien en raisonnant sur une particule en chute libre : c'est une autre signature de la dualité onde-corpuscule.

Exercice 2 : Atome d'hydrogène (285, 287, 289)

1. Vu le confinement des électrons au voisinage du noyau, on s'attend à une quantification des niveaux d'énergie.
2. Courbe verte. L'électron est attiré par le noyau et son énergie potentielle est minimale en $r = 0$.
3. Le principe d'incertitude de Heisenberg indique $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$ soit $\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{a}$. La composante de la vitesse selon l'axe x est ainsi au moins de l'ordre de $v_x \approx \frac{\Delta p_x}{m}$ ce qui est aussi de l'ordre de grandeur de la vitesse v. On conclut $v \approx \frac{\hbar}{mr}$
4. On déduit $E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$
5. On obtient la courbe rouge. On dérive pour trouver le minimum : $E'(r) = -\frac{\hbar^2}{mr^3} + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$
   Donc $a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}$



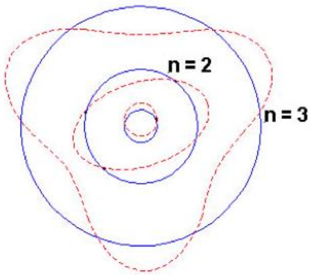
6. On trouve $a_0 = 5.10^{-11}m$. Cet ordre de grandeur est correct.
7. Selon la théorie quantique, les niveaux d'énergie dans l'atome sont quantifiés. On note $n = 1$ l'état de plus basse énergie. Les décharges placent les électrons dans un état excité. L'atome se désexcite en

émettant un photon, entrainant une transition en un état excité et l'état fondamental.

8. Les raies de Lyman s'interprètent comme un retour au fondamental $n = 1$ alors que celle de Balmer correspondent à une transition vers le premier état excité $n = 2$. La conservation de l'énergie impose $E_q - E_p = hcR_H(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2})$. On constate que les valeurs $E_m = \frac{E_1}{m^2}$ sont cohérentes si $E_1 = -hcR_H = -2{,}2.10^{-18} J = -13{,}6\ eV$.

Exercice 3 : Corde vibrante (290)

1. Trois premiers modes de l'onde associée à un électron dans l'atome d'hydrogène :



2. On trouve $2\pi r = n\lambda$.
3. Avec la relation de de Broglie on trouve $2\pi r = \frac{nh}{p}$.

   Donc r est quantifié, on note r_n. Or avec le PFD, on a $\frac{mv^2}{r_n} = \frac{e^2}{{r_n}^2}$ alors $(mvr_n)^2 = e^2 m r_n = (\frac{nh}{2\pi})^2$ alors $r_n = \frac{\hbar^2}{e^2 m} n^2 = a_0 n^2$

   On a $E = -\frac{k}{2r} = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$ et $r = n^2 \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} = n^2 a_0$ avec $a_0 = 5.10^{-11} m$ le rayon de Bohr.

   Donc $E = -\frac{E_0}{n^2}$ avec $E_0 = \frac{m_e e^4}{8{\varepsilon_0}^2 h^2} = 13{,}6\ eV$